Roberta Tassora

Le Meditatiunculae de rebus mathematicis di Guidobaldo del Monte

Tesi di Dottorato

2001

Supervisor: Professor Dr. Pier Daniele Napoletani,
Università di Pisa

A mia madre e mio padre

Vorrei esprimere i miei più sentiti ringraziamenti a quanti mi hanno aiutato per la realizzazione di questo lavoro.
In modo particolare rivolgo un caloroso grazie al Prof. Pier Daniele Napolitani per la sua paziente disponibilità e per i suoi preziosi suggerimenti, fondamentali per la stesura di questa tesi.
Desidero ringraziare, infine, tutta la mia famiglia e Anish per la fiducia e l'incoraggiamento con cui mi hanno sempre sostenuto nel corso di questi anni di dottorato.

Indice

I Il manoscritto *Fonds Latin 10246* 13

1 Le *Meditatiunculae de rebus mathematicis* di Guidobaldo dal Monte 15

1.1 Descrizione del manoscritto *Fonds Latin 10246* 15

1.2 Il contenuto 17

1.3 La numerazione delle pagine ed il problema della datazione . 19

1.3.1 "Il problema della tangente" (pagine 34, 62, 63) . . . 20

1.3.2 "L'errore di Orontius Fineus" (pagine 45, 46, 112) . . 22

1.3.3 Le pagine 138 - 142 24

1.3.4 Alcune considerazioni 26

1.4 Un indice guidobaldiano delle *Meditatiunculae* 27

1.5 Il problema della datazione: le citazioni e la corrispondenza di Guidobaldo 29

1.5.1 Le citazioni 29

1.5.2 La corrispondenza 32

1.5.3 Pagina 116 delle *Meditatiunculae* 44

1.5.4 Conclusioni 51

2 Il problema dei tre cerchi nelle *Meditatiunculae* e nel codice di Los Angeles 53

2.1 Introduzione 53

2.2 La dimostrazione 56

2.3 Le versioni A e B: confronto 57

2.4 Le versioni A e B^1: confronto 63

2.5 La versione C: il caso dei tre cerchi non tangenti 67

2.6 Conclusioni 71

II Il contenuto delle *Meditatiunculae* 73

3 Le pagine di meccanica nelle *Meditatiunculae* **75**
3.1 Introduzione 75
3.2 L'equilibrio, il centro di gravità, il moto della terra, la bilancia 76
3.2.1 Il *De libra* delle *Meditatiunculae* 77
3.2.2 Le pagine 31 e 32 80
3.2.3 Sfera sul piano inclinato 85
3.3 Le pagine sulla coclea 87
3.4 Il principio di Archimede nelle pagine delle *Meditatiunculae* . 90
3.4.1 Movimento di un corpo in un mezzo liquido 90
3.4.2 Il problema della corona ovvero *mixti proportionem invenire* 93

4 La prospettiva nelle *Meditatiunculae* **101**
4.1 Il *Della prospettiva* 101
4.2 Le *Notae quaedam de perspectiva* 106
4.2.1 La teoria dei punti di fuga 107
4.2.2 L'applicazione della teoria dei punti di fuga 114
4.3 La prospettiva delle *Meditatiunculae* e il *de perspectiva libri sex* 117

5 I problemi astronomici e la costruzione degli orologi solari **123**
5.1 La costruzione degli orologi solari 123
5.2 Le pagine di astronomia nelle *Meditatiunculae*: descrizione . 131
5.3 Le pagine di astronomia nelle *Meditatiunculae*: il contenuto . 134
5.4 Conclusioni 146

6 Gli argomenti di geometria nelle *Meditatiunculae* **149**
6.1 I problemi sui solidi 149
6.2 Gli strumenti per la costruzione delle sezioni coniche 156
6.3 Del Misurar 162
6.4 Proposizioni su cerchi e un problema 163
6.5 L'angolo di contatto è una grandezza 168
6.6 Teoremi sui poligoni inscritti in un cerchio 169
6.7 Conclusioni 172

7 Suggestioni galileiane nelle *Meditatiunculae* **173**
7.1 Introduzione 173
7.2 Le riflessioni sull'infinito 174
7.3 Il suono di due corde 179
7.4 Il moto dei proietti 181

8 Conclusioni **187**

III Appendici **191**

A Indici delle *Meditatiunculae de rebus mathematicis* **193**
A.1 Indice "carta per carta" 194
A.2 Indice per argomenti 205
A.2.1 Orologi solari 205
A.2.2 Astronomia 206
A.2.3 Geometria 208
A.2.4 Prospettiva 213
A.2.5 Meccanica 215
A.2.6 Ottica 216
A.2.7 "Pratica" 217
A.3 Elenco dei "foglietti" aggiunti 218
A.4 I rimandi interni 219

B Alcune pagine del manoscritto 170/624 University of California Library **221**
B.1 Carta 86*r* 221
B.2 Carta 89 222
B.3 Il problema dei tre cerchi: la pagina 90*r* del codice di Los Angeles 224

IV Il testo **227**
B.4 Il foglietto di collocazione incerta 553
B.5 Note al testo 554

Elenco delle tabelle

2.1 Confronto versioni B – A 58
2.2 Confronto versioni A – B[1] 65
2.3 Confronto versioni B – C 69

4.1 Corrispondenza di proposizioni tra le *Meditatunculae* e il *Perspectivae libri sex* 118
4.2 Corrispondenza di proposizioni tra le *Meditatunculae* e il *Perspectivae libri sex* 120

5.1 La numerazione delle figure 133
5.2 Confronto tra *Meditatiunculae* e i *Planisferi* 136
5.3 Confronto tra le pagine di astronomia delle *Meditatiunculae* e i *Problemi astronomici* 141

6.1 Confronto problemi sui solidi 151

Introduzione

Guidobaldo dal Monte (Pesaro 1545-1607) fu un personaggio di rilievo nella vita scientifica del tardo Cinquecento italiano: formatosi nell'ambiente di Urbino egli raccolse l'eredità del maestro, Federico Commandino (1509-1575), dedicandosi al commento e alla restaurazione di alcune opere classiche, non tralasciando tuttavia di impegnarsi nell'elaborazione di lavori originali. In particolare, Guidobaldo sentì di dover completare l'opera di Commandino, dedicandosi alle scienze meccaniche che il maestro non aveva trattato in maniera sistematica. Nella prefazione al suo *Mechanicorum Liber*[1], l'opera alla quale il nome di Guidobaldo è maggiormente legato, Guidobaldo stesso, dopo aver lungamente elogiato l'opera di Commandino, spiega il suo tentativo di colmare la lacuna presente nell'opera di restaurazione svolta dal grande maestro che si dedicò alla meccanica in maniera del tutto limitata[2]. Tra le opere di Guidobaldo, infatti, particolarmente importanti furono il già citato *Mechanicorum Liber* e la parafrasi ai due libri archimedei sull'equilibrio dei piani[3] dedicati proprio alla meccanica e alla statica archimedea.

Le numerose opere[4] guidobaldiane rivelano una grande ammirazione da

[1] *Guidiubaldi e Marchionibus Montis Mechanicorum Liber*, Pisauri, Apud Hieronymum Concordiam, 1577.

[2] Ille tamen perpetuo in aliarum mathematicarum explicationem versans, mechanicam facultatem, aut penitus praetermisit, aut modice attigit. Quapropter in hoc studium ardentius ego incombere caepi, nec me unquam per omne mathematum genus vagantem ea solicitudo deseruit; ecquid ex unoquoque decerpi, ac deliberari possit; quo ad mechanicam expoliendam, et exornandam accomodatior esse possem. *Mechanicorum Liber*, cfr. [14].

[3] *Guidiubaldi e Marchionibus Montis in duos Archimedis Aequiponderantium libros paraphrasis scholiis illustrata*, Pisauri, Apud Hieronymum Concordiam, 1588.

[4] Riportiamo un elenco delle opere edite di Guidobaldo:

parte dell'autore nei confronti del mondo classico e mostrano l'acquisizione del patrimonio di conoscenze, reso disponibile dall'attività di restaurazione della matematica greca che caratterizzò la prima metà del Cinquecento e che vide come uno dei principali centri di sviluppo proprio il ducato di Urbino. Scorrendo i titoli delle varie opere pubblicate da Guidobaldo non può sfuggire, inoltre, l'estrema varietà degli interessi che occuparono l'autore nel corso della propria vita; i suoi lavori, infatti, raccolgono riflessioni e studi relativi alle più diverse discipline scientifiche: dalla meccanica alla prospettiva, dall'astronomia alla matematica pura.

Un ulteriore aspetto che fa di Guidobaldo una figura di grande interesse è la ricchezza delle relazioni che egli ebbe con personaggi importanti del panorama culturale del suo tempo, citeremo per tutti Cristoforo Clavio, Francesco Barozzi ed il filosofo Jacopo Mazzoni, nonché l'amicizia che lo legò al giovane Galilei che egli incoraggiò nei primi studi nella direzione di una riscoperta dell'opera archimedea.

Nonostante la centralità di Guidobaldo nel dibattito culturale che caratterizzò la rinascita delle matematiche nel Cinquecento, mancano studi che tendano ad una valutazione complessiva della sua produzione scientifica e della sua figura intellettuale. Manca, in particolare, un'edizione completa della corrispondenza[5] che sarebbe, ci sembra, particolarmente interessante

Guidiubaldi e Marchionibus Montis Mechanicorum Liber, Pisauri, Apud Hieronymum Concordiam, 1577;

Guidiubaldi e Marchionibus Montis Planisphaeriorum univarsalium teorica, Pisauri, Apud Hieronymum Concordiam, 1579;

De ecclesiatici calendarii restitutione opusculum, Pisauri, Apud Hieronymum Concordiam, 1580;

Guidiubaldi e Marchionibus Montis in duos Archimedis Aequiponderantium libros paraphrasis scholiis illustrata, Pisauri, Apud Hieronymum Concordiam, 1588;

Guidiubaldi e Marchionibus Montis Perspectivae libri sex, Pisauri, Apud Hieronymum Concordiam, 1600;

Guidiubaldi e Marchionibus Montis Problematum astronomicorum libri septem, Venetiis, Apud Bernardinum Iuntam, Io. Baptistam Ciottum et Socios, 1609 ;

Guidiubaldi e Marchionibus Montis De Cochlea libri quatuor, Venetiis, Apud Evangelistam Deuchinum, 1615.

[5]Parte del carteggio di Guidobaldo è stato pubblicato, ma non esiste una raccolta completa che contenga oltre a quanto sparso in varie pubblicazioni anche l'inedito. Tra le lettere pubblicate ricordiamo due lettere a Contarini pubblicate da Favaro (Antonio Favaro, *Due lettere inedite di Guidobaldo del Monte a Giacomo Contarini*, in "Atti del

per cogliere i rapporti che egli ebbe con gli studiosi suoi contemporanei e per avere informazioni circa il suo modo di accostarsi ai dibattiti scientifici. Della sua vasta opera, inoltre, ci sembra siano stati fino ad ora studiati solo particolari aspetti sottolineando, ad esempio, i possibili rapporti Guidobaldo-Galileo, trascurando però di analizzare la produzione guidobaldiana dall'interno nel tentativo di tracciare un quadro dell'evoluzione del suo pensiero scientifico. Da questo punto di vista, riteniamo possa risultare interessante, oltre lo studio delle opere a stampa, anche un'analisi degli scritti tuttora inediti che potranno fornirci utili informazioni circa il procedere della formazione guidobaldiana.

Tra gli inediti di Guidobaldo[6] riteniamo particolarmente interessanti le *Meditatiunculae de rebus mathematicis*, conservate presso la Bibliothèque Nationale di Parigi con la collocazione *Fonds Latin 10246*[7]. L'ampiezza del trattato e la varietà dei temi affrontati, infatti, permettono di apprezzare la pluralità di interessi che caratterizzò l'attività culturale e scientifica di

---

Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti", Anno Accademico 1899–1900, tomo LIX, parte II, p. 302-312); il carteggio con Pier Matteo Giordani edito da Arrighi (Gino Arrighi, *Un grande scienziato italiano: Guidobaldo Dal Monte,* "Atti dell'Accademia Lucchese di scienze, lettere e arti", N. S. (II), vol. XII, 1965, p. 183-199); la corrispondenza con Galileo raccolta nell'Edizione Nazionale delle *Opere* di Galileo Galilei (*Le opere di Galileo Galilei,* Nuova ristampa dell'Edizione Nazionale, G. Barbera, Firenze 1968); la corrispondenza con Clavio pubblicata da Baldini e Napolitani (*Christoph Clavius: Corrispondenza*, a cura di Ugo Baldini e Pier Daniele Napolitani, 1982); alcuni scambi epistolari con personaggi dell'ambiente pesarese pubblicati da Bertoloni Meli (Domenico Bertoloni Meli, *Guidobaldo dal Monte and the Archimedean Revival*, "Nuncius", anno VII, 1992, p. 3-34).

[6] Tra gli scritti di Guidobaldo pervenutici in forma manoscritta, due sono stati recentemente pubblicati in E. Giusti, *Euclides reformatus. La teoria delle proporzioni nella scuola galileiana*, Bollati Boringhieri, 1993. Si tratta di due trattatelli sulla teoria delle proporzioni: *In quintum Euclidis Elementorum librum Commentarius* (Biblioteca Oliveriana di Pesaro, Mss. 630) e *De proportione composita* (Biblioteca Oliveriana di Pesaro, Mss. 631).

[7] Alcune pagine di tale manoscritto sono state pubblicate da diversi autori: G. Libri nella sua *Histoire des Sciences Mathematiques en Italie* ha pubblicato le pagine 1–12 e 230–236. Cfr. [25], tomo IV, p. 369–398. Gamba e Montebelli hanno invece pubblicato le pagine 54 e 235 nel loro *Le scienze ad Urbino nel tardo Rinascimento*; cfr. [62], p. 182–184. Le pagine di Prospettiva sono state studiate da P. Marchi *L'invenzione del punto di fuga nell'opera prospettica di Guidobaldo dal Monte*, tesi di laurea, anno Accademico 1997-98, relatore Prof. Pier Daniele Napolitani.

Guidobaldo e, al tempo stesso, mettono in evidenza la profondità delle conoscenze scientifiche che l'autore mostra di possedere.

Ci proponiamo di pubblicare e studiare le *Meditatiunculae* cercando di mettere in relazione quanto in esse contenuto con il resto della produzione di Guidobaldo e di precisare i rapporti che gli appunti e le osservazioni raccolti nel manoscritto hanno con la produzione a stampa, ovvero con la sistemazione definitiva che dei suoi studi Guidobaldo volle dare. Ricerche in questo senso sono già state svolte limitatamente alla parti delle *Meditatiunculae* relative alla prospettiva. Il lavoro di Paola Marchi[8] offre uno spunto di ricerca interessante: le pagine di prospettiva presenti nelle *Meditatiunculae*, infatti, le hanno permesso di formulare un'ipotesi circa il percorso che portò Guidobaldo alla scoperta del concetto di punto di fuga e della teoria delle rette parallele, esposti nella trattazione a stampa del 1600, a partire dall'elaborazione e dalla reinterpretazione in chiave matematica di una primitiva teoria, legata ad ambienti prevalentemente "pratici".

Un'analisi delle *Meditatiunculae* del tipo sopra suggerito, estesa all'intero manoscritto, è resa estremamente difficile dall'assenza di un'esplicita coerenza tra le varie parti della trattazione e dalla necessità di dover approfondire tematiche appartenenti a diversi ambiti del sapere scientifico del '500: dall'astronomia alla meccanica alla geometria. D'altra parte, lo studio di questo manoscritto presuppone la distinzione di diversi punti di vista: se è senz'altro importante analizzare e studiare il contenuto, riteniamo non sia secondario cercare di capire come questa raccolta di scritti si sia formata nel tempo ed avanzare un'ipotesi plausibile di datazione. Le *Meditatiunculae* non contengono alcuna indicazione circa la data o, forse meglio, le date di stesura cosicché solo lo studio degli argomenti trattati, l'analisi dei riferimenti ad altri testi possono aiutarci a collocare temporalmente questo lavoro. Per questo motivo il nostro lavoro si è rivolto, prima che ad un'analisi del contenuto, ad uno studio preliminare volto a stabilire un probabile periodo di stesura e ad individuare un'ipotesi valida circa la genesi del manoscritto. È questo l'oggetto della prima delle quattro parti in cui la tesi risulta suddivisa, nella quale ci soffermeremo sulla descrizione materiale del manoscritto e sulla descrizione e dimostrazione della nostra ipotesi circa la

[8]P. Marchi, *L'invenzione del punto di fuga nell'opera prospettica di Guidobaldo dal Monte*. Cfr. [59]

stesura delle *Meditatiunculae*. È in questa prima parte, inoltre, che in base allo studio delle citazioni presenti nel testo e all'analisi della corrispondenza guidobaldiana cercheremo di individuare un arco temporale per la probabile stesura delle *Meditatiunculae*. Nel secondo capitolo analizzeremo nel dettaglio il rapporto tra due carte del manoscritto contenenti due diverse versioni di uno stesso problema: cercheremo di individuare l'ordine cronologico in cui esse sono state scritte e di chiarire il rapporto di queste pagine con alcune pagine manoscritte, di mano di Guidobaldo, conservate presso la *University of California Library* di Los Angeles.

La seconda parte della tesi è volta invece alla presentazione del contenuto delle *Meditatiunculae*: la scansione in capitoli segue la varietà dei temi e delle discipline che Guidobaldo affronta nelle sue riflessioni. Proponendo il contenuto ci soffermeremo a commentare alcune parti a nostro avviso particolarmente interessanti, pur cercando di presentare una visione quanto più possibile esauriente dei temi affrontati[9]. Vorremmo far osservare che l'estrema frammentarietà della trattazione rende difficile una esposizione lineare del contenuto. L'ultimo capitolo di questa parte sarà dedicato ad una analisi di alcune pagine delle *Meditatiunculae* molto vicine a riflessioni presenti in alcune opere galileiane. I rapporti tra Galileo e Guidobaldo sono noti, ma queste pagine, tutte situate peraltro nella parte finale del manoscritto, suggeriscono l'idea di un confronto scientifico tra i due in cui Guidobaldo, inizialmente "maestro" e protettore, cui il giovane Galilei si rivolge chiedendo un parere sui suoi lavori sui centri di gravità, appare in qualche modo quale discepolo affascinato dalle teorie galileiane. Alcune di queste pagine sono note, altre sono fino ad ora sfuggite, ci sembra, all'attenzione degli studiosi: ci proponiamo di individuare con maggiore attenzione queste pagine e di mostrare la vicinanza con alcuni passi galileiani.

La terza parte della tesi contiene le appendici: gli indici dei temi trattati nel manoscritto organizzati secondo l'ordine delle carte e per argomento; le trascrizioni di alcune pagine interessanti del codice di Los Angeles ed alcune tavole di confronto.

La quarta parte contiene, infine, il testo delle *Meditatiunculae* con un

[9] Il commento del contenuto delle *Meditatiunculae* proposto nella seconda parte si riferisce nello specifico alle argomentazioni prodotte da Guidobaldo e presuppone noto il contesto storico-scientifico in cui esse si collocano.

doppio apparato: il primo a pie' pagina volto a fornire informazioni sulla disposizione del testo nel manoscritto, nonché gli interventi successivi dell'autore sul proprio elaborato; il secondo, a conclusione del capitolo, dedicato a fornire gli strumenti per la piena comprensione del testo, proponendo in particolare l'enunciato dei teoremi citati da Guidobaldo nel corso della trattazione. I testi riportati saranno quelli delle edizioni che, verosimilmente, Guidobaldo consultò per il suo lavoro.

Parte I

Il manoscritto *Fonds Latin 10246*

Capitolo 1

Le *Meditatiunculae de rebus mathematicis* di Guidobaldo dal Monte

1.1 Descrizione del manoscritto *Fonds Latin 10246*

Il *Fonds Latin 10246* è un manoscritto cartaceo, autografo di Guidobaldo, non datato e costituito di 245 pagine[1] — i numeri sono leggibili solo a partire da pagina 2 — più alcuni foglietti di varie dimensioni inseriti senza numerazione. La pagina recante il titolo ed il nome dell'autore non presenta alcuna numerazione e risulta incollata sulla prima pagina del testo. Le pagine 238-242 sono bianche.

La numerazione è di mano di Guidobaldo e, come dimostreremo ampiamente nel seguito, è stata inserita dall'autore al momento stesso della stesura del manoscritto come mostrano i numerosi rinvii alle pagine del trattato interni al testo. Da ciò risulta chiaramente che, nonostante la pluralità di argomenti e l'estrema frammentarietà della trattazione, le *Meditatiunculae* furono intese dall'autore come un *unicum* e non vadano, quindi, interpretate come una raccolta di appunti sparsi, riuniti solo in un secondo momento.

[1] I fogli, le cui dimensioni medie sono di circa 20 cm di larghezza per 28 cm di altezza, sono numerati al retto e al verso.

A conferma di questa ipotesi si aggiunge quanto è emerso dall'analisi diretta del manoscritto: dall'osservazione delle filigrane è emerso che il corpo principale del manoscritto, fatta eccezione quindi per i foglietti aggiunti, è costituito da un unico tipo di carta[2].

Mancano le pagine 66 e 67, poiché il foglio relativo è stato tagliato, e le pagine 43 e 44 che risultano incollate tra loro cosicché la numerazione subisce un salto da pagina 42 a pagina 45. Non così accade nel caso della pagina 59, contenuta in un foglio incollato sul retro di pagina 58, costituito tra l'altro da un tipo di carta diverso da quello che caratterizza il corpo principale del manoscritto. In questo caso non compare alcun salto di numerazione né alcuna correzione sul numero 59. Osservando le pagine incollate possiamo notare, inoltre, che le pagine non più leggibili contengono comunque una parte di testo. In alcuni casi l'intervento di Guidobaldo si limitò ad eliminare alcune parti, come nel caso delle pagine 43 e 44, in altri casi egli sostituì una prima versione con una seconda, scritta su un foglio diverso incollato a sostituire la prima e rinumerato con il numero corretto.

Le osservazioni circa la numerazione delle pagine incollate sembrano confermare l'ipotesi già accennata, che ci proponiamo di dimostrare nel seguito, che la numerazione sia stata apposta da Guidobaldo contestualmente alla stesura del manoscritto.

Nel codice sono inseriti numerosi fogli di vari formati[3], costituiti da carta diversa, talvolta non numerati in maniera conforme alle altre pagine, ma caratterizzati da una numerazione apposta a matita ad opera forse di un bibliotecario. Tale numerazione a matita compare, talvolta, anche ad affiancare la numerazione originaria del codice, qualora essa risulti scarsamente leggibile[4]. Una parte dei fogli aggiunti è inserita direttamente nella rilega-

[2]In particolare la filigrana che caratterizza la quasi totalità del manoscritto del tipo "cappello di cardinale" è molto simile alla n. 3385 del catalogo Briquet); la carta *38bis* è simile alla 4385 del Briquet; il gruppo di pagine 1151 - 1157 è costituito da carta molto più sottile rispetto a quella del corpo principale del manoscritto. In particolare le carte 1156 e 1157 hanno la stessa filigrana (simile, ma non identica, alla 4836 del Briquet) e si presentano più corte rispetto alle altre del gruppo. La filigrana che compare nelle carte 1152 e 11573 è simile alla 7318 o 7319 del Briquet.

[3]Un elenco dei foglietti aggiunti è riportato nell'Appendice A.3.

[4]La doppia numerazione è presente nelle pagine 18, 25, 26, 46, 57, 70, 72, 74, 76, 235, 240, 242.

tura attuale del codice; un'altra parte contenente principalmente figure è fissata sulle pagine con colla o con nastro adesivo, frutto probabilmente di un restauro piuttosto recente.

Tra i fogli aggiunti, segnaliamo come caso particolare un gruppo di sette carte di varie dimensioni poste dopo la pagina 115, particolari poiché alcune di esse risultano scritte da una mano probabilmente diversa da quella di Guidobaldo. La grafia è effettivamente diversa da quella che caratterizza le altre parti del manoscritto: lo studio del contenuto, che esporremo in sintesi nel seguito, potrà forse fornirci qualche indizio circa la natura di queste carte aggiunte.

Nel corso del manoscritto appaiono oggi inchiostri di diverse tonalità: alcune parti risultano scritte con un inchiostro chiaro tendente al marrone; altre parti invece sono caratterizzate dall'uso di un inchiostro nero molto scuro. Particolarmente interessante è il fatto che in una stessa pagina si possano notare aggiunte e correzioni effettuate con inchiostri diversi, a testimonianza del fatto che l'autore sia intervenuto a più riprese sulle varie parti apportando modifiche talvolta anche significative.

1.2 Il contenuto

Sfogliando le *Meditatiunculae* emerge con particolare evidenza la natura estremamente composita di questo scritto che raccoglie, come il titolo stesso suggerisce, una serie di riflessioni riguardanti argomenti eterogenei affrontati con stili e fini differenti oltre che con lingue diverse. Su uno stesso argomento Guidobaldo ritorna a più riprese, esprimendosi ora in latino, ora in volgare e rinviando da una pagina all'altra, talvolta inserendo suggerimenti per l'integrazione delle varie parti. Proprio l'estrema alternanza di argomenti, in alcuni casi esauriti in pochissime pagine, rende difficile la comprensione e l'individuazione di un filo conduttore che unisca e dia coerenza interna anche alle varie parti.

Per rendere più chiaro quanto detto propongo nell'appendice A.1 un indice degli argomenti presentati, indicando le pagine del manoscritto in cui essi sono affrontati e la lingua usata nella trattazione.

L'elenco degli argomenti e dei problemi affrontati da Guibobaldo nelle *Meditatiunculae* ci permette di individuare alcuni temi che occupano uno spazio maggiore nella trattazione ed altri che compaiono una sola volta ed occupano uno spazio estremamente limitato, ad esempio la riflessione sull'infinito e l'infinità dei punti in una retta. Gli argomenti cui Guidobaldo dedica più spazio sono la prospettiva (trattata nelle pagine 155-180 e 188-228), i problemi astronomici (pagine 69-109 e 126-128), gli orologi solari ai quali l'autore ritorna in momenti diversi (pagine 1-5; 13-19; 23-26; 129-133; 153-154; 185-187). Seguono le carte geometriche, sulle quali torneremo nel prossimo paragrafo, la maggior parte delle quali dedicate alla risoluzione di problemi attraverso costruzioni per le quali, talvolta, sono imposte opportune condizioni spaziali. Pagine sparse sono dedicate, inoltre, a considerazioni di meccanica (sfera sul piano inclinato, suono di corde diverse, moto del proietto) o a considerazioni relative alla bilancia, la coclea, il timpano e le taglie. Varie pagine raccolgono, poi, analisi dettagliate di errori presenti in opere di altri autori o, più in generale, ad esposizioni discordanti rispetto a quelle proposte in opere altrui (*Contra Orontii Finei libellum*; errore di Commandino nel *De centro gravitatis solidorum*; contro i capitoli 2 e 3 della meccanica di Benedetti; errore di Francesco Barozzi[5])

Alla varietà dei temi corrisponde anche una diversità formale dell'esposizione: talvolta il testo si presenta ordinato, senza cancellature od aggiunte, appare suddiviso in proposizioni ed è corredato da figure precise, eseguite con riga e compasso e curate anche nei particolari. In altri casi, il testo appare, invece, più volte rielaborato così da risultare di difficile lettura a causa delle numerose integrazioni a margine ed in interlinea eseguite con una grafia estremamente minuta. A volte, sia la grafia sia le figure assai approssimative danno l'impressione di pagine scritte in fretta, o di un appunto veloce per un'idea ancora da sviluppare. Per questo motivo è molto difficile chiarire che cosa realmente rappresentassero le *Meditatiunculae* per il loro autore: ci sembra plausibile pensare alla *Meditaiunculae* quali una sorta di quaderno di appunti su cui l'autore lavorava talvolta annotando solo brevi riflessioni, talora elaborando intere teorie.

[5]Per un indice organizzato per argomenti si veda l'Appendice A.2.

1.3 La numerazione delle pagine ed il problema della datazione

Come abbiamo già avuto modo di osservare, le *Meditatiunculae* non contengono alcun esplicito riferimento alla data di stesura. In effetti, all'interno del codice troviamo un'unica data, apposta su di un foglietto che attualmente è incollato a pagina 238, cioè nella prima delle pagine bianche che chiudono il codice. In esso sono riportate alcune osservazioni astronomiche riferite all'agosto del 1587 in particolare in riferimento ai giorni 1, 2 e 17 del mese. La collocazione del foglietto alla fine del manoscritto è tuttavia del tutto inaffidabile: è estremamente probabile, infatti, che esso sia stato aggiunto in questa posizione in un restauro relativamente recente. Questa tesi trova conferma nell'esistenza di una versione microfilmata[6] del manoscritto in cui il foglietto in questione si trova collocato nella pagina 212. Non è stato possibile stabilire un collegamento tra questo foglietto ed una delle pagine del codice dal momento che non si trovano altre osservazioni di questo tipo. Per questo motivo è pressoché impossibile, allo stato attuale, stabilire l'esatta posizione del foglietto all'interno delle *Meditatiunculae.* Dobbiamo osservare, inoltre, che non è da escludere che tale foglietto possa essere stato inserito all'interno del codice delle *Meditatiunculae* senza che originariamente ne facesse parte. Quanto detto, lungi dal voler suggerire una risposta a tali interrogativi, vuole sottolineare la scarsa utilità di quest'unico riferimento temporale al fine di datare le *Meditatiunculae.*

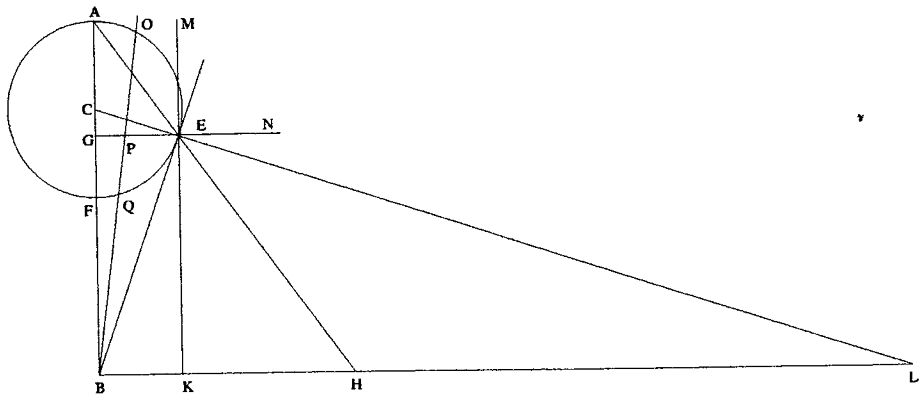
Il problema della datazione si presenta estremamente complesso a causa della varietà dei temi e degli stili presenti nel manoscritto che inducono a pensare che le varie parti possano essere state redatte in periodi anche molto lontani nel tempo. Da questo punto di vista ci sembra particolarmente importante il fatto che lo studio del contenuto ci ha permesso di dimostrare, senza dubbi ragionevoli, che la numerazione delle pagine fu apposta da Guidobaldo contemporaneamente alla stesura degli scritti. Questo elemento ci permette di affermare che l'ordine in cui si presentano gli argomenti coincide, con buona approssimazione, con l'ordine cronologico in cui le varie parti

[6] Ci riferiamo alla versione microfilmata in possesso del Dipartimento di matematica dell'Università di Pisa, acquistata nel 1988.

furono redatte. Indizi in questo senso sono forniti dai numerosi rinvii interni che citano in modo esplicito le pagine del manoscritto cui si vuole fare riferimento. Non credo sia utile elencare qui tutti i rinvii presenti nel testo (che riporto per completezza nella tabella dell'appendice A.4), tuttavia ritengo interessante illustrare alcuni esempi che mi sembrano particolarmente significativi e probanti e che, al tempo stesso, possono fornirci un saggio delle problematiche che Guidobaldo affronta nelle pagine di geometria. Propongo quindi tre diverse situazioni in cui è evidente la contemporaneità tra stesura e numerazione che vogliamo provare, con l'intento di trarre alla fine alcune conclusioni generali.

1.3.1 "Il problema della tangente" (pagine 34, 62, 63)

A pagina 34 delle *Meditatiunculae* Guidobaldo dimostra la seguente proprietà della tangente ad una circonferenza:



data la circonferenza AEF di centro C e di diametro AF, sia BE tangente alla circonferenza nel punto E. Sia EG perpendicolare ad AB.
Si avrà allora che:

$$AB : BF = AG : GF$$

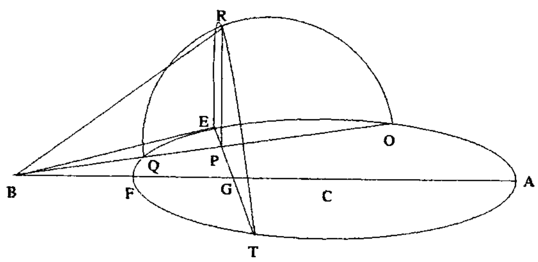
Questa proprietà della tangente alla circonferenza è dimostrata nella proposizione 36 del primo libro delle *Coniche* di Apollonio il cui enunciato, più generale, si riferisce con le opportune modifiche anche all'ellisse e all'iperbole. La dimostrazione di Apollonio, come sottolinea lo stesso Guidobaldo, procede però per assurdo, mentre il nostro autore presenta una prova diretta utilizzando semplicemente la similitudine dei triangoli AGE e ABH e il teorema 36 del III libro degli *Elementi* di Euclide. È chiaro che questa dimostrazione si adatta al caso della circonferenza di cui sfrutta peculiari proprietà, ma non funziona altrettanto bene nel caso dell'ellisse. Al termine della dimostrazione troviamo una generalizzazione di tale proprietà:

> se si prende una qualsiasi retta BO che intersechi la circonferenza in O ed EG in P si avrà:

$$\mathrm{OB} : \mathrm{BQ} = \mathrm{OP} : \mathrm{PQ}$$

Per la dimostrazione di questa seconda parte Guidobaldo rimanda a pagina 62: "*Quod infra demonstravimus 62.*"

Naturalmente il rinvio a pagina 62 è un'aggiunta successiva alla stesura, tuttavia il riferimento che da pagina 62 invita a tornare a pagina 34 non è a margine o in interlinea, ma all'interno del testo principale. Pagina 62, infatti, si apre con la frase "*Eadem construantur ut in 34*". Il riferimento, quindi, non può essere stato aggiunto in un secondo tempo, perché le costruzioni ed il risultato esposti nel corso della dimostrazione contenuta a pagina 34 sono l'indispensabile premessa della dimostrazione generale che segue.



Guidobaldo, infatti, dimostra la generalizzazione del teorema trasferendo il problema da una situazione piana ad una stereometrica cosicché la circonferenza AEF diventa il cerchio massimo della sfera di diametro FA e la retta QO il diametro del cerchio individuato nella sfera dal piano per QO perpendicolare al cerchio AFM.

Applicando alla circonferenza QRO quanto già dimostrato a pagina 34 si giunge alla conclusione voluta. Questo metodo dimostrativo può essere applicato anche al caso dell'ellisse (pag. 63) con l'avvertenza di parlare di ellissoide piuttosto che di sfera e di citare la proposizione 36 del III libro delle *Coniche* invece della proposizione di pagina 34, dal momento che la dimostrazione di Guidobaldo vale solo nel caso particolare della circonferenza e non è stata ampliata anche all'ellisse.

1.3.2 "L'errore di Orontius Fineus" (pagine 45, 46, 112)

Le pagine 45 e 46 sono dedicate a mostrare l'erroneità di una proposizione utilizzata da Orontius Fineus nel suo *De multangularum omnium et regularium figurarum descriptione*[7]. Si tratta di un trattatello in cui Fineus si propone di esporre un metodo semplice per costruire un poligono regolare in un cerchio o a partire da un segmento dato[8].

La proposizione considerata, di cui Guidobaldo cita testualmente l'enunciato di Fineus[9], può essere così riassunta:

> se due triangoli hanno due coppie di lati rispettivamente uguali allora i terzi lati stanno tra loro come gli angoli compresi tra i lati uguali.

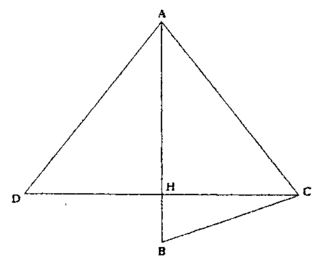
Guidobaldo costruisce due semplici controesempi, peraltro del tutto simili tra loro, che evidenziano in modo chiaro la falsità del teorema in questione.

Il primo controesempio è il seguente:

[7] Il trattato, il cui titolo completo è *Orontii Finei Delphinatis Regii Mathematicarum Lutatiae professoris, De absoluta rectilinearum monium et multangularum figurarum (quae regulares adpellatur) descriptione, tam intra quam extra datum circulum, ac super quavis oblata linea recta libellus hactenus desideratus*, occupa le pagine 41–71 di un volume contenente anche altre opere di Fineus. Cfr. [2].

[8] Dice testualmente Fineus: " Nam certam et universalem viam demum excogitavi, et conscripsi: qua multangula quaevis rectilinea atque regularis figura primum in circulo, deinde super quavis data linea, describi vel facile possit. Quod neminem hactenus tentasse, nedum absolvisse, nusquam legit vel audivi." Cfr. [2], p. 42.

[9] Cfr. [2], p. 45r.



sia ABC un triangolo isoscele sulla base BC. Si tracci CH perpendicolare ad AB e si prolunghi fino al punto D in modo tale che CH e DH risultino uguali. Otteniamo così un nuovo triangolo ADC isoscele sulla base DC ed avente i lati obliqui uguali a quelli del triangolo di partenza (AD = AB = BC). Si ha inoltre che l'angolo DAC è uguale a due volte l'angolo BAC. Secondo la proposizione sopra enunciata si dovrebbe avere allora che DC = 2BC. Questo è palesemente falso dal momento che il triangolo BHC è rettangolo in H e quindi BC è maggiore di HC.

La seconda prova non aggiunge di fatto nulla alla dimostrazione che del resto è già conclusa: ciò che interessa è dimostrare la falsità di un teorema e quindi un controesempio è sufficiente allo scopo.

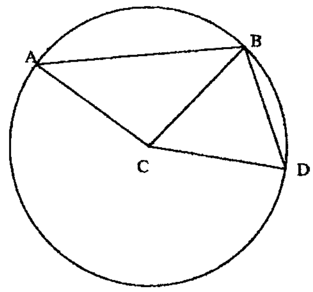
Al termine della trattazione dei due controesempi troviamo, però, aggiunta con carattere più piccolo rispetto a quello usato nel testo, la frase seguente: " *Universalium autem hoc demonstravimus pagina 112"*. La pagina citata, in cui si rimanda alle pagine 45 e 46 quale presupposto per comprendere i termini del problema, è occupata, infatti, nella seconda metà, dalla dimostrazione del fatto che non solo la proposizione è falsa, ma che, addirittura, è vero il contrario, almeno nel caso di triangoli isosceli.

Guidobaldo, infatti, non si limita a mostrare attraverso una particolare costruzione che la proposizione di Orontius Fineus non sempre è verificata, ma enuncia in modo esplicito il seguente teorema:

> siano dati i triangoli isosceli ABC e BCD i cui lati CA, CB, CD siano uguali. Si avrà allora che l'angolo ACB non ha con l'angolo BCD lo stesso rapporto che ha la base AB con la base BD.

Si nota immediatamente che neppure questo enunciato è "perfettamente vero" perché non tiene conto della possibilità, non esclusa dalle ipotesi, che i due triangoli ABC e BCD abbiano anche gli angoli al vertice uguali. Si avrebbero in questo caso due triangoli uguali e quindi il rapporto tra gli angoli al vertice sarebbe uguale al rapporto delle basi e la tesi risulterebbe falsa. Questo caso, in qualche modo "degenere", è di fatto escluso da Guidobaldo che assume implicitamente l'ipotesi che i due angoli debbano essere diversi.

La dimostrazione si sviluppa considerando i triangoli all'interno della circonferenza di centro C e raggio CA.



Si ha allora[10] che:

$$(AB)^{11}:(BD) > AB:CD$$

D'altra parte

$$(AB):(BD) = <ACB^{12}:<BCD$$

e quindi

$$<ACB : <BCD > AB : CD$$

1.3.3 Le pagine 138 – 142

L'ultimo esempio che presento riguarda le pagine 138-142 volte alla risoluzione del problema esposto in 139 e 140 e riassumibile nel modo seguente:

[10]Per giustificare questo passaggio Guidobaldo cita la settima proposizione de secondo libro delle *Metrices astronomicae* di Maurice Bressieu e la decima proposizione degli *Sphericis libro de sinubus* di Cristoforo Clavio. L'enunciato di tale proposizione è il seguente: In circulo sumptis duobus arcubus inaequalibus, quorum maiorum chorda maior sit, quam chorda minoris; maior est proportio arcus maioris ad minorem, quam chordae arcus maioris ad chordam minoris arcus. *C. Clavius Theodosii Tripolitae spahericorum libri tres*, cfr. [20], p.175.

[11]Per semplificare l'esposizione rappresentiamo tra parentesi tonde gli archi.

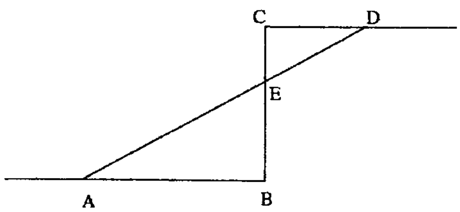
[12]Abbiamo usato la notazione <ACB per indicare gli angoli.

> dato un cono trovare, poste alcune condizioni di esistenza, un tronco di cono ad esso uguale avente la stessa altezza e per base un cerchio dato.

Le proposizioni delle pagine immediatamente precedenti e, come vedremo, successive si presentano come lemmi utili nella risoluzione del problema. In questo caso è possibile verificare come le pagine del manoscritto siano già numerate o almeno ordinate nel momento in cui Guidobaldo scrive.

Concentriamo la nostra attenzione sulla prima proposizione di pagina 138 che chiede dati due segmenti AB, BC di tagliare uno dei due, ad esempio BC nel punto E, in modo tale che il segmento intero e le due parti in cui risulta diviso l'altro segmento stiano in proporzione continua. Si richiede quindi che risulti AB : BE = BE :EC.

La costruzione che Guidobaldo propone lascia alquanto perplessi. Egli infatti si limita ad indicare il seguente procedimento.



Si dispongano i segmenti AB e BC ad angolo retto e dal punto B si conduca CD parallela ad AB. Si tracci, quindi, la retta AED in modo tale che risulti EB = CD. A questo punto, per la similitudine dei triangoli AEB e DEC avremo che

$$AB:CD=BE:EC.$$

Essendo per costruzione BE = CD si avrà:

$$AB:BE=BE:EC.$$

La trattazione segue con un'altra proposizione e quindi con l'esposizione del problema sopra enunciato seguito da un corollario, immediata conseguenza dei risultati ottenuti nel corso della risoluzione.

A questo punto troviamo la frase "*Quod propositum est in 138 aliter geometrice*[13] *invenire nempe*" cui segue la risoluzione effettiva, relativamente laboriosa, del problema proposto a pagina 138 e risolto in poche righe. Al tempo stesso nel lato destro del margine superiore di pagina 138 compare un "*Vide infra in 141*" e nello spazio tra le due proposizioni che occupano questa pagina la seguente precisazione: "*Quod autem problema fieri possit, ut ducta* AED*; EB sit ipsi* CD *aequalis, ex iis, quae infra in 141 142 demonstrata sunt; [..]*". Segue, ancora nell'aggiunta, la dimostrazione del fatto che se troviamo un punto E che verifica le proprietà richieste dal problema allora si avrà EB = CD. Non c'è riferimento al fatto che la prima costruzione presentata, indicata come meccanica, si limita in realtà a spostare il problema ad individuare la retta per A che intercetti su BC, dalla parte di B, e sulla parallela ad AB, dalla parte opposta rispetto ad A, due segmenti uguali. In effetti l'individuazione di una tale retta non è così immediata come la prima esposizione di Guidobaldo potrebbe far credere. La costruzione "geometrica" che Guidobaldo propone, l'unica costruzione effettivamente rigorosa, infatti, non segue questa via, cioè individua i due segmenti uguali che assicurano la soluzione del problema, ma affronta direttamente il problema nella sua versione originaria. Non riportiamo qui la risoluzione di tale problema: ci limitiamo ad osservare che il riferimento alla carta 138 è contemporaneo alla stesura delle pagine 141-142. Probabilmente Guidobaldo dopo aver risolto il problema principale si accorge di aver sottovalutato la dimostrazione del lemma che stiamo analizzando e decide di inserire la soluzione geometrica completa che occupa le intere pagine 141 e 142. Segue senza alcun salto di numerazione o inserimento di fogli non numerati la pagina 143.

La sistemazione del testo nelle varie carte ci permette di capire che l'inserimento della dimostrazione rigorosa è avvenuto immediatamente dopo il completamento della risoluzione del problema principale.

1.3.4 Alcune considerazioni

Le osservazioni raccolte nei paragrafi precedenti ci permettono di tracciare una prima ipotesi circa il significato delle *Meditatiunculae* che certamente

[13] *geometrice* è aggiunto in interlinea.

non vanno intese come una raccolta di appunti inizialmente sparsi, ma come un testo che, per quanto miscellaneo, ha una propria coerenza interna. Gli interventi successivi dell'autore, gli approfondimenti e le correzioni mostrano come nelle *Meditatiunculae* Guidobaldo raccogliesse materiale di lavoro sul quale talvolta tornava nel tentativo di chiarire o generalizzare quanto già trattato. Tutti gli esempi che ho riportato mostrano, infatti, un miglioramento od un ampliamento della trattazione dei temi ripresi. L'ordine in cui gli argomenti si presentano, quindi, non solo rispecchia l'ordine cronologico della stesura, ma mostra anche l'evoluzione e l'approfondirsi della riflessione di Guidobaldo sui singoli problemi.

1.4 Un indice guidobaldiano delle *Meditatiunculae*

Una conferma importante all'ipotesi appena delineata circa la natura unitaria delle *Meditatiunculae* è fornita dall'esistenza di un indice parziale del manoscritto steso dallo stesso Guidobaldo. Tale indice si trova alla carta 86 del manoscritto *ms 170/624* della *University of California Library* di Los Angeles.

Si tratta di un codice contenente oltre la copia della traduzione delle opere di Archimede di Commandino preparata per lo stampatore ed un testo di algebra, probabilmente di un allievo di Viète, anche una ventina di carte di mano di Guidobaldo, o comunque contenenti materiali guidobaldiani[14]. Le pagine che ci interessano sono quasi sempre numerate da 75 a 91: solo in qualche foglio non è possibile rinvenire alcuna numerazione. La lettura risulta spesso difficile, non solo per la grafia affrettata e per le numerose cancellature successive, ma anche per il tipo di carta talvolta estremamente sottile ed assorbente.

La carta 86*r*, autografa di Guidobaldo, contiene un elenco di argomenti trattati nelle *Meditatiunculae* con l'indicazione del numero di pagina in cui essi sono affrontati.

[14]Per una descrizione del manoscritto si veda P. Neville, *The Printer's Copy of Commandino Translation of Archimedes, 1558*, "Nuncius. Annali di Storia della Scienza, 1 (1986), p. 7-12.

Riportiamo in appendice B.1 la trascrizione di tale carta: possiamo notare che la logica con cui i temi indicati sono stati scelti non è affatto chiara. Osserviamo, tuttavia, che non ci sono riferimenti né alle pagine di astronomia, né a quelle sugli orologi solari e di prospettiva. Sono stati tralasciati evidentemente i temi sviluppati in maniera più sistematica o con maggiore ampiezza nelle *Meditatiunculae.*

Un'ipotesi possibile è che Guidobaldo abbia voluto elencare proprio le pagine più miscellanee, non confluite in nessuna trattazione organica. In effetti, come diremo con maggior ampiezza nel seguito, gli appunti sulla prospettiva e sui problemi astronomici si possono ritrovare, rielaborati ed ampliati, nel *Perspectivae libri sex*[15] e nei *Problematum Astronomicorum libri septem*[16]. Per quanto riguarda gli orologi solari, inoltre, sappiamo, da una lettera del figlio Orazio a Galileo, che tra gli scritti inediti lasciati da Guidobaldo compariva anche un trattato sugli orologi solari che oggi sembra perduto[17].

Indipendentemente dalle ragioni che indussero Guidobaldo a stilare questo indice parziale delle *Meditatiunculae*, è per noi importante notare come le pagine indicate corrispondano perfettamente a quelle del manoscritto parigino. Troviamo un'unica eccezione che ci sembra particolarmente interessante e che analizzeremo dettagliatamente nel prossimo capitolo.

Naturalmente l'esistenza di tale indice rappresenta per noi una conferma importante del fatto, già emerso dallo studio del codice delle *Meditatiunculae*, che Guidobaldo stesso organizzò il manoscritto nella sistemazione che ci è pervenuta[18] .

[15]Cfr. [30].

[16]Cfr. [32].

[17]Si tratta di una lettera datata 16 giugno 1610, di Orazio Del Monte a Galileo in cui leggiamo "Io mi ritrovo in essere alcune opere di mio padre b. m., che le vorrei dar fuori; ma li stampatori di Venetia mi hanno tradito troppo per le scorrettioni ne' Problemi Astronomici. Se fosse possibile che in Padova io fossi servito di buon correttore, io le darei fuori volentieri, perch'e son consigliato et importunato farlo, et le opere son curiose: La Coclea che inalza l'aqua, divisa in 4 libri; Opuscoli: *In Quintum*; *De motu terrae*; *De horologiis*; *De radiis in aqua refractis In nono (?) opere Scoti (?); De proportione composita*, et la fabrica di alcuni istromenti ritrovati da lui, delle quali tutte cose vi sono le figure intagliate." *Le Opere di Galileo*, cfr. [42], p. 371–372.

[18]Nel codice di Los Angeles troviamo anche un secondo indice delle *Medtatiunculae*. In questo caso, tuttavia, la grafia non è quella di Guidobaldo cosicché il documento ha

1.5 Il problema della datazione: le citazioni e la corrispondenza di Guidobaldo

La mancanza di alcun tipo di riferimento all'interno delle *Meditatiunculae*, ci ha indotto alla individuazione di un arco temporale probabile per la stesura delle *Meditatiunculae* attraverso l'analisi delle citazioni di opere a stampa all'interno del manoscritto e lo studio della corrispondenza di Guidobaldo — ci siamo limitati alla corrispondenza edita — evidenziando i possibili riferimenti ad argomenti accennati o trattati nelle *Meditatiunculae*.

Gli elementi emersi da questo studio tendono a datare il manoscritto in un periodo compreso tra il 1587 e il 1592. Naturalmente, ci rendiamo conto del fatto che i risultati emergenti da questo tipo di analisi sono talvolta solo indicativi e, purtroppo, non del tutto conclusivi.

Nell'esporre gli elementi emersi ci soffermeremo, talvolta, ad illustrare e commentare le pagine del manoscritto cui faremo riferimento, in modo da fornire un saggio delle tematiche affrontate da Guidobaldo nel manoscritto e dei diversi stili espositivi impiegati.

1.5.1 Le citazioni

Analizzando i riferimenti ad opere a stampa presenti nelle *Meditatiunculae*, abbiamo individuato un'unica citazione utile al fine di delimitare il periodo di possibile stesura del manoscritto. Le pagine 149-151 delle *Meditatiunculae* contengono una critica ad una proposizione dell'*Admirandum illud geometricum problema tredecim modis demonstratum*[19] del matematico Francesco Barozzi (Candia 1537- Venezia 1604).

Si tratta di un trattato relativo a curve dotate di asintoti[20], organizzato

per noi un interesse relativo. Riportiamo nell'appendice B.2 la trascrizione della carta contenente questo secondo indice.

[19] *Admirandum illud geometricum problema tredecim modis demonstratum Francisco Barocio Iacobi Filio Patritio Veneto Autore*, Venetiis, apud Gratiosum Perchacinum, sumptibus Io. Baptistae Fantini Patavini,1586.

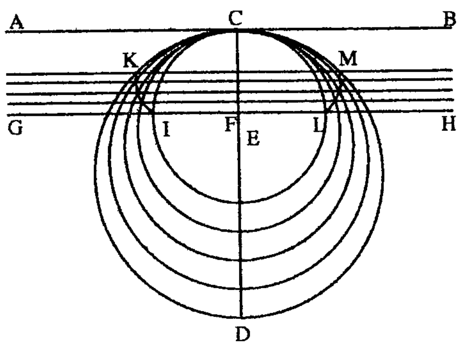
[20] Nella prefazione del suo testo Barozzi enuncia il "meraviglioso" problema che egli intende risolvere nel modo seguente: ***Ex omnibus autem admirandis in Geometria propositionibus una est caeteras admiratione, stuporeque superans, quippe quae demontrat duas in eodem plano posse describi lineas, quae nunquam adinvicem coincidant, etiam si***

in undici esempi con dimostrazione più alcune appendici contenenti un'analisi di errori di altri autori che si erano occupati della stessa materia, quali Verner, Cardano, Fineus e Peletier.

Il capitolo delle *Meditatiunculae* scritto a commento di tale *libellus* porta il titolo *Error Francisci Barocii* ed è seguito dal seguente sottotitolo:

> Decima demonstratio libri Francisci Barocii de lineis assymptotis omnino falsa est.

La decima *demonstratio* che Barozzi propone riguarda un fascio di corde, ciascuna relativa a uno di un insieme di cerchi di raggio diverso, tangenti ad una retta in uno stesso punto, e parallele a quella retta[21].



Guidobaldo si riferisce direttamente alla figura che compare nell'opera citata, che abbiamo riportato in figura:

> Nam cum inquit (in eius figura) lineam IK rectam esse non posse, decipitur.

Il fatto che l'opera di Barozzi sia stata pubblicata nel 1586 ci permette di datare le pagine delle Meditatiunculae ad essa relative in un periodo successivo tale anno. Da notare che in un passaggio Guidobaldo cita esplicitamente il numero della pagina dell'opera di Barozzi cui si sta riferendo — *pagina 101 eiudem libri* — cosicché non possiamo neppure avanzare l'ipotesi che Guidobaldo potesse aver visto una versione manoscritta ed eventualmente riferirsi ad essa.

---

in infinitum protrahantur: et quanto longius producuntur, tanto sibiinvicem propriores evadant. Admirandum illud geometricum problema, cfr. [19], p. 6.

[21] *Admirandum illud geometricum problema*, cfr [19], p. 164-166.

Molto interessante al fine di datare queste pagine delle *Meditatiunculae* è, inoltre, una lettera di Cristoforo Clavio a Francesco Barozzi, scritta il 29 novembre 1586, in cui il padre gesuita chiede chiarimenti circa lo stesso passaggio della decima dimostrazione che Guidobaldo contesta nelle *Meditatiunculae*.

> Di piu con incredibil desiderio aspetto il Pappo del Commandino, che segondo (sic) l'altro di mi scrisse il sig.nor Guidobaldo dei Marchesi del Monte, V.S. ha pigliato la cura di stamparlo, che sarà opera gratissima à molti. Et però vorrei sapere se presto uscirà in luce. Alcuni giorni sono, rilessi il libro di V.S. de admirando illo problemate, et inciampai in alcuni luoghi, li quali vorrei che V.S. mi favorisca d'esplicarli, perche facil cosa sarà, ch'io arrivi al vero senso di V.S. [...] L'altro luogo è nella demonstratione 10.a dove mi pare che V. S. non dimostri sufficientemente, che le linee IK, et LM, non possino essere rette, o circolari [...][22]

Il problema sollevato da Clavio coincide con l'obiezione mossa nelle *Meditatiunculae*: non convince la dimostrazione del fatto che la linea IL non possa essere né una retta né una circonferenza. La risposta di Barozzi a Clavio risale all'inverno del 1587[23]: l'autore spiega la propria soluzione distinguendola da quella del Peletier che egli stesso critica in una delle digressioni poste in appendice.

Vorremmo osservare che nel brano riportato Clavio fa riferimento ad una recente corrispondenza con Guidobaldo, in particolare ad una lettera, purtroppo perduta, in cui dovevano trovarsi riferimenti allo stesso Barozzi e all'impresa di stampare le *Collezioni matematiche* di Pappo[24]. Non è da

[22] *Christoph Clavius*, cfr. [49], Vol. 1 lett. 32, p. 83–86.

[23] *Christoph Clavius*, cfr. [49], Vol. 1, lett. 35, p. 91–99 e Vol. 2, nota 1 alla lettera 35, p. 67–68.

[24] La prima edizione delle *Collezioni matematiche* di Pappo venne stampata a Pesaro nel 1588 con il titolo *Pappi Alexandrini Mathematicae Collectiones. A Federico Commandino Urbinate in Latinum conversae, et Commentariis Illustratae*, cfr. [21]. Per notizie circa il coinvolgimento di Francesco Barozzi nella pubblicazione della traduzione di Commandino delle *Mathematicae Collectiones* di Pappo si veda l'articolo di L. Passalacqua, *Le "Collezioni" di Pappo: polemiche editoriali e circolazione di manoscritti nella*

escludere che in questi scambi epistolari Clavio e Guidobaldo avessero discusso dei problemi nascosti nella decima dimostrazione del libro di Barozzi, o che Clavio avesse sottoposto anche a Guidobaldo lo stesso problema.

Riteniamo plausibile pensare che la dimostrazione presentata da Guidobaldo nelle *Meditatiunculae* possa risalire al periodo tra la fine del 1586 e l'inizio del 1587.

La citazione dell'opera di Barozzi è per noi estremamente preziosa perché fornisce un termine *post quem* per la stesura delle *Meditatiunculae* che ha un carattere di certezza e di evidenza maggiore di quello attribuibile agli elementi emersi dall'analisi della corrispondenza, anch'essi peraltro estremamente interessanti.

1.5.2 La corrispondenza

Una prima lettera di Guidobaldo a Galileo, datata 16 gennaio 1588, fa riferimento ad un errore presente nel *De centro gravitatis solidorum* di Federico Commandino[25]; questo argomento viene trattato nelle *Meditatiunculae* nelle pagine 123-125 sotto il titolo:

> Ultima propositio Federici Commandini de centro gravitatis solidorum, ut notavimus in ipso libro, falsa existit; ac ratione restitui poterit. Et haec demonstratio est Cristophori Clavii e Societate Jesu.

Si tratta di pagine scritte con una grafia minuta ed ordinata in cui molto probabilmente Guidobaldo riporta fedelmente la dimostrazione inviatagli da Clavio.

Il brano della lettera citata è il seguente :

> Fra alcune lettere, che molti giorni sono occorsero fra il padre Clavio et me, io le scrissi che l'ultima del Commandino, De

corrispondenza di Francesco Barozzi con il Duca di Urbino, in "Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche", Vol. XIV, 1994, fasc. 1, p. 91–156.

[25] *Federici Commandini Urbinatis Liber de centro gravitatis solidorum*, Bononiae, ex officina Alexandri Benacii, 1565, p. 46-47.

> centro gravitatis solidorum, non era buona per non essere universale; il quale Padre mi mandò poi la sua dimostratione assai diversa da questa di V. S.[26]

La lettera di Clavio contenente la dimostrazione dell'ultima proposizione del *De centro gravitatis solidorum* cui Guidobaldo fa riferimento è purtroppo perduta. Non abbiamo quindi nessuna indicazione temporale precisa. Il 16 gennaio 1588 Guidobaldo parla di una corrispondenza con Clavio risalente a molti giorni prima. Tale indicazione temporale, ben lungi dall'essere puntuale, sembra indicare tuttavia un periodo di qualche mese, non certo di anni. Ci sembra plausibile, quindi, datare le pagine 123-125 ad un periodo successivo al 1587 e, in considerazione degli elementi precedentemente messi in luce circa la numerazione delle pagine delle *Meditatiunculae*, collocare posteriormente al 1587 le pagine seguenti il brano riportante la dimostrazione di Clavio.

Ancora datata 1588, e precisamente 16 settembre, è un'altra lettera di Guidobaldo a Galileo:

> Circa il problema propostoli delli tre circoli, Pappo nel quarto libro, alla decima propositione, mi fece venir voglia di trovarlo, perché Pappo non insegna di trovarlo; e così doppo molto fantasticare lo trovai, et lo mandarò a V.S., se ben io spero di servirmene un giorno in istampa; ma lei è tanto cortese verso di me, che non voglio mancare: ma non posso adesso, perché io l'ho fra certe mie carte, che Dio sa dove sono, per haver assai scombossalato il mio studio, essend'io stato fuori, dove mi bisognarà forse ritornare[27].

Il problema cui Guidobaldo accenna in questo brano è trattato all'interno delle *Meditatiunculae* alle pagine 37, 37bis e 38:

> *Problema a Comandino propositum ad Pappum pertinens*
>
> Tribus datis circulis inaequalibus sese tangentibus circulum describere qui omnes contingat.

[26] *Le opere di Galileo Galilei*, cfr. [42], Vol. XX, p. 26.
[27] *Le opere di Galileo Galilei*, cfr. [42], Vol. XX, p. 37.

Guidobaldo inviò a Galileo la propria soluzione al problema dei tre cerchi[28], come testimonia una seconda lettera di Guidobaldo a Galileo datata 7 ottobre 1588, in cui leggiamo:

> Mand'a V. S. il problema che mi adimandò e mi escusi se sono stato troppo a mandarglielo. Se lo mandarà in Fiandra, di gratia lo accomodi come gli piacerà, perché glielo mando così come io l'ho trovato tra certe mie cartaccie. Haverò caro d'intendere se le sarà piaciuto[29].

Queste lettere forniscono un riferimento temporale che, ancorché in modo approssimativo, ci permette di collocare precedentemente al 1588, sicuramente precedente il 16 settembre, gli studi di Guidobaldo circa i tre cerchi di Apollonio.

Prima di proseguire con l'analisi della corrispondenza vorremo osservare che le pagine circa il problemi dei tre cerchi di Apollonio non solo le sole delle *Meditatiunculae* ad avere un qualche legame con l'opera di Pappo. Questo può essere rilevante al fine della datazione poiché l'opera del matematico alessandrino fu pubblicata solo nel 1588. Dobbiamo ricordare tuttavia, che nelle complesse vicende che portarono alla pubblicazione delle *Collezioni matematiche* di Pappo, nella traduzione latina di Federico Commandino, Guidobaldo ebbe un ruolo di primo piano tanto che alla fine fu egli stesso incaricato di curare l'edizione che vide la luce nel 1588, ben 13 anni dopo la morte del traduttore.

Nell'ambiente matematico-scientifico si era creato un clima di curiosità e di attesa nei confronti di questo testo, unico, tra i principali testi della matematica greca disponibili non ancora tradotto e stampato.

La pubblicazione benché tarda diede inizio ad una serie di ricerche estremamente interessanti: attraverso questo testo si poterono conoscere opere non pervenute, almeno in greco, di cui Pappo riporta riassunti o commenti e per le quali talvolta introduce particolari lemmi. Solo dopo la pubblicazione

[28] La soluzione di Guidobaldo individua il centro del cerchio cercato quale intersezione di due iperboli di cui i centri di due dei cerchi dati sono i fuochi e dei quali sono dati in modo opportuno l'asse e la quarta parte della figura. Approfondiremo nel prossimo capitolo la soluzione del problema proposta da Guidobaldo.

[29] *Le opere di Galileo Galilei*, cfr. [42], Vol. XX, p. 37.

di quest'opera, ad esempio, fiorirono gli studi su curve "speciali", quali la quadratrice, la cui definizione avviene tramite una descrizione "meccanica", attraverso la composizione di due moti uniformi.

Guidobaldo aveva a disposizione la traduzione manoscritta di Commandino e su essa avrebbe potuto lavorare, e verosimilmente lavorò per rendere possibile l'edizione, ancor prima del 1588. Nelle *Meditatiunculae*, in effetti, troviamo tracce dell'interesse che Guidobaldo dimostrò nei confronti dell'opera di Pappo. Anch'egli dovette essere colpito da alcuni problemi proposti da Pappo e talvolta già affrontati da Commandino, dalle proprietà della curva quadratrice o della spirale entrambe utilizzabili per dividere l'angolo secondo un rapporto dato. Così alcune pagine delle *Meditatiunculae*, in cui il riferimento all'opera di Pappo e a Commandino è esplicito, ripropongono risultati e problemi tratti dalle *Collezioni matematiche*. Le pagine a cui mi riferisco si trovano concentrate nella parte iniziale del manoscritto; in particolare, troviamo un primo gruppo da pagina 34 a pagina 38 cui segue una pagina isolata (pagina 53).

Le pagine 35 e 35 *aliter* sono dedicate alla dimostrazione di un teorema utilizzato da Pappo nel corso della dimostrazione del proposizione 62 del VII libro delle *Collezioni* che può essere enunciato nel modo seguente:

> Se in un triangolo ABC si tracciano le altezze AH e BK che si intersecano nel punto M, la retta CM risulterà essere perpendicolare ad AB.

Possiamo riformulare l'enunciato dicendo semplicemente che le tre altezze di un triangolo si intersecano in uno stesso punto. La formulazione data da Commandino e, quindi, da Guidobaldo rispecchia l'uso che di questo teorema fa Pappo nella proposizione già citata delle *Collezioni*.

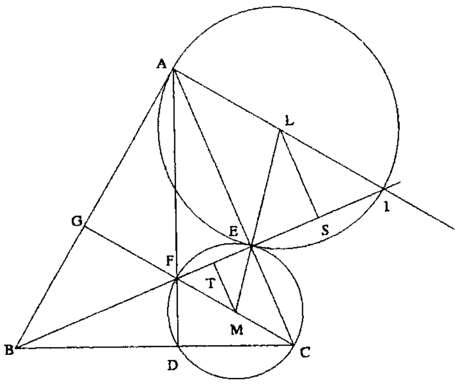
In questo caso Guidobaldo non fa che riportare la dimostrazione che Commandino aveva inserito nella sua traduzione[30]. In effetti, mettendo a confronto i due testi ho potuto constatare una quasi perfetta corrispondenza: non solo la dimostrazione è formalmente identica, ma anche la struttura sintattica e le modalità espressive spesso coincidono. Solo alcune lettere della figura risultano cambiate.

---

[30]Cfr. [21], p. 198 v.

La dimostrazione di Commandino che Guidobaldo riporta appare, tuttavia, errata: nel corso della prova si usa infatti in maniera implicita la tesi stessa.

La proposizione è la seguente:



Sia ABC un triangolo acutangolo e siano le rette AD e BE rispettivamente perpendicolari a BC e AC. Sia F il punto di intersezione di AD e BE. Occorre dimostrare che la retta congiungente i punti C ed F è perpendicolare ad AB, cioè è la terza altezza del triangolo ABC.

Possiamo schematizzate la dimostrazione nel modo che segue:

1. Sia AI perpendicolare ad AB. Siano M ed L i punti medi rispettivamente dei segmenti FC ed AI. Il cerchio di centro M e raggio FM passa per E e D ed il cerchio di centro L e raggio LI passa per E (per la proposizione 31 del terzo libro degli *Elementi* di Euclide).

2. La retta congiungente i punti L M passa per E (per la proposizione 12 del terzo libro degli *Elementi*).

3. Sia T il punto medio di EF. I triangoli EMT ELS sono simili e quindi i triangoli FME e ELI sono equiangoli. Ne segue che l'angolo MFE è uguale all'angolo EIL e quindi (per la proposizione 29 del primo libro degli *Elementi*) la retta GMC è parallela alla retta AI. Essendo per costruzione AI perpendicolare ad AB sarà anche GMC perpendicolare ad AB.

La dimostrazione non è corretta perché l'affermazione contenuta al punto 2, cioè il fatto che la retta LM passi per il punto E, è vera solo se i due cerchi sono tangenti e quindi, implicitamente, se la retta AI è parallela a CF. In caso contrario i cerchi non saranno tangenti. Nel momento in cui si assume implicitamente che i cerchi siano tangenti nel punto E si suppone la tesi.

Riportando la dimostrazione di Commandino, Guidobaldo non si accorge del circolo vizioso: non troviamo, infatti, alcun commento al riguardo ma si limita a generalizzare il teorema ai triangoli ottusangoli o rettangoli riconducendosi al caso già esaminato.

La pagina 53 riassume le proposizioni 35 e 35 *aliter* del IV libro delle *Collezioni*. Della prima, tuttavia, Guidobaldo non presenta alcuna dimostrazione limitandosi ad osservare che Pappo nel IV libro delle *Collezioni matematiche* insegna a trovare angoli incommensurabili attraverso la linea quadratrice (*per lineam quadrantem*) purché questi angoli siano minori dell'angolo retto. Per quanto riguarda, invece, la proposizione 35 *aliter*, in cui per lo stesso scopo si utilizza la curva spirale, Guidobaldo presenta l'intera dimostrazione senza apportare alcun cambiamento rispetto a quella di Pappo.

Come abbiamo già avuto modo di accennare, Guidobaldo partecipò alla pubblicazione delle *Collezioni matematiche* di Pappo, cosicché non è possibile dedurre dalle citazioni relative a tale opera una precisa informazione per la datazione. Riteniamo molto probabile, tuttavia, che possa trattarsi di appunti e osservazioni elaborati da Guidobaldo nel periodo in cui lavorò alla preparazione dell'opera per la stampa, in un periodo prossimo al 1588. Sappiamo, infatti, che l'intervento di Guidobaldo nell'impresa della pubblicazione delle *Collezioni matematiche* è databile all'inizio del 1587 dal momento che nel dicembre 1586 tutti i manoscritti di Commandino erano ancora in possesso di Francesco Barozzi, inizialmente incaricato dagli eredi di Commandino di curare la stampa. Il 6 dicembre '86 Barozzi provvedeva ad inviare tutto il materiale al duca di Urbino il quale avrebbe incaricato Guidobaldo di curare egli stesso la stampa.

Una lettera di Guidobaldo a Giulio Veterani, segretario del Duca dei Urbino, datata 12 agosto 1587, testimonia che in quel periodo Guidobaldo era già coinvolto nell'impresa che si trovava in uno stato relativamente avanzato visto che il sesto libro era già in fase di stampa e si stava lavorando alla sistemazione del settimo[31]:

> fra un mese e forsi manco darà finito di stampar il sesto libro di Pappo. E perché [...] si aspettava il settimo libro in greco da Roma per poter accomodare questo latino, desidero di saper se verrà perché non bisognerebbe come sarà finito il sesto libro, far poi trattener la stampa ma se non verrà io farò stampare questo settimo come si ritruova, e lascerò li spatii in alcuni luoghi dove manca qualche cosetta, la qual darà credito, che quelli che leggeranno s'immagineranno che 'l Commandino non gli ponesse l'ultima mano, e quelli che l'hanno fatto stampar, non hanno voluto alterar' pur' una sillaba di quello che ha lasciato scritto il Comandino. Come si dirà nella lettera dedicatoria[...][32]

Il 1587 è quindi il periodo in cui Guidobaldo iniziò ad interessarsi all'opera di Pappo in maniera sistematica al fine della pubblicazione: ci sembra plausibile far risalire a questo periodo le pagine delle *Meditatiunculae* dedicate all'opera di Pappo, che tra l'altro sono concentrate nella prima parte del manoscritto

Dobbiamo osservare, inoltre, che molti argomenti trattati nellà prima parte delle *Meditatiunculae* sono citati in lettere datate 1588: può trattarsi di una semplice coincidenza, ma ci sembra probabile che il periodo di stesura di tali appunti sia molto vicino a questa data.

Proseguendo con l'analisi della corrispondenza di Guidobaldo troviamo un'altra lettera datata 1558, esattamente 8 dicembre 1588, di Guidobaldo a Federico Bonaventura:

> Haverei ben caro, che V. S. mandasse fuori questi due suoi libri, che so che mi serviranno a me per citarlo, et lo farò volentieri, massime che ho in capriccio che la terra si muova, et questo in via d'Aristotele. Ma sono cose che (come lei sa meglio di me) bisogna prima pensarci bene, e non le lascerei vedere se

[31] Le notizie che riportiamo circa le vicende che portarono alla pubblicazione delle *Collezioni Matematiche* di Pappo sono tratte dal già ciato articolo di L. Passalacqua, cfr[64].

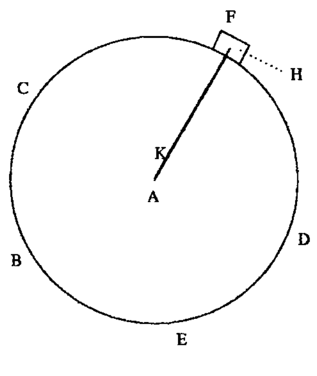
[32] G. Arrighi, *Un grande scienziato italiano*, cfr. [41], p.192.

> prima non havessi il consenso di primi filosofi. Acciò mi faccino accorger del mio errore, se vi è, perché io da me stesso confesso, che non me ne so accorgere. E quanto più ci penso tanto più mi ci confermo. Tra i primi voglio il suo giuditio stimato da me più forsi (per dir così), di quello, che lei si crede[33].

In questo passo Guidobaldo espone con estrema cautela il proprio sospetto che la terra non sia immobile al centro dell'Universo, ma si muova di un movimento che troverebbe spiegazione all'interno della teoria aristotelica. La pagina 54 delle *Meditatiunculae* contiene, esattamente, una dimostrazione del fatto che la terra si muove basata esclusivamente sulla definizione di centro di gravità e sulla affermazione della fisica aristotelica per cui ogni grave tende al centro del mondo.

Analizziamo nel dettaglio il ragionamento che conduce Guidobaldo ad ipotizzare un movimento terrestre.

Sia il punto A il centro del mondo e BCDE rappresenti il globo terracqueo. Essendo BCDE grave ed immobile si dovrà avere che il centro di gravità di BCDE si trova nel centro del mondo. Il punto A sarà dunque anche il centro di gravità di BCDE, cosicché, per definizione di centro di gravità, le parti del globo si faranno equilibrio intorno ad A (*partes undique aequeponderent*).



In questo passo Guidobaldo fa riferimento alla definizione di centro di gravità che, ispirandosi a Pappo e a Commandino, egli presenta nel *Mechanicorum liber* prima e, successivamente, nei *Duos Archimedis aequeponderantium libros paraphrasis.* Se le due definizioni si presentano in maniera del

[33]Biblioteca Comunale di Forlì, Ms Autografi Piancastelli 755 (1), lettera pubblicata in Domenico Bertoloni Meli, *Guidobaldo dal Monte and the Archimedean Revival*, "Nuncius", anno VII, 1992, p. 3-34.

tutto analoga, nella parafrasi all'equilibrio dei piani Guidobaldo si sofferma più a lungo sull'argomento: dopo avere osservato che non sempre il centro di gravità divide la figura in due parti uguali[34], dimostra che il centro di gravità di un corpo posto in quiete al centro del mondo coincide con il centro del mondo stesso[35]. A partire da questi presupposti Guidobaldo può facilmente affermare che il centro di gravità della terra coincide con il centro del mondo.

Se in un punto qualsiasi del globo terrestre aggiungiamo un peso F, il cui centro di gravità sia H, il centro di gravità del sistema BCDE-F si troverà sul segmento AH in punto K tale che:

$$HK:AK=BCDE:F$$

Il punto K, essendo un centro di gravità, tende per propria natura a muoversi verso il centro del mondo, quindi K si muove verso A e quindi si muoveranno anche BCDE e F. Da queste considerazioni segue che il globo terracqueo si muove quando si aggiunga sulla superficie terrestre un qualche peso: si muoverà quindi, conclude Guidobaldo, molto spesso per quanto impercettibilmente.

Vorremmo rilevare che se da una parte sembra notevole l'influenza della teoria Archimedea sull'equilibrio, citata da Guidobaldo nel richiamare la legge della leva, tuttavia il ruolo di tale legge nella dimostrazione è minimo se non addirittura nullo. Ciò che è determinante nel ragionamento di Guidobaldo, infatti, non è l'esatta posizione del punto K sul segmento AH, e neppure il fatto che il punto K sia situato su tale segmento, ma la semplice osservazione che il centro di gravità di un corpo cambia se si aggiunge ad esso un altro peso. Se volessimo seguire Archimede, inoltre, non avremmo bisogno di invocare la tendenza del centro di gravità a muoversi verso il centro del mondo, ma sarebbe sufficiente osservare che se ad un sistema in equilibrio intorno ad un punto aggiungiamo un peso, il sistema non sarà più in equilibrio e si muoverà. Guidobaldo sente la necessità di spiegare il

[34] L'espressione "il centro di gravità non divide la figura in sue parti uguali" può risultare oscura; a questo proposito si legga quanto osservato pagina 44.

[35] *Guidiubaldi e Marchionibus Montis in duos Archimedis Aequiponderantium libros paraphrasis*, cfr. [29], pag. 8, 9, 10.

motivo di tale movimento invocando la propensione propria del centro di gravità a muoversi verso il centro del mondo.

Si potrebbe osservare, inoltre, che il ragionamento di Guidobaldo non tiene conto del fatto che la costruzione di torri o di case sulla superficie terrestre non rappresenta un'aggiunta di un nuovo peso su un globo terracqueo in qualche modo immutato, ma eventualmente lo spostamento di un peso all'interno di un sistema in equilibrio. Se da un punto di vista qualitativo il ragionamento mantiene una propria validità, ci sembra che la dimostrazione diventi eccessivamente semplificata nel momento in cui Guidobaldo tenta di esprimere in forma matematica l'esatta posizione del nuovo centro di gravità.

Le osservazioni appena svolte ci permettono di riscontrare anche in questo frammento la tendenza, propria del Guidobaldo della *Parafrasi*, a fondere la teoria aristotelica o pseudo-aristotelica, con la teoria geometrica archimedea. Per quanto detto sopra risulta evidente il fatto che in questa pagina l'impostazione aristotelica sia prevalente e centrale rispetto ad una matematizzazione che risulta puramente formale ed estrinseca. Risultano giustificate quindi le parole dello stesso Guidobaldo che annuncia di avere *in capriccio che la terra si muova, et questo in via d'Aristotěle.* La lettera citata potrebbe fornire un utile indizio per datare precedentemente al 1588 la pagina 54 delle *Meditatiunculae.*

Sono più tarde, invece, le lettere in cui possiamo trovare riferimenti a studi relativi alla coclea argomento trattato peraltro in maniera molto limitata nelle *Meditatiunculae.* In particolare abbiamo due lettere di Guidobaldo a Galileo: nella prima del 3 agosto 1589 l'autore parla dei propri lavori sull'argomento come di "poche cosette sopra la cochlea" che è necessario copiare "per esserci molte rimesse".

> Io sono venuto a star in villa a un mio luogo, et mi ha bisognato portar molte cose, et per conseguenza mettere sotto sopra il mio studio; e così mi perdoni se non gli mando queste mie poche cosette sopra la cochlea, che presto glie le mandarò, perché mi bisogna copiarle per esserci molte rimesse, essendo questa la prima bozza[36].

[36] *Le opere di Galileo Galilei*, cfr. [42], Vol. XX, p. 41.

Nella seconda epistola, datata 10 aprile 1590, Guidobaldo promette a Galileo l'invio di altri risultati trovati sulla coclea al momento non ancora sistemati.

> Io ho poi trovato alcun'altre cose sopra la cochlea, le quali non l'ho ancor ben scritte. Come io le haverò in esser, so che mi favorirà di vederle, perché gliele manderò, perché come io havrò il suo giuditio, sarò satisfatto[37].

Appunti sulla coclea si trovano all'interno delle *Meditatiunculae* in due diversi punti del manoscritto: un primo gruppo di tre pagine (57-57bis-58) è scritto in latino ed è caratterizzato dalla presenza di numerose correzioni ed aggiunte che rendono talvolta estremamente difficile la lettura. Si tratta, quindi, di brevi note contenenti interventi ripetuti da parte dell'autore cosicché non è da escludere che si possa trattare delle *poche cosette sopra la coclea* cui Guidobaldo fa riferimento nella sua lettera a Galileo.

La seconda pagina delle *Meditatiunculae* dedicata alla coclea (134) è scritta in volgare e si presenta in forma estremamente ordinata, fatta eccezione per la figura tracciata in maniera del tutto approssimativa. Non si trovano né aggiunte né correzioni, cosicché è plausibile immaginare che si tratti di una sistemazione in bella copia di materiale già elaborato.

Anche in questo caso non è possibile datare con estrema certezza le pagine sulla coclea a partire dalle lettere citate, tuttavia ci sembra probabile l'ipotesi che gli appunti delle *Meditatiunculae* siano precedenti la lettera del 1589, essendo essi talmente ridotti e frammentari da non far pensare che possa trattarsi del materiale che Guidobaldo pensa di sottoporre al giudizio di Galileo[38].

Altre due lettere di Guidobaldo a Galileo sono estremamente interessanti dal punto di vista della datazione, poiché ci permettono di stabilire un termine *ante quem* per la stesura delle parti delle *Meditatiunculae* relative alla teoria prospettica, alla quale si fa riferimento nelle due lettere. Nella prima, datata 10 gennaio 1593, Guidobaldo afferma di stare lavorando alla sua prospettiva, in particolare alla parte iniziale che vorrà poi sottoporre al giudizio di Galileo.

[37] *Le opere di Galileo Galilei*, cfr. [42], Vol. XX, p.43.

[38] Per una descrizione del contenuto delle pagine sulla coclea, in relazione anche all'opera edita sull'argomento si veda il paragrafo C.3.

> La mia Prospettiva mezzo dorme e mezzo vegghia, ché, a dir il vero, io ho tante le occupationi, che non mi lasciano respirare; e per queste cose bisognarebbe esser libero da ogni fastidio: pur la voglio finire, et hora sono atorno per accomodargli il principio, trattando dove si ha da metter l'occhio acciò le cose si possino veder secondo che vogliamo: ma non ho ancora trovato ogni cosa: e prima di ogn'altra cosa ci vorrò poi il suo giudizio[39].

Più esplicite sono le indicazioni che Guidobaldo fornisce nella seconda lettera a Galileo scritta pochi mesi dopo, il 3 settembre 1593 in cui l'opera sulla prospettiva di cui si parla appare essere quasi pronta per la stampa, o comunque tale da richiedere all'autore un intervento di sola rifinitura, oltre che di completamento delle figure.

> Mi saria stato carissimo che V. S. fusse passato di qua, ché, oltre al contento, gl'haverei mostrato volentieri alcune cose della mia Prospettiva, la quale in questo verno spero di finirla, et ho già dissegnato i due terzi delle figure, e vo risecando e levando via più cose che posso, perché in vero mi riesce lunga: e circa il darla fuori, mi sarà necessario d'aspettar che le figure si finischino d'intagliare, che Francesco mio servitore non ci pò troppo attendere, si che non credo possino esser finite di qui a un anno. Io desidero di levarmela dinanzi, che non la posso più vedere; anzi sono in animo di mandar fuora prima la Prospettiva, e poi la Coclea[40].

La teoria prospettica di Guidobaldo doveva quindi essere stata pienamente elaborata, quanto meno dal punto di vista dell'impianto teorico, prima del gennaio '93. Le pagine delle *Meditatiunculae* sulla prospettiva (154-180; 188-228) in cui, come vedremo meglio nel seguito, la teoria prospettica viene delineandosi attraverso una serie di successivi cambiamenti, rielaborazioni ed aggiustamenti, sono così databili in un periodo precedente il gennaio 1593. Da notare che la seconda parte della prospettiva si chiude quasi alla fine del manoscritto; ricordiamo che l'ultima pagina scritta è la 238 cosicché

[39] *Le opere di Galileo Galilei*, cfr. [42], Vol. XX, p. 54.
[40] *Le opere di Galileo Galilei*, cfr. [42], Vol. XX, p. 62

il termine *ante quem* individuato per la prospettiva può essere esteso alla maggior parte del manoscritto.

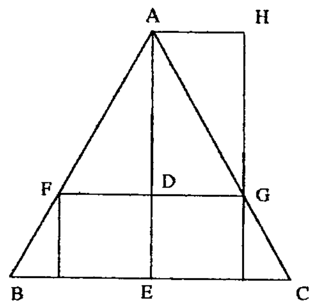
1.5.3 Pagina 116 delle *Meditatiunculae*

La datazione di alcune parti del manoscritto può talvolta derivare dal confronto delle note su un singolo argomento in esso contenute e la sistemazione che di esse possiamo trovare nelle opere edite di Guidobaldo. Questo è il caso della pagina 116 delle *Meditatiunculae* in cui Guidobaldo dimostra una proposizione che, ampliata e con una presentazione maggiormente articolata, troviamo anche nella *Parafrasi* all'*Equilibrio dei piani* di Archimede. Il fatto che si trovino appunti su soggetti trattati anche in testi editi non autorizza a pensare che gli appunti debbano necessariamente precedere l'opera a stampa. In questo caso, tuttavia, l'analisi della pagina manoscritta confrontata con l'opera edita permette di affermare che le osservazioni appuntate nelle *Meditatiunculae* precedano cronologicamente la *Parafrasi.*

Il teorema di pagina 116 delle *Meditatiunculae* è il seguente:

> Figura per centrum gravitatis in duas partes secta non semper in partes dividitur aequales.

Abbiamo ritenuto opportuno riportare solo la forma latina poiché, ci sembra, una traduzione avrebbe dovuto risolvere un'ambiguità implicita nell'enunciato stesso. L'oscurità è essenzialmente contenuta nelle parole *figura per centrum gravitatis in duas partes secta*: come possiamo tradurre questa espressione? Potrà risultare interessante notare che Guidobaldo non chiarisce se ci si riferisca ad una figura piana o solida. In ogni caso, una figura non può essere divisa in due parti da un punto, sia essa solida o piana: sarà necessario pensare ad una retta nel caso di una figura piana, di un piano nel caso di una figura solida. Leggendo *figura per centrum gravitatis in duas partes secta* si dovrà perciò intendere una figura piana tagliata da una retta passante per il centro di gravità, o figura solida tagliata con un piano passante per il centro di gravità. È necessario quindi interpretare. Ci sembra, tuttavia, che questa interpretazione, coinvolgente peraltro anche una distinzione in casi, sia tutt'altro che evidente per un possibile lettore della pagina delle *Meditatiunculae.* Naturalmente leggendo la dimostrazione il significato del teorema diventa più chiaro pur restando in qualche modo non esplicitata l'ambiguità circa il tipo di figura cui ci si sta riferendo. In effetti, il teorema da dimostrare è la negazione di una proposizione universale: sarà sufficiente mostrare un controesempio per ottenere una dimostrazione. Esattamente questa è la via che Guidobaldo segue nelle sue note proponendo un caso particolarmente semplice da studiare, quello del triangolo, in cui la validità del teorema è facilmente deducibile ricorrendo a proposizioni degli *Elementi* di Euclide oltre che a precise conoscenze sulla posizione del centro di gravità nel triangolo[41].



Sia dato il triangolo equilatero ABC avente nel punto D il proprio centro di gravità. Per tale punto si tracci FDG parallela a BC.

Si dimostrerà che le due parti in cui il triangolo è diviso dalla retta FDG non sono tra loro uguali, ma il trapezio FBCG risulta maggiore del triangolo AFG.

Essendo D il centro di gravità del triangolo si ha che AD = 2DE.
Ne segue che:

$$par(\mathrm{AG}) = 2par(\mathrm{DK}).$$

Poiché $par(\mathrm{AG}) = tr(\mathrm{AFG})$ e $2par(\mathrm{DK}) = par(\mathrm{FK})$ si ha che:

$$tr(\mathrm{AFG}) = par(\mathrm{FK}).$$

Essendo $par(\mathrm{FK}) < trp(\mathrm{BFGC})$ segue la tesi cioè:

$$tr(\mathrm{AFG}) < trp(\mathrm{BFGC}).$$

[41] Nel riportare la dimostrazione abbiamo utilizzato le seguenti abbreviazioni: $par(\mathrm{AG})$ per indicare il parallelogramma di vertici opposti A e G; $tr(\mathrm{ABC})$ per indicare il triangolo di vertici A, B e C; $trp(\mathrm{BFGC})$ per indicare il trapezio di vertici B, F, G e C.

Possiamo chiederci quale possa essere il significato di un teorema di questo tipo in cui Guidobaldo indaga circa le proprietà geometriche di un punto la cui definizione richiama proprietà legate alla gravità, ad un attributo dei corpi o delle figure, quindi, la cui connessione con le caratteristiche geometriche non è evidente. Se al lettore della singola pagina delle *Meditatiunculae* può sfuggire la motivazione di un'osservazione di questo tipo, risulterebbe invece abbastanza naturale capirne il senso se la pagina analizzata fosse inserita nel giusto contesto. Vorremmo osservare che questo tipo di teorema sarebbe pienamente giustificato in un'opera in cui il centro di gravità fosse definito, caratterizzato e quindi individuato all'interno di particolari figure geometriche. In effetti, lo stesso teorema, in questo caso con un'aggiunta chiarificatrice nell'enunciato si trova collocato alla fine del primo libro della *Paraphrasis* all'*Equilibrio dei piani*, dopo essere stato anticipato nella *praephatio* tra i vari commenti che Guidobaldo pospone alla definizione di centro di gravità.

Ricordiamo, a questo, proposito che il primo libro dell'*Equilibrio dei piani di Archimede*, contenente oltre alla dimostrazione della legge della leva anche la determinazione del centro di gravità di alcune figure piane, quale il parallelogramma, il triangolo ed il trapezio, non contiene alcuna definizione di centro di gravità. L'opera si apre con alcuni postulati sull'equilibrio e sul centro di gravità, senza che né l'uno né l'altro siano stati definiti. La definizione di centro di gravità che viene assimilata ed utilizzata nel corso del Cinquecento da chi si occupò di questa materia è tratta dall'ottavo libro delle *Collectiones mathematicae* di Pappo. Lo stesso Guidobaldo che sia nel *Mechanicorum liber*, sia, più approfonditamente, nella *Paraphrasis* si occupa di equilibrio e di centri di gravità riporta la definizione di Pappo con un commento inserito da Federico Commandino nel suo *De centro gravitatis solidorum*.

Leggiamo all'inizio del *De libra* all'interno del *Mechanicorum liber*:

> Centrum gravitatis uniuscuiusque corporis est punctum quoddam intra positum, a quo si grave appensum mente concipiatur, dum fertur, quiescit; et servat eam quam in principio habebat positionem: neque in ipsa latione circumvertitur[42].

[42] Questa definizione è sostanzialmente identica a quella che compare nella prima edizio-

> Hanc centri gravitatis definitionem Pappus Alexandrinus in ocatvo Mathematicarum collectionum libro tradidit. Federicus vero Commandinus in libro de centro gravitatis solidorum idem centrum describendo ita explicavit.
>
> Centrum gravitatis uniuscuiusque solidae figurae est punctum illud intra positum, circa quod undique partes aequalium momentorum consistunt. Si enim per tale centrum ducatur planum figuram quomodocunque secans semper in partes aequeponderantes ipsam dividet[43].

Nella *Paraphrasis* Guidobaldo ripropone quanto già presente nel *Mechanicorum* presentando, però, le due caratterizzazioni del centro di gravità come due diverse definizioni, la prima attribuita a Pappo, la seconda a Commandino.

Proprio la seconda definizione o descrizione porta Guidobaldo ad aggiungere la seguente osservazione:

> Si vero ut Commandino placuit, A fuerit centrum gravitatis magnitudinis BCD, eademque per punctum A utcunque secundum rectitudinem dividatur, veluti per EAF, tunc pars EBF ipsi ECDF aequeponderabit, quamvis EBF, et ED sint magnitudines inaequales. Saepenumero enim evenire solet, ut in divisione figurae per eius centrum gravitatis ipsa aliquando in partes dividatur

---

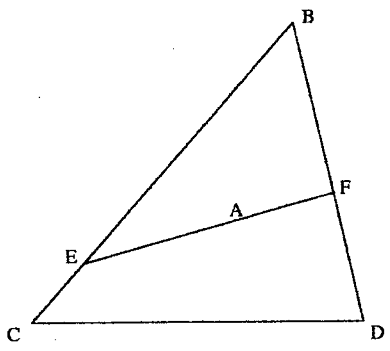
ne delle *Collectiones Mathematicae* di Pappo secondo la traduzione dal greco di Federico Commandino pubblicata nel 1588: *Dicimus autem centrum gravitatis uniuscuiusque corporis esse punctum quoddam intra positum a quo si grave dependens mente concipiatur, dum fertur quiescit, et servat eam, quam in principio habebat, positionem, neque in ipsa latione circumvertitur.* Cfr. [21], p. 306v.

[43] Il centro di gravità di un corpo è un punto posto internamente tale che se immaginiamo il grave appeso per questo punto mentre lo muoviamo rimane in quiete e conserva la stessa posizione che aveva all'inizio senza che in questo movimento ruoti.

Questa definizione di centro di gravità è stata tramandata da Pappo Alessandrino nell'ottavo libro delle *Collezioni Matematiche.* Federico Commandino, poi, nel libro sui centri di gravità dei solidi descrivendo lo stesso punto spiegò in questo modo.

Il centro di gravità di una qualunque figura solida è quel punto posto internamente intorno al quale da ogni direzione si dispongono parti di uguale momento. Se infatti per tale centro conduciamo un piano che tagli la figura in modo qualunque, la taglierà sempre in parti *aequeponderantes. Mechanicorum liber*, cfr. [14], p. 1.

aequales, aliquando in partes inaequales: ut suo loco ostendemus (*in fine primi huius*): semper tamen in partes dividitur hinc inde aequeponderantes [44].



Se una figura BCD è divisa da una retta EAF passante per il centro di gravità, le due parti in cui la figura risulta divisa EBF e ECDF si faranno equilibrio (*aequeponderabit*) nonostante le due grandezze EBF e ECDF non siano uguali.

Guidobaldo si sente in dovere di chiarire che cosa si debba intendere per parti che si fanno equilibrio o parti disposte in modo tale da avere un uguale momento intorno al centro di gravità. Non si deve intendere, quindi, un'identità geometrica dal punto di vista dell'estensione delle parti, ma ci si deve riferire solo al peso delle parti nella particolare posizione in cui sono poste. La dimostrazione rigorosa si troverà al momento opportuno, alla fine del primo libro come lo stesso Guidobaldo dice. Ed in effetti le ultime due proposizioni del primo libro sono dedicate a studiare come il centro di gravità divida due delle figure piane analizzate nel corso del libro: il parallelogramma ed il triangolo. È interessante notare che l'enunciato delle *Meditatiunculae* — *Figura per centrum gravitatis in duas partes secta non semper in partes dividitur aequales* — assume in questo contesto una forma

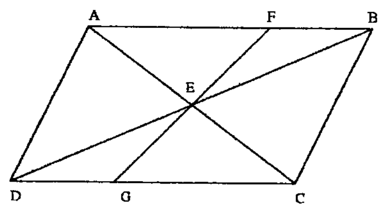
[44]Se poi, come piacque a Commandino, A fosse il centro di gravità della grandezza BCD e questa stessa fosse divisa in qualche modo secondo una retta passante per il punto A, ad esempio da EAF, allora le parti EBF ECDF si farebbero equilibrio, sebbene EBF e ED siano grandezze diverse. Frequentemente infatti avviene che nella divisione della figura per il centro di gravità talvolta essa viene divisa in parti uguali, talvolta in parti diseguali: come nel luogo opportuno dimostreremo (alla fine del primo libro). Tuttavia, sarà sempre divisa in parti che da una parte e dall'altra si fanno equilibrio. *Guidiubaldi e Marchionibus Montis in duos Archimedis aequeponderantium libros paraphrasis*, cfr. [29], p. 9

più articolata e non si presenta semplicemente come la negazione di una proposizione universale. Esistono figure, dice Guidobaldo, che sono divise in due parti uguali comunque si prenda una retta passante per il centro di gravità; ne esistono altre per cui questo non sempre è vero. La prima delle due proposizioni dedicate a tale argomento è la seguente:

> Figura dari potest, quae per centrum gravitatis recta linea divisa, semper in partes dividatur aequales[45].

Vorremmo sottolineare che in questo enunciato, così come si potrà notare nella proposizione successiva, l'ambiguità segnalata nella versione manoscritta risulta eliminata attraverso l'inserimento dell'espressione *recta linea* che puntualizza come la figura debba intendersi divisa in due parti dal centro di gravità.

La figura che Guidobaldo presenta nella dimostrazione è il parallelogrammo, una figura quindi dotata di un centro di simmetria che coinciderà con il centro di gravità. Dato il parallelogramma ABCD il cui centro di gravità sia E, comunque si prenda una retta GEF essa dividerà il parallelogramma in due parti uguali.



Se la retta GEF coincide con una delle diagonali la tesi è evidente; in caso contrario tracciamo le due diagonali AC, BD che si intersecano nel punto E. Si ha che: <EAF=<ECG, <EFA=<ECG, e AE=EC

Segue che i triangoli AEF e GEC sono uguali. In modo analogo si dimostra che anche i triangoli EFB e EBC sono rispettivamente uguali ai triangoli EGD e EDA. Le due parti in cui la retta GEF divide il parallelogrammo saranno quindi uguali.

[45] È possibile trovare una figura che, divisa da una retta per il centro di gravità, sarà divisa sempre in due parti uguali. *Guidiubaldi e Marchionibus Montis in duos Archimedis aequeponderantium libros paraphrasis*, cfr. [29], p. 113

Questa particolarità non è tipica del solo parallelogramma, osserva Guidobaldo, ma è propria di molte altre figure, quale il pentagono, l'esagono ed altre. Tuttavia, si puntualizza nell'ultima proposizione, è possibile trovare figure per cui la proprietà sopra descritta non vale:

> Figura dari potest, quae per centrum gravitatis recta linea divisa, non semper in partes dividatur aequales[46].

Nella dimostrazione dell'ultimo teorema troviamo lo stesso esempio contenuto nella pagina delle *Meditatiunculae*: la figura è identica, con le stesse lettere, ma l'esposizione appare formalmente più curata, corredata delle opportune citazioni, mancanti nella versione manoscritta, sia degli *Elementi* di Euclide sia delle proposizioni del primo libro della *Paraphrasis* stessa, relative alla posizione del centro di gravità sulla mediana del triangolo. Segue una precisazione circa la possibilità di dividere il triangolo in due parti uguali scegliendo opportunamente la retta passante per il centro di gravità: si dovrà naturalmente scegliere una delle mediane del triangolo.

Confrontando le due versioni possiamo notare come l'appunto contenuto nelle *Meditatiunculae* appaia ampliato, sviluppato e formalmente risistemato nella stampa del 1588 in cui la breve osservazione non solo acquista un proprio significato perché inserita nel giusto contesto, ma appare motivo di riflessioni ed approfondimenti ulteriori. Non ci si accontenta di fornire un controesempio per mostrare la non validità di una proposizione universale, ma si cerca di individuare un sottoinsieme di figure per cui tale proposizione risulti vera.

Gli elementi emersi dal confronto della pagina manoscritta con la *Paraphrasis* ci sembrano sufficienti a stabilire con buon grado di ragionevolezza che la pagina 116 delle *Meditatiunculae* fu scritta precedentemente il 1588, e di conseguenza tutte le pagine pecedenti.

[46]È possibile trovare una figura che, divisa da una retta per il centro di gravità, non sempre sarà divisa in due parti uguali. *Guidiubaldi e Marchionibus Montis in duos Archimedis aequeponderantium libros paraphrasis*, cfr [29], 1588, p. 113

1.5.4 Conclusioni

Gli elementi emersi dallo studio della costituzione del codice, delle citazioni di opere a stampa presenti nel manoscritto e della corrispondenza di Guidobaldo ci hanno permesso di individuare un arco di tempo compreso tra il 1586-87 e il 1593 quale periodo di la stesura delle *Meditatiunculae.*

Capitolo 2

Il problema dei tre cerchi nelle *Meditatiunculae* e nel codice di Los Angeles

2.1 Introduzione

L'unico caso in cui l'indice contenuto nel codice di Los Angeles non trova corrispondenza nel manoscritto delle *Meditatiunculae* riguarda lo studio del problema dei tre cerchi, ovvero dati tre cerchi trovarne un quarto ad essi tangente.

Guidobaldo si interessò a tale problema in seguito alla lettura della decima proposizione del quarto libro delle *Mathematicae collectiones* di Pappo, come egli stesso dichiara nella già citata lettera a Galileo[1]. Nel testo di Pappo il problema viene così enunciato:

> Sint tres circuli inaequales, qui sese contingant, et datas habeant diametros, quorum centra *abc*: et circa ipsos sit circulus contingens def, cuius oporteat diametrum invenire[2].

Il problema proposto da Pappo riguarda quindi il caso in cui i tre cerchi dati siano tangenti tra loro. Nel suo indice delle *Meditatiunculae*, invece,

[1] Si veda il paragrafo 1.5.2, p. 33.
[2] Cfr. [21], p. 44r.

Guidobaldo cita questo problema, distinguendo due diverse situazioni: il caso in cui i tre cerchi dati siano tra loro tangenti, indicando correttamente la pagina 37 delle *Meditatiunculae*, ed il caso in cui non lo siano[3]. Questa seconda parte del problema si troverebbe, secondo l'indice guidobaldiano, a pagina 38. In effetti, così non è. Nelle *Meditatiunculae*, infatti, la soluzione del primo caso occupa entrambe le pagine 37 e 38, mentre la seconda parte del problema è del tutto assente. Non solo, ma la prima parte è presente in due diverse versioni: la prima sviluppata nelle carte già citate, la seconda in un foglio aggiunto, collocato attualmente tra le pagine 37 e 38, che abbiamo indicato come 38*bis* seguendo la numerazione a matita presente nel manoscritto.

La versione contenuta nelle pagine numerate si presenta in forma ordinata, con un numero limitato di cancellature o correzioni ed è accompagnata da una figura di riferimento eseguita con riga e compasso. Sono citate esplicitamente le proposizioni delle *Coniche* di Apollonio e degli *Elementi* di Euclide utilizzate[4].

Il foglio aggiunto contiene, invece, un testo fortemente rielaborato, sviluppato su una colonna con aggiunte e correzioni significative nella colonna adiacente[5]. Mancano inoltre le citazioni puntuali dei teoremi utilizzati. Non è presente alcuna figura di riferimento; essa, tuttavia, doveva essere identica a quella della versione A, dal momento che possiamo seguire la dimostrazione senza alcuna difficoltà utilizzando la figura di questa versione.

Queste caratteristiche indurrebbero a pensare che la versione A rappresenti una bella copia, una successiva sistemazione di quanto contenuto nel foglio aggiunto che rappresenterebbe una prima bozza. Si potrebbe ipotizzare che Guidobaldo non lavorasse direttamente sulle *Meditatiunculae* e che le prime elaborazioni fossero annotate su carte sparse, cosicché il foglio aggiunto farebbe parte di questo tipo di appunti.

In realtà, se analizziamo le parti cancellate e rielaborate della versione disordinata ci accorgiamo del fatto che le correzioni sono eseguite su una

[3]Cfr. appendice B.1, p. 221.

[4]Nel seguito indicherò come versione A quella contenuta nelle pagine numerate da Guidobaldo come 37 e 38.

[5]Nel seguito indicherò come versione B quella contenuta nel foglio 38*bis* prima delle correzioni apportate da Guidobaldo; la versione finale, invece, sarà indicata come B^1.

versione pressoché identica a quella presente nelle pagine numerate delle *Meditatiunculae*. Così, se recuperiamo la versione originale non corretta di pagina 38*bis*, cioè la versione B, ritroviamo il testo della versione A.

La "bella copia" non è quindi l'ultima versione. Che rapporto esiste, allora, tra le due versioni?

A complicare ulteriormente la situazione si aggiunge il fatto che la soluzione della seconda parte del problema, mancante nelle *Meditatiunculae*, si trova nel manoscritto di Los Angeles, alla carta 90*r* la cui trascrizione è riportata nell'Appendice B.1[6].

Lo stile di questa pagina appare molto simile a quello della pagina 38*bis* delle *Meditatiunculae*: il testo è sviluppato su una sola colonna, mentre quella adiacente è occupata, solo in parte, dalla figura. Mancano le citazioni dei teoremi necessari per la dimostrazione[7]. La risoluzione del problema si apre, inoltre, con la frase *Sint ut antea tres circuli*, con un riferimemnto esplicito, quindi, ad una parte precedente in cui la costruzione era già stata effettuata. Di tale parte, tuttavia, nel codice di Los Angeles non c'è traccia.

Ci troviamo di fronte a due diverse versioni dello stesso problema entrambe incomplete: quella delle *Meditatiunculae*, la cui incompletezza è rilevabile solo a partire dall'Indice che indica l'esistenza di una seconda parte, e quella di Los Angeles in cui il testo stesso rivela la presenza di una lacuna.

Le forti somiglianze tra la pagina 38*bis* delle *Meditatiunculae* e la carta 90*r* del codice di Los Angeles suggerisce l'ipotesi che le versioni B e C fossero unite e che proprio la versione B possa essere l'antecedente cui si fa riferimento all'inizio della versione C.

È chiaro che Guidobaldo deve aver lavorato al problema dei tre cerchi in momenti diversi elaborando così due versioni differenti: la A delle *Meditatiunculae*, ordinata e formalmente curata, e quella del manoscritto di Los Angeles (B e C) che si presenta, piú che come una sistemazione finale, come un materiale di lavoro.

Prima di approfondire questa ipotesi e individuare i possibili rapporti tra le varie versioni, sarà utile esporre in dettaglio quanto è emerso da un confronto puntuale dei testi. Ricordiamo che per quanto riguarda il caso dei

[6]Cfr. Appendice B.1, p. 224.

[7]Nel seguito indicherò come versione C questa parte del problema dei tre cerchi.

tre cerchi tangenti, abbiamo tre differenti versioni A, B e B[1], mentre per il caso dei cerchi non tangenti possediamo solo la versione C.

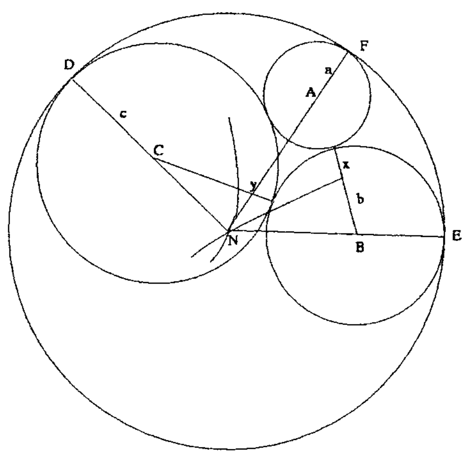
2.2 La dimostrazione

Prima di addentrarci nel confronto tra le varie versioni del problema dei tre cerchi, riportiamo brevemente la soluzione che Guidobaldo propone, al fine di fornire al lettore gli strumenti per poter seguire con facilità quanto diremo in seguito, circa le successive evoluzioni della sistemazione formale che l'autore volle dare. In effetti, come vedremo meglio, la dimostrazione non subisce sostanziali modifiche e l'idea centrale rimane del tutto inalterata nelle tre versioni.

I numeri che compaiono in grassetto, in prossimità dei vari punti della dimostrazione, corrispondono alla suddivisione in paragrafi che abbiamo introdotto nelle tabelle di confronto che seguono.

Il problema, come abbiamo già accennato, è il seguente:

> Dati tre cerchi diseguali e tra loro tangenti, trovarne un quarto tangente ai tre dati.



[1]
Siano $a,\ b,\ c$ i raggi dei tre cerchi dati e i punti $A,\ B,\ C$ i rispettivi centri. Essendo i cerchi diseguali possiamo supporre che $a < b < c$.
[2], [3], [5]

Si considerino allora le differenze $b-a$, $c-b$ e si taglino due segmenti uguali a tali differenze rispettivamente sui raggi b e c a partire dai punti in cui i cerchi dati sono tangenti. Chiameremo tali segmenti x ed y.
[4], [6], [7]
L'idea della dimostrazione è quella di individuare il centro del cerchio cercato, N, come punto di intersezione di due iperboli: la prima ha per asse x e la quarta parte della figura uguale al rettangolo ab; la seconda ha per asse y e la quarta parte della figura uguale al rettangolo bc.
[8], [9], [10] [11] [12]
Individuato il punto N si tratta di dimostrare che se tracciamo i segmenti NA, NB, NC e li prolunghiamo fino ad incontrare le ripettive circonferenze nei punti F, E, D, i segmenti NF, NE, ND risultano tra loro uguali. Una volta dimostrato questo, il problema è risolto: infatti il cerchio cercato sarà quello di centro N e raggio uno dei tre segmenti ND, NF, NE. La tangenza, infatti, dipende dal terorema 11 del terzo libro degli *Elementi* di Euclide[8].

2.3 Le versioni A e B: confronto

Le versioni A e B, pur non essendo una semplice copia una dell'altra, presentano forti sommiglianze: non solo la dimostrazione è scandita secondo gli stessi punti, nello stesso ordine, ma spesso l'esposizione formale è identica.

Nella tabella 2.3 che segue abbiamo riportato i due testi suddivisi in paragrafi numerati ed evidenziato i periodi in cui le due trattazioni si discostano in maniera significativa.

Da notare che gli enunciati sono identici; addirittura in entrambe le versioni la specificazione *sese tangentibus* è aggiunta in interlinea. Nella versione A, inoltre, in corrispondenza del termine *inaequalibus* compare una sottolineatura successivamente cancellata. Non ci soffermiamo ora sulle ragioni di tale titubanza; ciò che ci preme sottolineare è la forte somiglianza tra le due versioni.

Scorrendo la tabella possiamo notare che i pragrafi 1–4 presentano forti analogie: le varianti sono puramente formali e comunque molto lievi. L'u-

[8]Si duo circuli se se intus contingant, et sumantur centra ipsorum; recta linea ipsorum centra coniungens, et producta in circulorum contactum cadet. Cfr. [13], p. 41v

Tabella 2.1: Confronto versioni B – A

Versione B	Versione A
Tribus datis circulis inaequalibus sese tangentibus circulum describere qui omnes contingat.	Tribus datis circulis ⟨inaequalibus⟩ sese tangentibus circulum describere qui omnes contingat.
[1] Sint tres dati circuli inaequales, quorum centra a b c. Circulus autem circa centrum a sit maior, qui vero circa b sit minor. Oportet circulum describere, qui omnes contingat.	[1] Sint tres circuli inaequales, quorum centra a b c, et circulus circa centrum a maior, et circa b minor. Oportet circulum describere, qui omnes contingat.
[2]Iungantur ab bc ca, quae per contactus h m transibunt. Deinde producatur cb, usque ad i ita ut hi sit aequalis ch.	[2] Iungantur ab bc ca, quae [[12 tertii]] transibunt per contactus h m, et protrahatur cb usque ad i, ita ut hi sit aequalis ch *erit utique bi excessus quo ch superat hb.*
[3] Seceturque ch in x, sitque hx aequalis bi unde erit cx aequalis hb.	[3] Secetur deinde hc in x, ita ut hx sit aequalis bi unde erit xc aequalis erit hb
[4] A puncto [autem] x describatur hyperbole xnq ita ut xh sit axis, et quartae parti figurae sit aequale utrumque rectangulorum xch, et xbh. [5] Fiat deinde ar ipsi mc aequalis, erit utique am ipsi cr aequalis. Ac propterea rectangulum ar am contentum est rectangulo cm cr contento.	[4] deinde a puncto x describatur hyperbole xnq, ita ut xh sit axis, et quartae parti figurae sit aequale utrumque rectangulorum xch, et xbh. [5] *Similiter secetur am in p, ita ut mp sit aequalis mc unde erit ap excessus, quo am excedit mc. Rursusque secetur am in r, ita ut mr sit aequalis ap, erit utique mc aequalis ar,*
[6] Rursusque a puncto r describatur hyperbole $gnrl$, ita ut rm sit axis, et quartae parti figurae: sit aequale utrumque rectangulorum ram et mcr.	[6] et a puncto r describatur hyperbole $gnrl$, ita ut rm sit axis et quartae parti figurae sit aequale utrumque rectangulorum ram et mcr,
[7] Secentque se invicem hiperbolae in puncto n per punctum autem n et per circulorum centra lineae ducantur nbf nad nce usque ad circumferentias datorum circulorum [denique] centro n spatioque una ipsarum circulum describatur [edf].	[7] sitque punctum n, ubi hyperbolae se invicem secant, et a puncto n perque centra a b c lineae ducantur nbf nad nce usque ad circumferentias datorum circulorum; denique centro n, spatio vero una ipsarum nf ne nd circulus describatur edf.

Versione B

[8] Dico circulum edf datos circulos contingere.

[9] Sit bk aequalis hx et ao ipsi rm. Quoniam enim a punctis bc ad hyperbolen xnq applicatae sunt lineae bn nc linea bn excedet nc quantitate xh. Quare nk ipsi nc aequalis erit.

[10] Similiter quoniam a punctis a c ad hyperbolen $gnrl$ ductae sunt cn na, linea nc superabit ipsam an quantitate rm. Propterea erit no aequalis nc. Ac propterea tres lineae ak nc no interse sunt aequales.

[11] Quoniam autem bh et bf sunt aequales, et [hx] et bk aequales, erit hi aequalis kf ipsi bx hoc est ch aequalis. Est autem ipsi ch aequalis, ergo kf ipsi ce aequalis existit. At vero am ipsi ad est aequalis et ao ipsi rm erit od ipsi ar hoc est ipsi mc, sed mc est aequalis ce, linea igitur od ipsi ce aequalis existet.

[12] Quare tres lineae kf ce od sunt interse aequales, cum autem nk nc no sint inter se aequales. Ergo nf ne nd interse sunt aequales. Circulus igitur edf descriptus n [???] circulos contingit. Quod facere oportebat.

Versione A

[8] Dico circulum edf datos circulos contingere.

[9] Quoniam enim a punctis b c ad hyperbolen xnq applicatae sunt lineae bn nc, [[51 tertii Conicorum Apollonii]] linea bn excedit nc quantitate xh. *Secetur itaque nb in k, ita ut bk sit aequalis xh, quae etiam erit aequalis bi,* erit utique aequalis nc.

[10] Similiter quoniam a punctis a c, ad hyperbolen $gnrl$ ductae sunt cn na; linea nc superabit an quantitate rm. *Addatur ipsi an quantitas ao, ita ut ao sit aequalis rm, quae etiam aequalis erit ap*; erit no aequalis nc. Tres igitur lineae nk nc no inter se sunt aequales.

[11] Quoniam autem bh, et bf sunt aequales, et bi et bk aequales, erit hi aequalis kf, sed hi est aequalis hc, hoc est ce; ergo kf ipsi ce aequalis erit, et vero quoniam am est ipsi ad aequalis, et ap ipsi ao; erit od aequalis pm, hoc est mc, et ipsi ce.

[12] Quare tres lineae kf ce od sunt inter se aequales, cum autem nk nc no sint inter se aequales, erunt nf ne nd aequales; circulus igitur edf descriptus circa centrum n datos circulos, quorum centra [[ex 11 tertii]] sunt a b c in punctis e d f contingit. Quod facere oportebat.

nica differenza, leggermente più significativa, si trova alla fine del paragrafo 2: nella versione A, infatti, leggiamo la frase *erit utique bi excessus quo ch superat hb*, assente nella versione B. Si tratta, in effetti, di una pura esplicitazione di quanto già contenuto nel passaggio precedente.

Le due versioni differiscono notevolmente, invece, relativamente al paragrafo 5: nella versione A Guidobaldo indica la seguente costruzione:

> Si tagli am in p, in modo tale che $mp = mc$ e si abbia quindi $ap = am - mc$.
>
> Si tagli poi am in r in modo tale che risulti $mr = ap$ e quindi $mc = ar$.

Nella versione B, invece, Guidobaldo inizia a scrivere

> Secetur deinde [mp in p] aequalis

ma immediatamente corregge e la frase diventa

> Fiat deinde ar ipsi mc erit utique am ipsi cr aequalis

Da notare che la correzione indicata è contestuale alla stesura cosicché è da considerarsi parte della versione B e non della versione B[1]. Se non ammettessimo questo, infatti, il seguito del discorso risultererebbe incomprensibile poiché la frase ottenuta sarebbe la seguente:

> Secetur deinde [mp in p] aequalis mc erit utique am ipsi cr aequalis

in cui compare improvvisamente un punto r, mai definito. Il periodo 5 della versione B è, quindi, quello riportato in tabella. La costruzione che Guidobaldo propone in questo caso è la seguente:

> Sia $ar = mp$ sarà allora $am = cr$ e quindi $r(ar, rm) = r(cm, cr)$.

Possiamo notare allora che nel periodo 5B il punto p viene eliminato; il suo ruolo, in effetti, appare del tutto superfluo nell'ambito della dimostrazione.

Osserviamo inoltre che l'eliminazione del punto p ha ripercussioni anche sul paragrafo 11 in cui si vuole dimostrare l'uguaglianza dei segmenti ce ed od. Nella versione A, infatti, Guidobaldo utilizza il punto p mentre nella versione B si serve del punto r.

Vediamo brevemente le due versioni:

Versione A:

Per costruzione si ha $am = ad$ ed $ad = ao$; ne segue che $od = pm$; essendo per costruzione $pm = mc$ si ha che $od = mc = ce$

Versione B:

Per costruzione si ha $am = ad$ ed $rm = ao$; ne segue che $od = ar$; essendo per costruzione $ar = mc$ si ha che $od = mc = ce$

Come si può notare, è possibile eliminare uno dei due punti p r: al fine della dimostrazione uno solo dei due è necessario.

Guidobaldo evidentemente si accorge di questo e nella versione B elimina il punto p, cambiando così leggermente la dimostrazione nei paragrafi 5 e 11 in cui i punti p ed r intervengono.

A questo punto appare particolarmente interessante il fatto che nella figura, che ricordiamo si trova solo nella versione A, il punto p risulta cancellato, nonostante in quella versione esso sia citato nel corso della dimostrazione. L'ipotesi iniziale che A sia la sistemazione in bella copia di B comincia a vacillare: le versioni A e B, non identiche, ma senz'altro molto simili, dipendono una dall'altra; non è affatto chiaro, tuttavia, in quale ordine esse siano state scritte. L'ipotesi più naturale, che B preceda A, sembra smentita da un'analisi attenta dei testi, ed in particolare delle correzioni sui testi. Ci sono altri elementi, infatti, che sembrano indicare che B sia una copia di A e non viceversa.

Vediamo alcuni esempi. Nella versione A (paragrafo 4) leggiamo:

> deinde a puncto x describatur hyperbole xnq ita ut xh sit *axis*

Il termine *axis* è aggiunto in interlinea, con inchiostro diverso, in sostituzione di un precedente *latus transversum.*

La stessa situazione si ripropone, al paragrafo 6, allorché nel corso della costruzione sarà necessario tracciare una seconda iperbole.

> et a puncto r describatur hyperbole $gnrl$, ita ut rm sit *axis*

In un primo momento, quindi, Guidobaldo utilizza l'espressione *latus transversum* che poi cambia in *axis.* Vorrei far osservare che non si tratta di un cambiamento puramente formale: l'asse e il lato trasverso di un'iperbole, infatti, non coincidono; o meglio, l'asse è un caso particolare di lato trasverso.

Nella versione B non troviamo alcuna correzione, ma leggiamo direttamente:

> [???] a puncto x describatur hyperbole xnq ita ut xh sit *axis*

nel primo caso e

> Rursusque a puncto r describatur hyperbole $gnrl$, ita ut rm sit *axis*

nel secondo.

Nella versione B[1] Guidobaldo interviene leggermente a modificare la prima frase che diventa:

> Quare a puncto x describatur hyperbole xnq, cuius quidem xh sit *axis*

mentre lascia del tutto invariata la seconda.

Un altro esempio che ci sembra particolarmente significativo si trova al paragrafo 7 in cui nella versione A Guidobaldo scrive:

> Sitque punctum n, ubi hyperbolae se invicem secant

Nella versione B comincia a scrivere

> Sitque punctum n, ubi

quindi cancella e proseguendo sulla stessa riga scrive

> secentque se invicem hyperbolae in puncto n

Questa situazione lascia immaginare che Guidobaldo stia copiando da A e decida di modificare l'espressione indicata, cosicché corregge cancellando la prima parte della frase già scritta.

L'ipotesi suggerita da questi elementi è che Guidobaldo, per motivazioni che naturalmente ci sfuggono, abbia deciso di risistemare con opportune modifiche quanto già scritto in bella copia sulle *Mediatatiunculae*: ricopiando accoglie le correzioni già effettuate, talvolta interviene sul testo cambiando leggermente la forma, altre volte snellendo la dimostrazione. Successivamente riinterviene pesantemente sulla versione B realizzando così la B^1 più lontana da A.

Ci sembra che questa ipotesi oltre a spiegare gli elementi testuali appena citati, permetta di giustificare anche l'assenza di una figura sulla versione B, più difficile da spiegare se volessimo ammettere quanto sembrava inizialmente più naturale, cioè che Guidobaldo scriva A copiando da B. In questo caso, infatti, B sarebbe una buona copia di lavoro: risulta tuttavia difficile fare a meno della figura proprio nella versione in cui la costruzione va via via definendosi.

2.4 Le versioni A e B^1: confronto

Le correzioni che Guidobaldo apporta sulla versione B sono spesso consistenti ed allontanano tale versione dalla versione A. Questo risulta con evidenza scorrendo la tabella 2.2 in cui abbiamo riportato i due testi adottando, anche in questo caso, una suddivisione in paragrafi.

Il paragrafo 2 si riduce sensibilmente nella nuova versione cosicché il punto i, presente sia nella versione A che nella B, sparisce. L'eliminazione del punto i, naturalmente, comporta un cambiamento anche al pragrafo 11 in cui inizialmente il punto i era richiamato.

Vediamo le due versioni del paragrafo 11

Versione A:

Essendo $bh = bf$ e $bi = bk$ segue che $hi = kf$

ma $hi = hc = ce$ e quindi $kf = ce$

Versione B:

Essendo $bh = bf$ e $hx = bk$ segue che $fk = bx$

ma $bx = ch = ce$ e quindi $kf = ce$

Si ripropone la stessa situazione precedentemente commentata nel confronto tra la versione A e B: in quel contesto sottolineavamo il fatto che uno dei punti r e p è superfluo ai fini della dimostrazione. I punti i e x svolgono un ruolo del tutto analogo a quello dei punti p ed r. La stessa costruzione si ripete due volte in maniera del tutto simmetrica: la prima volta sono interessati i cerchi di centro b e c la seconda i cerchi di centro a e b. Anche in questo caso uno dei punti i ed x è superfluo: nella versione B^1 quindi Guidobaldo elimina anche il punto i. Da notare, anche in questo caso, che la lettera i risulta cancellata nella figura della versione A.

Un altro punto significativo in cui la versione B^1 si discosta sia dalla A che dalla B riguarda i paragrafi 7 e 8. Nelle versioni A e B, infatti, Guidobaldo una volta individuato il punto n chiede che si descriva il cerchio di centro n e raggio uno dei segmenti nbf nad nce. Questo passaggio, in effetti, lascia alquanto perplessi. Esso appare, infatti, non del tutto lecito dal momento che l'uguaglianza dei tre segmenti nbf nad nce è ancora da dimostrare.

Tabella 2.2: Confronto versioni A – B^1

Versione A	Versione B^1
Tribus datis circulis ⟨inaequalibus⟩ sese tangentibus circulum describere qui omnes contingat.	Tribus datis circulis inaequalibus sese tangentibus circulum describere qui omnes contingat.
[1] Sint tres circuli inaequales, quorum centra a b c, et circulus circa centrum a maior, et circa b minor. Oportet circulum describere, qui omnes contingat.	**[1]** Sint tres circuli inaequales, quorum centrum a b c. Circulus autem circa centrum a sit maior, qui vero circa b, sit minor. Oportet circulum describere, qui omnes contingat.
[2] Iungantur ab bc ca, quae [[12 tertii]] transibunt per contactus h m, et protrahatur cb usque ad i, ita ut hi sit aequalis *ch erit utique bi excessus quo ch superat hb.*	**[2]** Iungantur ab bc ca, quae per contactus hm transibunt.
[3] Secetur deinde hc in x, ita ut hx sit aequalis bi unde erit xc aequalis erit hb	**[3]** Deinde fiat cx aequalis bh unde erit bx aequalis ch. Et ob id rectangulum contentum ch cx, rectangulo xb bh contento erit aequale.
[4] deinde a puncto x describatur hyperbole xnq, ita ut xh sit axis, et quartae parti figurae sit aequale utrumque rectangulorum xch, et xbh.	**[4]** Quare a puncto x describatur hyperbole xnq, cuius quidem xh sit axis, et quartae parti figurae sit aequale utrumque rectangulorum xch, et xbh.
[5] *Similiter secetur am in p, ita ut mp sit aequalis mc unde erit ap excessus, quo am excedit mc. Rursusque secetur am in r, ita ut mr sit aequalis ap, erit utique mc aequalis ar,*	**[5]** Fiat deinde ar ipsi mc aequalis erit utique am ipsi cr aequalis. Ac propterea rectangulum ar am contentum aequale est rectangulo [cm] cr contento.
[6] et a puncto r describatur hyperbole $gnrl$, ita ut rm sit axis et quartae parti figurae sit aequale utrumque rectangulorum ram et mcr,	**[6]** Rursusque a puncto r describatur hyperbole $gnrl$, ita ut rm sit axis, et quartae parti figurae sit aequale utrumque rectangulorum ram, et mcr,
[7] sitque punctum n, ubi hyperbolae se invicem secant, et a puncto n perque centra a b c lineae ducantur nbf nad nce usque ad circumferentias datorum circulorum; denique centro n, spatio vero una ipsarum nf ne nd circulus describatur edf.	**[7]** secentque se invicem hyperbolae in puncto n. A puncto autem n, et per circulorum centra lineae ducantur nbf nad nce usque ad circumferentias datorum circulorum

Verione A

[8] Dico circulum *edf* datos circulos contingere.

[9] Quoniam enim a punctis *b c* ad hyperbolen *xnq* applicatae sunt lineae *bn nc*, [[51 tertii Conicorum Apollonii]] linea *bn* excedit *nc* quantitate *xh*. *Secetur itaque nb in k, ita ut bk sit aequalis xh, quae etiam erit aequalis bi*, erit utique aequalis *nc*.

[10] Similiter quoniam a punctis *a c*, ad hyperbolen *gnrl* ductae sunt *cn na*; linea *nc* superabit *an* quantitate *rm*. *Addatur ipsi an quantitas ao, ita ut ao sit aequalis rm, quae etiam aequalis erit ap*; erit *no* aequalis *nc*. Tres igitur lineae *nk nc no* inter se sunt aequales.

[11] Quoniam autem *bh*, et *bf* sunt aequales, et *bi* et *bk* aequales, erit *hi* aequalis *kf*, sed *hi* est aequalis *hc*, hoc est *ce*; ergo *kf* ipsi *ce* aequalis erit, et vero quoniam *am* est ipsi *ad* aequalis, et *ap* ipsi *ao*; erit *od* aequalis *pm*, hoc est *mc*, et ipsi *ce*.

[12] Quare tres lineae *kf ce od* sunt inter se aequales, cum autem *nk nc no* sint inter se aequales, erunt *nf ne nd* aequales; circulus igitur *edf* descriptus circa centrum *n* datos circulos, quorum centra [[ex 11 tertii]] sunt *a b c* in punctis *e d f* contingit. Quod facere oportebat.

Versione B[1]

[8] primum quidem ostendendum est lineas *nf nd ne* interse aequales esse.

[9] Secetur *bn* in *k* sitque *bk* aequalis *hx*. *ad* vero secetur in *o*, ita ut *ao* [sit] ipsi *rm* aequalis. Quoniam enim a punctis *b c* ad hyperbolen *xnq* inclinatae sunt lineae *bn nc*; linea *bn* excedet ipsam *nc* quantitate *xh* hoc est *bk*. Quare *nk* ipsi *nc* aequalis [existet].

[10] Similiter quoniam a punctis *a c* ad hyperbolen *qnrl* inclinatae sunt lineae *cn na*, linea *nc* superabit ipsam *na* quantitate *rm* hoc est *ao*. [Quapropter] erit *no* aequalis *nc*. Ac propterea tres lineae *nk nc no* interse sunt aequales.

[11] Quoniam autem *bh bf* sunt aequales, et *hx*, *bk* aequales, erit *kf* ipsi *bx* hoc est ipsi *ch* aequalis est autem *ce* ipsi *ch* aequalis, ergo *kf* est ipsi *ce* aequalis [Et] [numquam] *am* ipsi *ad* est aequalis, et *ao* ipsi *rm*, erit *od* aequalis ipsi *ar* hoc est ipsi *mc*. Sed *mc* est aequalis *ce*, linea igitur *od* ipsi *ce* [aequalis] existit.

[12] Quare tres lineae *kf ce od* sunt interse aequales. Atque sunt etiam *nk nc no* interse aequales. Ergo *nf ne nd* interse sunt aequales. Circulus igitur *edf* cuius centrum *n* datos circulos contingit. Quod facere oportebat.

Al paragrafo 8, poi, Guidobaldo dichiare di voler mostrare che il cerchio *def* tracciato è tangente ai tre dati. Non esprime, tuttavia, alcuna preoccupazione circa il fatto che sarebbe necessario dimostrare che è possibile tracciare un cerchio di centro n che passi per i tre punti d e f. Nel seguito, per dimostrare che il cerchio è tangente ai tre dati, Guidobaldo mostra che i segmenti *nbf nad nce* sono tra loro uguali, ma anche nella parte conclusiva si pone l'accento sul fatto che il cerchio tracciato è tangente, piuttosto che sul fatto che abbia senso parlare di tale cerchio.

Si rileva, quindi, un'ambiguità di fondo si nomina il cerchio *edf* prima ancora di averne stabilito l'esistenza.

Nella versione B^1, Guidobaldo sembra accorgersi di tale incongruenza e modifica entrambi i paragrafi 7 e 8: dal primo elimina la frase *denique centro n, spatioque vero una ipsarum nf ne nd circulus describatur edf* mentre al paragrafo 8 dichiara che la prima cosa da dimostrare è l'uguaglianza dei segmenti *nf nd ne*. La dimostrazione segue poi in maniera del tutto analoga, ma l'esposizione appare più chiara e lineare.

Possiamo riassumere quanto detto dicendo che Guidobaldo nella versione B^1 cerca di risistemare la sua soluzione ai problemi dei tre cerchi rendendo la dimostrazione più lineare con l'eliminazione di due punti superflui che rendevano la dimostrazione inutilmente macchinosa e individuando due tesi: la prima che si possa parlare di cerchio *edf* e la seconda che tale cerchio sia tangente ai tre dati. Per come sono stati costruiti i punti e d f la seconda tesi è automaticamente provata, grazie al teorema 11 del terzo libro degli *Elementi*, una volta verificata la prima. Il problema è quindi risolto.

Nonostante l'aspetto poco curato dal punto di vista formale la versione B^1 va quindi interpretata come la migliore sistemazione di cui disponiamo della soluzione del problema dei tre cerchi tra loro tangenti.

2.5 La versione C: il caso dei tre cerchi non tangenti

Prima di riassumere gli elementi emersi dai confronti appena descritti tra le versioni A, B e B^1 formulando un'ipotesi circa la cronologia relativa delle varie pagine, potrà risultare utile presentare un confronto che coinvolga anche la versione C. Alcune osservazioni accennate nei paragrafi precedenti ci invitano a pensare che la versione C del problema dei tre cerchi, ovvero il caso in cui i tre cerchi dati non siano tra loro tangenti, né si intersechino in nessun modo, sia stata stesa contemporaneamente alla versione B. Naturalmente un confronto tra le due versioni B e C non è agevole come quelli presentati nei precedenti paragrafi, dal momento che le condizioni del problema sono diverse. Vorremmo soffermarci, tuttavia, su alcuni elementi di confronto utilizzati precedentemente che si sembra mettano in luce alcune peculiarità che possono supportare la nostra ipotesi.

Prima di entrare nel merito del confronto testuale, vorremmo far osservare che, contrariamente alla versione B, la versione C ha una propria figura di riferimento: questo si spiega facilmente se si ammette che nel momento della stesura di C Guidobaldo non stia copiando, ma lavorando per la generalizzazione del problema. In questo caso, infatti, non può utilizzare la figura della versione A, ma necessariamente deve costruire un nuovo disegno che renda conto delle mutate condizioni del problema.

Passiamo ora all'esame del testo. Nella tabella che segue abbiamo riportato nella prima colonna il testo di B, scandito in paragrafi come nei precedenti confronti, mentre nella seconda colonna troviamo il testo della versione C con una scansione in paragrafi quanto più possibile vicina a quella effettuata per le altre versioni. Possiamo notare che il paragrafo 1 si contrae nella versione C in una sola frase in cui tutta la descrizione dei dati viene sottintesa perché svolta in una parte precedente. Da notare inoltre l'ultima frase che chiude il paragrafo 12 lasciando chiaramente intendere che Guidobaldo cerca di affrontare il problema nella sua generalità, e non solo nel caso suggerito dalla lettura di Pappo.

Scorrendo gli elementi emersi nel precedente confronto possiamo osservare che la frase del paragrafo 4, in cui si chiede di costruire l'iperbole xnq si presenta in maniera del tutto simile alla forma della versione B, con l'utilizzo del termine *axis*, senza la titubanza mostrata nella versione A. Tale similitudine nella forma si ritrova anche al paragrafo 7 in cui le versioni B e C appaiono estremamente vicine tra loro e lontane, invece, dalla versione A.

Analizziamo il paragrafo 8, in cui nella veriosne B il cerchio def viene indicato come tale prima che sia stato provato il fatto che si tratti realmente di un cerchio. Notiamo che anche nella versione C Guidobaldo adotta una

Tabella 2.3: Confronto versioni B – C

Versione B	Versione C
Tribus datis circulis inaequalibus sese tangentibus circulum describere qui omnes contingat. [1] Sint tres dati circuli inaequales, quorum centra a b c. Circulus autem circa centrum a sit maior, qui vero circa b sit minor. Oportet circulum describere, qui omnes contingat. [2]Iungantur ab bc ca, quae per contactus h m transibunt. Deinde producatur cb, usque ad i ita ut hi sit aequalis ch. [3] Seceturque ch in x, sitque hx aequalis bi unde erit cx aequalis hb. [4] A puncto [autem] x describatur hyperbole xnq ita ut xh sit axis, et quartae parti figurae sit aequale utrumque rectangulorum xch, et xbh. [5] Fiat deinde ar ipsi mc aequalis, erit utique am ipsi cr aequalis. Ac propterea rectangulum ar am contentum est rectangulo cm cr contento. [6] Rursusque a puncto r describatur hyperbole $gnrl$, ita ut rm sit axis, et quartae parti figurae: sit aequale utrumque rectangulorum ram et mcr. [7] Secentque se invicem hiperbolae in puncto n per punctum autem n et per circulorum centra lineae ducantur nbf nad nce usque ad circumferentias datorum circulorum [denique] centro n spatioque una ipsarum circulum describatur [edf].	Tribus datis circulis ⟨inaequales⟩ qui se non contingant ⟨neuter tunc alterum incidat*rlangle* circulum describere qui omnes contingat. [1] Sint ut antea tres circuli [2] quorum centra a b c coniungantur dividatque ps bifariam in h [3] fiatque cx aequalis bh [4] et a puncto x describatur hyperbole xnq cuius axis sit xh et quartae parti figurae sit aequale utrumque rectangulorum bcx xbh. [5]Similiter dividatur mt in u bifariam, fiatque ar ipsi cu aequalis et per punctum r describatur hyperbole $grnl$, cuius axis sit ru, et quartae parti figurae sit aequale utrumque rectangulum uar rcu. [6] et per punctum r describatur hyperbole $grnl$, cuius axis sit ru, et quartae parti figurae sit aequale utrumque rectangulum uar rcu. [7] Hyperbolae vero secent se invicem in n. Ducaturque nbf nad nce.

Versione B

[8] Dico circulum edf datos circulos contingere.
[9] Sit bk aequalis hx et ao ipsi rm. Quoniam enim a punctis bc ad hyperbolen xnq applicatae sunt lineae bn nc linea bn excedet nc quantitate xh. Quare nk ipsi nc aequalis erit.
[10] Similiter quoniam a punctis a c ad hyperbolen $gnrl$ ductae sunt cn na, linea nc superabit ipsam an quantitate rm. Propterea erit no aequalis nc. Ac propterea tres lineae ak nc no interse sunt aequales.
[11] Quoniam autem bh et bf sunt aequales, et [hx] et bk aequales, erit hi aequalis kf ipsi bx hoc est ch aequalis. Est autem ipsi ch aequalis, ergo kf ipsi ce aequalis existit. At vero am ipsi ad est aequalis et ao ipsi rm erit od ipsi ar hoc est ipsi mc, sed mc est aequalis ce, linea igitur od ipsi ce aequalis existet.
[12] Quare tres lineae kf ce od sunt interse aequales, cum autem nk nc no sint inter se aequales. Ergo nf ne nd interse sunt aequales. Circulus igitur edf descriptus n [???] circulos contingit. Quod facere oportebat.

Versione C

[8] Dico centro n circulum def datos circulos contingere.
[9]Fiat bk aequalis hx et ao aequalis ru. Deinde fiat xy aequalis hs fiatque r z aequalis tu. Quoniam enim bn maior est [cn] quantitate hx, hoc est bk aut nk aequalis nc
[10] at [???] quoniam nc maior est quam [na], quantitate ru, hoc est [??? erit] no aequalis nc. Quare tres lineae nk nc no interse sunt aequales. [Similiter] autem rz est aequalis tu, erit tz ipsi ru hoc est ipsi ao aequalis.
[11] Quoniam autem xy est aequalis hs erit sy aequalis hx et er consequens ipsi bk [quia] vero xy est aequalis hb, et [cum sit aequalis h?] et xc ipsi hb [erit] aequalis yc ipsi bp aequalis quare [bp bk simul hoc est erit ipsi sc hoc est ce aequalis].
[Similiter] autem rz est aequalis tu, erit tz ipsi ru hoc est ipsi ao aequalis. Quoniam rz est aequalis um, ra est ipsi uc aequalis, erit za ipsi mc et ipsi ce aequalis, ergo od ipsi az hoc est ipsi ce est aequalis.
[12] Quare tres lineae kf ce od interse sunt aequales, ac propterea nf ne nd interse sunt aequales. Circulus igitur def cuius centrum n datos circulos contingit. Quod facere oportebat.
Alii casus ex his facile patent.

formulazione della tesi contenente la stessa ambiguità, corretta invece nella versione B^1. Il fatto che l'intervento correttivo presente in B^1 non si riscontri in C fa pensare che esso sia successivo alla stesura di C.

2.6 Conclusioni

Il confronto tra le versioni A, B, B^1 e C ci permette ora di delineare un'ipotesi circa la cronologia relativa di queste pagine.

Guidobaldo, influenzato dalla decima proposizione del quarto libro delle *Collezioni* di Pappo, come egli stesso dichiara in una lettera a Galileo, s'interessa al problema dei tre cerchi. Da notare che la proposizione di Pappo riguarda solo il caso dei tre cerchi tangenti. La soluzione del problema viene risistemata in bella copia nelle pagina 37 e 38 delle *Meditatiunculae* (versione A).

Successivamente, perché vuole inviare la sua soluzione a qualcuno — sappiamo che inviò la sua soluzione anche a Galileo — o perché si prefige di generalizzare il problema al caso dei tre cerchi non tangenti, o per un qualche motivo a noi sconosciuto, decide di ricopiare con lievi modifiche la versione A: abbiamo così la versione B. Probabilmente a questo punto scrive anche la versione C che presenta molte analogie con la versione B oltre a presupporre l'esistenza di un'altra parte con la quale andava collegata. A questo punto egli lavora sulla versione B avendo davanti la versione A di cui utilizza la figura. Provvede anche ad effettuare sulla figura di A le correzioni che apporta su B. Abbiamo così la versione B^1.

La versione A che sembrava essere la bella copia, la versione definitiva, rappresenta, quindi, solo una prima sistemazione di una materiale precedente che non ci è pervenuto. A partire da questa Guidobaldo raffina successivamente la sua proposizione e tenta di generalizzare il suo risultato allontanandosi dalla prima formulazione tratta dall'opera di Pappo.

Parte II

Il contenuto delle *Meditatiunculae*

Capitolo 3

Le pagine di meccanica nelle *Meditatiunculae*

3.1 Introduzione

La descrizione del contenuto delle *Meditatiunculae* è resa difficile dalla varietà dei temi affrontati nel manoscritto nonché dalla frammentarietà che spesso caratterizza la trattazione. Proprio per questo nella nostra esposizione abbiamo ritenuto opportuno seguire la suddivisione in argomenti già accennata nel primo capitolo. Cercheremo, quindi, di raggruppare le pagine relative alla stessa disciplina, ancorché fisicamente lontane, esplicitandone la collocazione all'interno del manoscritto.

Solo venti pagine delle *Meditatiunculae* sono dedicate ad argomenti di meccanica. Questo può sembrare strano se pensiamo che alcune delle più importanti opere di Guidobaldo trattano di meccanica e statica. D'altra parte dobbiamo ricordare che nel periodo in cui scrive le *Meditatiunculae*, alla fine degli anni ottanta, inizio anni novanta, Guidobaldo ha già pubblicato, o comunque sta pubblicando, sia il *Mechanicorum liber* (1577), sia i *Duos Archimedis aequeponderantium libros paraphrasis* (1588). È quindi plausibile pensare che i primi appunti e le prime riflessioni alla base delle due opere non si trovino raccolte nel manoscritto che stiamo studiando. Da questo punto di vista le pagine delle *Meditatiunculae* potrebbero rappresentare un'ulteriore riflessione su temi, già trattati nelle opere edite appena citate, che Guidobaldo ritiene di dover ulteriormente approfondire o chiarire.

Scorrendo l'indice riportato in appendice possiamo renderci conto immediatamente del fatto che le riflessioni circa argomenti di meccanica sono disperse nel corso dell'intero manoscritto, ma non troviamo una trattazione sistematica ed esauriente delle tematiche tipiche delle trattazioni di meccanica. La suddivisione che adotteremo nella descrizione dei contenuti delle varie parti cercherà di tener conto della possibile correlazione logica piuttosto che della collocazione fisica all'interno del manoscritto che sarà tuttavia segnalata ed eventualmente commentata.

3.2 L'equilibrio, il centro di gravità, il moto della terra, la bilancia

Analizzando le pagine di meccanica abbiamo individuato un gruppo di riflessioni che hanno in comune l'interesse per lo studio dell'equilibrio, della natura e delle proprietà del centro di gravità: se a pagina 30 Guidobaldo si occupa dell'equilibrio di una bilancia a bracci uguali, a pagina 54 ipotizza un movimento della terra rispetto al centro del mondo proprio a pàrtire da riflessioni circa l'equilibrio e la natura del centro di gravità. D'altra parte non mancano considerazioni, di tipo geometrico, circa la posizione del centro di gravità all'interno di una figura. Su alcune delle pagine citate ci siamo soffermati a lungo nel primo capitolo, § 1.5.2 e § 1.5.3, sottolineando, da una parte, l'interesse di Guidobaldo nei confronti dell'opera archimedea e il tentativo di fonderla con la teoria aristotelica, dall'altra il tentativo di fornire una trattazione sui centri di gravità in grado di risolvere le difficoltà ed i problemi insiti nella definizione proposta da Pappo nelle *Collezioni matematiche*.

In questo paragrafo ci soffermeremo, invece, sulle pagine 30-32 e 55-56 relative alla bilancia a bracci uguali, e no, in relazione all'equilibrio e alla "gravità" dei corpi appesi ad una bilancia. In esse troviamo, come vedremo, alcuni teoremi presenti anche nel *Mechanicorum liber* talvolta rivisti, talvolta pressoché identici alla versione stampata.

3.2.1 Il *De libra* delle *Meditatiunculae*

La pagina 30 delle *Meditatiunculae* si presenta strutturata in maniera tale da far pensare che ci si trovi di fronte ad un risistemazione di materiale precedentemente elaborato. Compaiono un titolo ed un sottotitolo — *de libra*, *Questiones Aristotelis de libra aliter demonstratae* — ed il testo che segue appare diviso in proposizioni numerate. La trattazione si interrompe, tuttavia, dopo due sole proposizioni.

Dobbiamo osservare che già nel *Mechanicorum liber* il tema dell'equilibrio di una bilancia a bracci uguali, e non solo, era stato ampiamente trattato nella sezione *De libra*. La dimostrazione dei teoremi che Guidobaldo ripropone nelle *Meditatiunculae* risulta, tuttavia, leggermente diversa.

Il testo apre con il seguente postulato:

> Centrum gravitatis deorsum tendere

Questa assunzione è estremamente importante non solo per provare le due proposizioni che seguono, ma anche, dal nostro punto di vista, al fine di comprendere le differenze tra la dimostrazione delle *Meditatiunculae* e quella del *Mechanicorum liber*.

La prima proposizione riguarda l'equilibrio di una bilancia avente il fulcro posto superiormente. Si tratta dello stesso teorema che Guidobaldo presenta nella seconda proposizione del suo *De libra*. L'enunciato delle *Meditatiunculae* è il seguente:

> Libra horizonti aequidistans, spartum habens sursum, cum mota fuerit, in aequilibrium horizonti aequidistans redit.

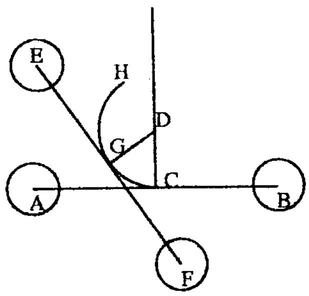
La seconda proposizione del *De libra* è così enunciata:

> Libra horizonti aequidistans, cuius centrum sit supra libram, aequalia in extremitatibus, aequaliterque a perpendicolo distantia habens pondera, si ab eiusmodi moveatur situ, in eundem rursum relicta, redibit; ibitque manebit[1].

Vediamo brevemente come si sviluppa la dimostrazione. È data una bilancia AB il cui centro sia il punto C; DC sia vincolato ad AB in modo tale che CD

[1] Cfr. [14], p. 4r.

e AB si mantengano perpendicolari. Sia D il fulcro immobile della bilancia posto superiormente. Due pesi uguali siano posti nei punti A e B.



Immaginiamo di spostare la bilancia dalla posizione di equilibrio, mantenendo fisso il fulcro D, cosicché AB si sposta nella posizione EF e DC in DG. Il punto C si muoverà lungo l'arco di circonferenza CGH di centro D. Nei punti E e F si troveranno quindi due pesi uguali che, per la quarta proposizione del primo libro del *de aequeponderantibus* di Archimede[2], avranno il centro di gravità nel punto G, essendo esso il punto medio del segmento EF. Per il postulato premesso, il centro di gravità tende a muoversi verso il basso e quindi il punto G si muoverà verso il basso, lungo un arco di circonferenza fino a raggiungere il punto C situato il più in basso possibile. La bilancia si muoverà, quindi, fino a che il punto G coinciderà con C, quando essa si ritroverà parallela all'orizzonte ed immobile.

Se confrontiamo la versione delle *Meditatiunculae* con quella del *De libra* notiamo che nella versione stampata la trattazione appare più dettagliata e formalmente più curata. Le due dimostrazioni procedono parallelamente, ma al momento della conclusione si possono riscontrare elementi di diversità: nelle *Meditatiunculae* Guidobaldo fa riferimento all'unico postulato che egli inserisce nella trattazione, cioè alla tendenza del centro di gravità a muoversi verso il basso; nel *De libra*, invece, egli richiama la prima proposizione del libro in cui egli dimostra:

[2]Riportiamo il testo della proposizione citata nella versione presente nella *Paraphrasis* guidobaldiana: "Si duae magnitudines aequales non idem centrum gravitatis habuerint, magnitudinis ex utrique magnitudinibus compositae centrum gravitatis erit medium rectae lineae gravitatis centra magnitudinum coniungentis". Cfr [29], p. 42.

> Si pondus in eius centro gravitatis a recta sustineatur linea, numquam manebit nisi eadem linea horizonti fuerit perpendicularis[3].

Così, mentre nelle *Meditatiunculae* Guidobaldo chiude la sua dimostrazione dicendo che il centro di gravità per sua propria natura dovrà muoversi verso il basso fino ad arrivare al punto più basso possibile, nel *De libra* spiega il moto della bilancia dicendo che CG non può rimanere in quella posizione non essendo CG perpendicolare all'orizzonte. Ne consegue che DG è costretto a tornare alla posizione iniziale affinché si abbia una situazione di equilibrio. Siamo di fronte, quindi, a due caratterizzazioni dell'equilibrio, o meglio delle condizioni che permettono l'equilibrio: nelle *Meditatiunculae* si ha equilibrio quando il centro di gravità si trova in *infimo loco*, nel *De libra* quando il segmento congiungente il punto di sospensione con il centro di gravità è perpendicolare all'orizzonte.

Le stesse osservazioni possono essere estese alla seconda proposizione che tratta il caso di una bilancia con il fulcro posto inferiormente. In questo caso, se spostiamo la bilancia dalla posizione di equilibrio essa non tornerà alla situazione precedente, ma si muoverà verso il basso.

> Si vero libra habet spartum deorsum, non redit in aequilibrium sed deorsum tendit.

Anche in questo caso possiamo individuare un'analogia con una proposizione del *De libra,* in particolare con la terza il cui enunciato è il seguente:

> Libra horizonti aequidistans aequalia in extremitatibus, aequaliterque a perpendiculo distantia habens pondera, centro inferne collocato, in hoc situ manebit. Si vero inde moveatur, deorsum relicta, secundum partem decliviorem movebitur[4].

La dimostrazione di questo secondo teorema non differisce dalla precedente se non per dettagli tecnici legati alla diversità della situazione. Anche in questo caso possiamo riscontrare l'uso delle due diverse caratterizzazioni dell'equilibrio già dette sopra. Tuttavia nella dimostrazione del *De libra* l'uso della prima proposizione non è in questo caso sufficiente e Guidobaldo

[3]Cfr. [14], p. 3r.
[4]Cfr. [14], p. 4v.

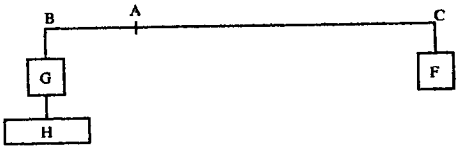
deve richiamare la tendenza del centro di gravità a muoversi verso il basso, che è postulata anche in questo testo nella terza *suppositio.*

Naturalmente questo postulato è indispensabile per spiegare il movimento verso il basso della bilancia che non è un ritorno ad una situazione di perpendicolarità all'orizzonte.

3.2.2 Le pagine 31 e 32

A pagina 31 Guidobaldo dimostra la seguente proposizione:

> Pondera aequalia in libra appensa eam in gravitate proportionem habent quam diastantiae ex quibus appenduntur.



L'enunciato di questo teorema appare piuttosto oscuro. Si parla di pesi appesi ad una bilancia ed il fatto che nella figura la bilancia sia in posizione orizzontale fa pensare che ci si stia riferendo ad una situazione di equilibrio. Questo tuttavia appare immediatamente poco probabile dal momento che una situazione di equilibrio unita al fatto che i pesi siano uguali implica, per la proposizione 2 del primo libro dell'*Equilibrio dei piani*[5], che il punto A sia situato nel punto medio del segmento BC. Nella figura proposta da Guidobaldo, invece, questo non succede.

Anche se interpretassimo l'espressione *pondera aequalia* come una relazione di uguaglianza relativamente al volume o, per usare la terminologia guidobaldiana, alla *magnitudo* arriveremmo comunque ad una contraddizione. In questo caso, infatti, partendo dall'ipotesi

$$magn(\text{F}) = magn(\text{G})$$

si vorrebbe dimostrare che:

$$grav(\text{G}) : grav(\text{F}) = \text{AB:AC}$$

[5] Aequalia vero gratia ex inaequalibus distantiis non aequeponderare, sed praeponderare ad gravem ex maiori distantia. Cfr. [29], p. 26.

Tale tesi appare quindi in contraddizione con le proposizioni 6 e 7 del primo libro dell'*Equilibrio dei piani*[6] che afferma che si ha equilibrio qualora i pesi stiano tra loro nel rapporto permutato delle distanze.

Dobbiamo pensare allora che ci si riferisca a due pesi uguali appesi ad una bilancia non in condizioni di equilibrio e che si voglia valutare la "gravità" dei due corpi F e G nelle due diverse posizioni B e C in cui sono posti. Osserviamo che nella dimostrazione Guidobaldo utilizza tre concetti strettamente correlati, ma distinti: la *magnitudo* di un corpo ovvero il suo volume; la *gravitas* intesa in senso assoluto, dipendente dal materiale che costituisce il corpo e dalla *magnitudo*; la *gravitas secundum situ* ovvero la "gravità" che ha il corpo nella posizione in cui si trova: qualora si appende un corpo ad una bilancia la "gravità" di esso dipende non solo dal volume o dal materiale che lo costituisce, ma anche dalla particolare posizione in cui esso si trova rispetto al fulcro della bilancia.

Tali grandezze sono legate tra loro, ed in particolare valgono le seguenti relazioni che Guidobaldo usa nella sua dimostrazione. Se due corpi A e B sono dello stesso genere allora

$$grav(\text{A}) : grav(\text{B}) = magn(\text{A}) : magn(\text{B})$$

Se due corpi A e B sono posti nella stesso punto P allora

$$grav(\text{A}) : grav(\text{B}) = grav_{\text{P}}(\text{A}) : grav_{\text{P}}(\text{B})$$

Se due corpi A e B posizionati nei punti C e D si fanno equilibrio intorno ad un punto P allora si ha che:

$$grav_{\text{C}}(\text{A}) = grav_{\text{D}}(\text{B})$$

Studiando la dimostrazione proposta da Guidobaldo possiamo chiaramente capire l'intento dell'autore e chiarire, quindi, che le *gravitates* citate nell'enunciato sono da intendersi come *gravitates secundum situ* cosicché il teorema può essere enunciato nel modo seguente:

[6] Magnitudines commensurabiles ex distantiis eandem permuatim proportionem habentibus, ut gravitates, aequeponderant. Cfr. [29], p. 60.

Si autem magnitudines fuerint incommensurabiles, similiter aequeponderabunt ex distantiis eandem, atque magnitudines, proportionalem habentibus. Cfr. [29], p. 68.

Dati due pesi uguali F e G posti agli estremi C e B di una bilancia si ha che

$$grav_{\mathrm{C}}(\mathrm{F}) : grav_{\mathrm{B}}(\mathrm{G}) = \mathrm{AC}:\mathrm{AB}$$

Vediamo ora la dimostrazione di Guidobaldo: per ipotesi sappiamo che

$$grav(\mathrm{F}) = grav(\mathrm{G})$$

Si prenda un peso H tale che

$$grav(\mathrm{F}) : grav(\mathrm{H}) = \mathrm{AB}:\mathrm{AC}$$

Se poniamo il corpo H nel punto B si ha allora che i pesi F e H si fanno equilibrio intorno ad A[7] cosicché possiamo concludere che la "gravità" di H in B è uguale alla "gravità" di F in C:

$$grav_{\mathrm{B}}(\mathrm{H}) = grav_{\mathrm{C}}(\mathrm{F}).$$

Essendo inoltre, per ipotesi, $grav(\mathrm{F}) = grav(\mathrm{G})$ possiamo dedurre

$$grav(\mathrm{H}) : grav(\mathrm{G}) = \mathrm{AC}:\mathrm{AB}.$$

Poiché i corpi H e G sono posti entrambi in B segue che

$$grav_{\mathrm{B}}(\mathrm{H}) : grav_{\mathrm{B}}(\mathrm{G}) = grav(\mathrm{H}) : grav(\mathrm{G}).$$

Si ha allora che

$$grav_{\mathrm{B}}(\mathrm{H}) : grav_{\mathrm{B}}(\mathrm{G}) = \mathrm{AC}:\mathrm{AB}$$

cosicché si può concludere

$$grav_{\mathrm{C}}(\mathrm{F}) : grav_{\mathrm{B}}(\mathrm{G}) = \mathrm{AC}:\mathrm{AB}$$

[7] Per le proposizioni 6 e 7 del primo libro dell'*Equilibrio dei piani* già citate.

ovvero la tesi.

Nella pagina seguente Guidobaldo dimostra lo stesso teorema qualora i due pesi uguali, in questo caso E ed F, si trovino dalla stessa parte rispetto al fulcro della bilancia nei punti D e C.

La dimostrazione applica la proposizione appena vista immaginando un peso G, uguale ai due dati, posizionato in B punto posto ad una distanza uguale ad AD dal punto A[8].

Con queste due proposizioni l'attenzione si sposta dal tema dell'equilibrio a quello della "gravità" che un corpo ha in virtù della sua particolare posizione; si tratta di un concetto vicino alla moderna definizione di momento che rimanda però immediatamente all'equilibrio: due corpi in equilibrio su una bilancia hanno la stessa *gravitatem secundum situ.* Risulta facilmente allora che si tratta di due concetti distinti ed in qualche modo legati. Si tratta di una grandezza difficile da definire, da gestire da un punto di vista matematico: l'oscurità dell'enunciato del teorema proposto da Guidobaldo è in qualche modo legato a questo: si parla di "gravità", ma si intende qualcosa di più, una grandezza legata anche alla posizione del corpo rispetto ad un punto di riferimento.

Anche in questo caso è possibile individuare nel *De libra* del *Mechanicorum liber* una proposizione del tutto analoga a quella proposta nelle *Meditatiunculae.* La proposizione 6 *aliter* del *De libra*[9], infatti, propone esattamente lo stesso teorema; la somiglianza fra i due testi è molto forte non solo dal punto di vista contenutistico, ma anche da quello puramente formale. Anche le figure sono del tutto identiche e presentano le stesse lettere

---

[8]Si ha infatti per la proposizione precedente che
$grav_{B}(G) : grav_{E}(D) = AB:AD$
ed essendo per costruzione AB=AD segue che
$grav_{B}(G) = grav_{E}(D)$.
Applicando ancora una volta la proposizione precedente abbiamo inoltre che:
$grav_{B}(G) : grav_{C}(F) = AB:AC$
e sostituendo
$grav_{D}(E) : grav_{C}(F) = AD:AC$.

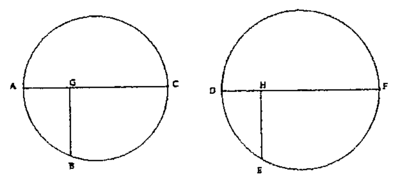
[9]L'enunciato della proposizione indicata è il seguente: "Pondera aequalia in libra appensa eam in gravitate proportionem habent; quam distantiae, ex quibus appenduntur". Cfr. [14], p. 35r.

Manca nelle *Meditatiunculae* un interessante corollario in cui si afferma che proprio per il teorema appena dimostrato il corpo più lontano dal fulcro della bilancia si muove più velocemente perché più grave[10].

Ancora sulla bilancia Guidobaldo ritorna alle pagine 55–56 delle *Mediattiunculae* in cui si propone di spiegare l'affermazione, contenuta nelle *Questiones Mechanices* pseudo-aristoteliche, secondo la quale le bilance più grandi sarebbero più precise di quelle più piccole.

La dimostrazione guidobaldiana propone dapprima un teorema sul cerchio, indubbiamente legato nella visione aristotelica alla teoria della bilancia, per passare poi all'applicazione di quanto appena provato nella dimostrazione della tesi principale.

Così nella prima parte Guidobaldo dimostra che dati i due cerchi diseguali

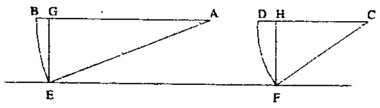


AC e DF e presi due segmenti perpendicolari ai diametri uguali tra loro, GC e HE si ha allora che

$$BG{:}GA < EH{:}HD$$

L'idea base della spiegazione di Guidobaldo consiste nello scomporre il moto di un corpo appeso ad una bilancia in una componente secondo natura, rappresentata da un segmento verticale, e una componente contro natura, rappresentata da un segmento orizzontale. Applicando il teorema appena dimostrato egli prova quindi che in rapporto tra il moto secondo natura ed il moto contro natura è maggiore nelle bilance grandi che in quelle piccole. Egli considera, infatti, le libre AB e CD, con AB < CD

[10]Ex hoc manifestum est, quo pondus a centro librae magis distat, eo gravius esse; et per consequens velocius moveri. Cfr. [14], p. 35v.



Per la proposizione precedente egli può affermare che

$$EG:GB<FH:HD$$

Poiché i segmenti GB e DH rappresentanmo il moto contro natura mentre GE e HF il moto secondo natura, Guidobaldo può affermare che il corpo nella bilancia più grande sarà mosso più agevolmente.

3.2.3 Sfera sul piano inclinato

A pagina 64 delle *Meditatiunculae* Guidobaldo propone un problema relativo al piano inclinato che può essere così riassunto:

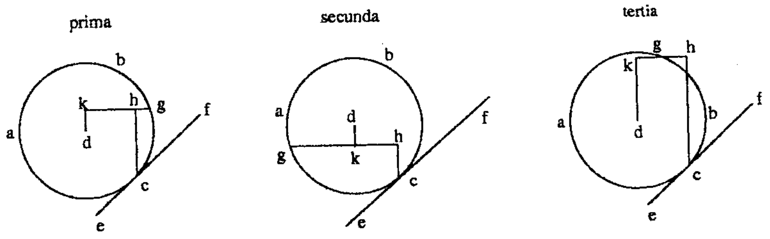
> Trovare la potenza necessaria a sostenere in un dato punto una sfera tangente ad un piano inclinato.

Sono dati quindi il piano inclinato EF, la sfera ABC di centro E e tangente al piano nel punto C ed il punto G dal quale vogliamo sostenere la sfera immobile sul piano inclinato.

Il cerchio ABC è il cerchio massimo che si ottiene tagliando la sfera con un piano perpendicolare all'orizzonte e passante per i punti D e C. Si tracci su tale piano la retta GHK parallela all'orizzonte e quindi le rette CH e DK ad essa perpendicolari. Immaginimo allora che GH sia una leva di fulcro H. Essendo D il centro di gravità della sfera si avrà una situazione di equilibrio quando in G sarà applicaro un peso P tale che

$$KH:HG=P:grav(sfera).$$

Dopo aver risolto il problema Guidobaldo fa notare che a secondo della posizione del punto G la leva considerata può essere del primo tipo[12] oppure del secondo[13] o del terzo[14] seguendo quanto già mostrato nel *de vecte.*



Leggendo questa dimostrazione colpisce la somiglianza tra essa ed una parte della soluzione che Pappo, nella proposizione 9 dell'ottavo libro[15], fornisce al problema di trovare la potenza necessaria a far muovere un peso su un piano inclinato una volta nota la potenza necessaria a far muovere tale corpo sul piano orizzontale[16]. La dimostrazione di Pappo, infatti, può essere brevemente riassunta nel modo seguente: è dato un peso A ed una potenza C che lo fa muovere sul piano orizzontale MN. È necessario trovare la potenza che fa muovere tale corpo lungo il piano inclinato KM.

[12]Le prime tre proposizioni del *de vecte* possono essere enunciate tutte nello stesso modo; ciò che in esse varia è la posizione relativa del fulcro della leva, del punto in cui è posto il peso e quello in cui è applicata la potenza equilibrante. L'enunciato della prima proposizione è il seguente: "Potentia sustinens pondus vecti appensum; eandem ad ipsum pondus proportionem habebit, quam vectis distantia inter fulcimentum, ac ponderi suspensionem ad distantiam a fulcimento ad potentiam interiectam." Nella prima proposizione il fulcro si trova tra il peso e la potenza. Cfr. [14], p. 38r–38v.

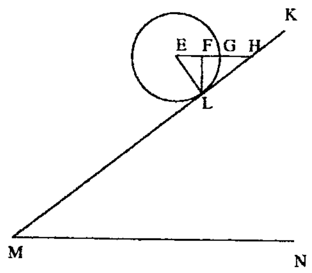
[13]Nella seconda proposizione del *de vecte*, il cui enunciato — *Alio modo vecti uti possumus* — rimanda al teorema precedente, il peso è, invece, situato tra il fulcro e la potenza. Cfr. [14], p. 39r.

[14]La terza proposizione — *Alio quoque modo vecte uti possumus* — prevede che la potenza si trovi tra il peso ed il fulcro. Cfr. [14], p.41r.

[15]Dato pondere a data potentia ducto in plano horizonti parallelo, et altero plano inclinato, quod ad subiectum planum datum angulum efficiat, invenire potentiam a qua pondus in plano inclinatus ducatur. Cfr [21], p. 313r.

[16]La teoria del piano inclinato proposta da Pappo nelle sue *Mathematicae Collectiones* è falsata dalla convinzione che un corpo per potersi muovere su un piano orizzontale debba essere soggetto all'azione di una potenza. Galileo nelle sue *Meccaniche* individua e segnala questo errore nella dimostrazione di Pappo. Cfr. [42], vol. II, p. 18 e seg. Guidobaldo, invece, accetta e ripropone nella traduzione italiana del *Mechanicorum* la dimostrazione di Pappo. Cfr. [33], p. 229–231.

Si consideri allora una sfera della stessa "gravità" di A ed avente il centro in E.



Sia L il punto in cui la sfera è tangente al piano inclinato e G il punto di intersezione della parallela per G all'orizzonte con la sfera stessa. Se in G si applica un peso tale che GF:FE=A:B, allora A e B si faranno equilibrio intorno al punto F fulcro della leva EF cosicchè la sfera resterà ferma sul piano inclinato. La sfera sarà quindi nelle stesse condizioni in cui si trova sul piano orizzontale quando per muoverla è necessaria la potenza C.

Se D è una potenza tale che A:B=C:D, vale a dire la potenza necessaria per muovere B sul piano orizzontale, la potenza per far muovere A lungo il piano inclinato sarà la somma delle due potenze C e D. Nella dimostrazione brevemente accennata la posizione del punto G è determinata dai dati del problema, mentre nella pagina delle *Meditatiunculae* la posizione di tale punto è scelta in maniera arbitaria cosicché si possono verificare le tre diverse situazioni già descritte.

Naturalmente non è chiaro se questa pagina sia stata realmente ispirato a Guidobaldo dalla lettura di Pappo; certamente i due problemi sono fortemente legati. Anche in questo caso, inoltre, egli accetta l'impostazione di Pappo che riporta alla leva retta il problema del piano inclinato proponendo una soluzione erronea.

3.3 Le pagine sulla coclea

Come abbiamo accennato nel primo capitolo alcune pagine delle *Meditatiunculae* sono dedicate alla coclea. Si tratta di soli 4 fogli — 57, 57 *bis*, 58 e 134 — i primi tre scritti in latino, l'ultimo in volgare. Nella prime pagine

Guidobaldo spiega da un punto di vista teorico come vada scelta l'inclinazione delle eliche sul cilindro affinché l'acqua possa salire. Per fare questo egli ricorre tra l'altro a quanto aveva già accennato nel suo *Mechanicorum liber*, nella sezione *de cochlea*[17]. Nell'ultima pagina su questo argomento il tono della trattazione cambia e, dal piano teorico, si sposta in un contesto pratico in cui l'interesse si focalizza su come posizionare la coclea nel fiume affinché l'acqua possa fluire in essa. Non è da escludere che l'uso del volgare piuttosto che il latino in questa occasione sia anche giustificato dal diverso contesto in cui la pagina si colloca. Ed in effetti la pagina 134 è seguita da pagine in volgare relative alle ruote (pagina 135) e alle girelle (136) in cui i problemi affrontati sono essenzialmente di tipo pratico: nella prima Guidobaldo elenca una serie di inconvenienti e di lati positivi per le macchine che utilizzano ruote poste perpendicolarmente all'orizzonte; nella seconda invece propone qualche suggerimento utile per poter costruire le taglie utilizzando le girelle in modo tale che le corde non producano un attrito eccessivo venendo a contatto una con l'altra.

Sottolineato il carattere prevalentemente pratico della pagina 134 sulla coclea, concentriamo ora la nostra attenzione sulle prime tre pagine. Di esse, due fanno parte del corpo principale del manoscritto, mentre la terza si trova su un foglio inserito come 57 *bis* che non contiene alcuna figura di riferimento.

Nella prima pagina Guidobaldo si propone di individuare l'inclinazione delle eliche di una coclea rispetto all'orizzonte. Egli propone l'esempio di una coclea con quattro eliche. Il punto di partenza è il triangolo rettangolo caratteristico, definito nel *Mechanicorum liber* in cui un cateto è pari alla distanza tra la prima e l'ultima elica e l'altro a n volte la circonferenza di base del cilindro dove n è il numero delle eliche, nel nostro caso quattro[18]. È necessario distinguere vari casi a seconda dell'inclinazione del cilindro rispetto all'orizzonte: così Guidobaldo considera il caso in cui il cilindro risulti essere perpendicolare all'orizzonte; quello in cui l'inclinazione del cilindro sia pari all'angolo DEC del triangolo caratteristico ed infine il caso in cui l'inclinazione sia minore di tale angolo. Per ognuna di queste situazioni

---

[17] Cfr. [14], p. 120–131.

[18] Si fuerit cochlea AC helices habens aequales CDEFG. Dico has nihil aliud esse praeter planum horizonti inclinatum circa cylindrum revolutum. Cfr. [14], p. 124.

Guidobaldo indica l'inclinazione delle eliche rispetto all'orizzonte.

Nella pagina che segue 57 *bis*, il problema si sposta e Guidobaldo si chiede come una data coclea debba essere inclinata rispetto all'orizzonte affinché l'acqua possa fluire in essa. La terza proposizione, infine, propone il problema inverso rispetto a quello appena enunciato: in questo caso, infatti, l'inclinazione della coclea è data, si chiede di determinare l'angolo secondo il quale vanno costruite le eliche sul cilindro affinchè l'acqua possa fluire. In entrambi i casi la condizione necessaria affinché l'acqua possa salire lungo la coclea è che l'estemità del diametro di base del cilindro risulti essere in posizione più elevata rispetto ai punti dell'elica vicini cosicché l'acqua si muoverà lungo l'elica.

Nelle lettere citate nel primo capitolo Guidobaldo parla della coclea riferendosi non solo ad appunti mal scritti e da risistemare, nelle lettere del 1589–1590 a Galileo, ma anche, nella lettera del 1593, ad un'opera sulla coclea che pensa di pubblicare, probabilmente dopo quella sulla prospettiva[19]. In effetti, il *De cochlea libri quatuor* sarà pubblicato solo molti anni dopo la morte di Guidobaldo, nel 1615. È interessante notare che il materiale sulla coclea presente nelle *Meditatiunculae* si ritrova nel primo libro del *De cochlea* talvolta risistemato ed ampliato, come nel caso della proposizione di pagina 57, talvolta pressoché identico. Le pagine manoscritte costituiscono, infatti, le proposizioni 1, 2 e 4 del primo libro del *De cochlea*[20]. Per quanto riguarda la prima proposizione, in cui nelle *Meditatiunculae* Guidobaldo individua tre casi differenti, troviamo nell'opera a stampa un caso in più non trattato precedentemente, quello in cui l'inclinazione del cilindro sia maggiore dell'angolo DEC. Da notare, inoltre, che se nelle *Meditatiunculae* l'esempio riguarda una cochlea con quattro eliche, nella stampa Guidobaldo propone due sole spire. Le altre due proposizioni presentano maggiore simililarità, anzi spesso il testo scorre parallelamente. Alcuni cambiamenti intervengono nella figura che tuttavia mantiene inalterate le lettere. Naturalmente si tratta di tre soli problemi inseriti in un'opera di vaste dimensioni in cui l'interesse è rivolto non solo ad aspetti meccanici, ma si sviluppa anche nel senso di una ricerca di tipo geometrico sul rapporto tra le eliche ed il cilindro. Risulta, tuttavia, importante sottolineare che le pagine delle *Medi-*

[19]Si veda il paragrafo 1.5.2, p. 566.

[20]Cfr. [34], p. 5–9.

tatiunculae rappresentano il punto di partenza dello studio che porterà alla stesura dell'opera completa. Indubbiamente gli appunti delle *Meditatiunculae* possono ben essere intesi come gli appunti mal scritti cui Guidobaldo fa riferimento nel 1589–1590, ma sono senz'altro precedenti la lettera del '93 in cui lo studio sulla coclea ha già la configurazione di un'opera da dare alle stampe.

3.4 Il principio di Archimede nelle pagine delle *Meditatiunculae*

Nelle pagine esaminate nel precedente paragrafo i testi di riferimento delle riflessioni di Guidobaldo, nel senso di un approfondimento delle tematiche in essi affrontate e dell'eventuale applicazione dei contenuti, sono principalmente il *Mechanicorum liber*, l'*Equilibrio dei piani* di Archimede, citato senza alcun riferimento esplicito alla *Paraphrasis* guidobaldiana e le *Mathematicae collectiones* di Pappo. In questo paragrafo presentiamo, invece, una serie di carte in cui il testo su cui Guidobaldo riflette sono i *Galleggianti* di Archimede, citati nell'edizione di Commandino[21]. Ancora una volta noteremo come lo studio dell'opera di Archimede sembri affascinare Guidobaldo che cerca di conciliare anche in questo caso la teoria del galleggiamento archimedea, con la legge del moto di Aristotele.

3.4.1 Movimento di un corpo in un mezzo liquido

Alle pagine 41–42 delle *Meditatiunculae* Guidobaldo presenta un teorema circa il moto di un corpo all'interno di un mezzo liquido.

L'enunciato del teorema può essere così esposto:

> Grandezze solide della stessa specie e figura più pesanti di un liquido, percorreranno un uguale spazio nello stesso tempo se abbondonate nel liquido.

La dimostrazione è preceduta da una distinzione in casi, a seconda che le grandezze date siano tra loro uguali o diseguali. In questa specificazione,

[21] Cfr. [10].

naturalmente, l'uguaglianza va intesa relativamente alla *magnitudo* ovvero in termini moderni al volume delle due grandezze. Nel caso di uguaglianza, quindi, la tesi è banale, cosicché l'unica situazione interessante è quella in cui le due grandezze siano tra loro diverse.

Osserviamo che nella dimostrazione giocano un ruolo importante le seguenti grandezze relative ad ogni corpo x: la "gravità", la *magnitudo* e la quantità di liquido avente la stessa *magnitudo* di x che indicheremo rispettivamente con la notazione $grav(x)$, $magn(x)$ e $L(x)$. Osserviamo che la notazione appena introdotta è diversa da quella adottata da Guidobaldo, ma ci permette di illustrare la dimostrazione guidobaldiana con maggior facilità senza perlatro falsarne lo spirito[22].

Siano date allora le grandezze della stessa specie e figura A e B con A > B. La tesi che Guidobaldo si propone di dimostrare è che le grandezze A e B poste nel liquido percorreranno spazi uguali nello stesso intervallo di tempo.

Centrale nello sviluppo della dimostrazione è la proposizione 7 del primo libro dei *Galleggianti* di Archimede della quale Guidobaldo riporta l'intero enunciato nella traduzione di Federico Commandino[23]. Tale proposizione permette, infatti, di quantificare la perdita di peso di una grandezza immersa in un liquido: essa risulta infatti essere uguale alla gravità di una quantità di liquido avente la stessa *magnitudo* della grandezza immersa.

Il secondo punto centrale nella dimostrazione è, poi, l'identificazione di tale perdita di peso con la resistenza che il mezzo liquido oppone al movimento della grandezza.

Se seguendo la tradizione aristotelica indichiamo con il termine "resistenza" al moto tutto ciò che ad esso si oppone possiamo interpretare la "maggior leggerezza" come resistenza al moto verso il basso che è dovuto alla *gravitas*. La misura della maggior leggerezza dà quindi, in qualche modo, la misura della resistenza. Possiamo allora concludere scrivendo la relazione seguente:

---

[22] Vorremmo sottolineare il fatto che non sempre nella trattazione di Guidobaldo la distinzione tra grandezza e *magnitudo* di tale grandezza è esplicitata a livello formale. Sul concetto di *magnitudo, moles, gravitas* e *pondus* si veda l'articolo di P. D. Napolitani, *La geometrizzazione della realtà fisica: il peso specifico in Ghetaldi e in Galileo*, cfr. [51].

[23] Si veda la nota 28 di questo capitolo.

$$res(\text{A}) = grav(L(\text{A})$$

dove con l'espressione $res(\text{A})$ indichiamo appunto la resistenza opposta dal mezzo alla grandezza A.

A questo punto interviene la legge aristotelica di caduta secondo cui la velocità di un corpo in un mezzo è direttamente proporzionale alla "gravità" ed inversamente proporzionale alla resistenza. Per dimostrare che i due corpi in un tempo fissato percorrono spazi uguali, hanno cioè la stessa velocità, basterà dimostrare che per i due corpi il rapporto tra "gravità" e resistenza è lo stesso. Così Guidobaldo dimostra, come primo passo, che il rapporto della resistenza alla grandezza è lo stesso per A e B[24]. L'esposizione di questo primo passo è estremamente chiara e curata anche dal punto di vista formale: i teoremi di Euclide utilizzati sono puntualmente citati in margine mentre lo scarso numero di cancellature ci induce a credere che Guidobaldo non avesse dubbi o incertezze su questa prima parte. La situazione cambia notevolmente, invece, nella seconda parte della trattazione in cui si vuole dedurre dalla proporzionalità appena dimostrata la tesi del teorema legando il rapporto $grav(L(\text{A})) : grav(\text{A})$ alla velocità della grandezza A nel liquido.

In questa parte Guidobaldo mostra incertezze e dubbi rilevabili attraverso l'analisi dei cambiamenti, talvolta importanti, che Guidobaldo apporta sulla versione originaria, spostando paragrafi ed intervenendo a più riprese sul testo. L'incertezza di Guidobaldo sembra essere focalizzata sul concetto di *resistentia* e *proportio resistentiae*. In una prima versione egli infatti esordisce affermando che il rapporto

$$grav(L(\text{A})) : grav(\text{A}) = grav(L(\text{B})) : grav(\text{B})$$

---

[24]Riportiamo brevemente la dimostrazione del primo punto.
Essendo $magn(\text{A}) = magn(L(\text{A}))$ e $magn(\text{B}) = magn(L(\text{B}))$ vale la proporzione seguente
$magn(\text{A}) : magn(\text{B}) = magn(L(\text{A})) : magn(L(\text{B}))$
ma essendo le grandezze A e B della stessa specie si ha
$magn(\text{A}) : magn(\text{B}) = grav(\text{A}) : grav(\text{B})$
e per lo stesso motivo
$magn(L(\text{A})) : magn(L(\text{B})) = grav(L(\text{A})) : grav(L(\text{B}))$.
Possiamo dedurre allora che $grav(\text{A}) : grav(\text{B}) = grav(L(\text{A})) : grav(L(\text{B}))$
e quindi permutando e convertendo
$grav(L(\text{A})) : grav(\text{A}) = grav(L(\text{B})) : grav(\text{B})$.

non è altro che il rapporto della resistenza che il liquido oppone alle grandezze A e B[25] e solo in un secondo tempo richiama la proposizione dei *Galleggianti.* In questa prima versione risulta quindi oscuro che cosa intenda Guidobaldo per *resistentia*: probabilmente per questo motivo egli cambia l'ordine dei due paragrafi anteponendo nella versione finale la citazione dei *Galleggianti* all'affermazione circa il rapporto della resistenza. In questo modo, infatti, risulta con maggior chiarezza che cosa Guidobaldo intenda per *resistentia* e perché essa si possa identificare con la "gravità" di una mole di liquido pari in *magnitudine* alla grandezza immersa.

Le pagine che abbiamo appena descritto ed, in qualche modo, interpretato mostrano ancora una volta il tentativo di Guidobaldo di fondere la teoria aristotelica del moto con la teoria matematizzata che Archimede propone nelle proprie opere. Così se è da Aristotele che, pur senza citarlo, Guidobaldo trae la possibilità di confrontare le "velocità" dei due corpi A e B, è a partire dalla teoria archimedea sul galleggiamento che può quantificare la resistenza offerta dal mezzo. Così due mondi in apparenza lontani vengono fusi in un'unica teoria in cui i risultati matematici di Archimede si integrano con una teoria filosofica che è in grado di spiegare la vera causa del galleggiamento dei corpi o il movimento di un corpo in un mezzo.

3.4.2 Il problema della corona ovvero *mixti proportionem invenire*

Alle pagine 119–120 delle *Meditatiunculae* Guidobaldo affronta il problema comunemente noto come problema della corona. Vitruvio nel IX libro del suo *de architectura*, esplicitamente citato da Guidobaldo, racconta come Archimede avesse scoperto il furto dell'orefice valutando il peso della quantità d'acqua fuoriuscita da un vaso colmo qualora si immergesse in esso la corona o una massa d'oro ed una d'argento di peso uguale alla corona. Il problema può essere enunciato in termini generali, citando le parole utilizzate dallo stesso Guidobaldo, nel modo seguente: *mixti proportionem invenire.* Tale argomento viene infatti ripreso, riformulato ed approfondito da Guidobaldo alle pagine 232–234 delle *Meditatiunculae* stesse.

[25] Il testo è il seguente: "proportio resistentiae quam facit humidum ad magnitudines *a*, *b*." Cfr. p. 281.

Il tipo di approccio che Guidobaldo adotta nella prima versione appare profondamente diverso ripetto a quello, indubbiamente più maturo e matematizzato, che caratterizza l'ultima esposizione. Nella prima trattazione, infatti, egli propone una spiegazione priva di generalità riferendosi ad un esempio numerico ed indicando che il procedimento sarebbe applicabile negli stessi termini anche in un secondo caso raffigurato in margine.

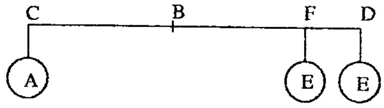
Egli ripropone l'idea tramandata da Vitruvio secondo la quale se x ed y rappresentano il peso dell'oro e dell'argento presenti nella corona, mentre $grav_o$, $grav_a$ e $grav_c$ sono rispettivamente i pesi delle quantità di acqua fuoriuscita nell'immersione rispettivamente delle masse di oro e d'argento e della corona, aventi tutte lo stesso peso, allora vale la relazione seguente:

$$x : y = (grav_a - grav_c) : (grav_c - grav_o)$$

Tutto questo viene espresso attraverso un esempio e senza alcun tentativo di giustificazione di tipo matematico. Così, se il peso della corona è 30 libbre e $grav_c = 12$, $grav_o = 10$ e $grav_a = 15$ si ha che il rapporto tra la quantità di oro e d'argento presenti nella corona sarà di 3 a 2. Saranno quindi 18 le libbre d'oro e 12 quelle d'argento.

Le parole di Vitruvio, conclude Guidobaldo, sono poco chiare e mancano di una spiegazione esauriente del fenomeno. Solo in un secondo tempo, con diverso inchiostro, Guidobaldo sottolinea la scarsa applicabilità del metodo che ha appena descritto, dovuta alla difficoltà che si incontra nel pesare con esattezza l'acqua fuoriuscita dal vaso. Per ovviare a questo inconveniente Guidobaldo propone l'uso di una bilancia, secondo il metodo descritto a pagina 233 a cui rinvia esplicitamente. Alle pagine 232–233, infatti, Guidobaldo presenta una trattazione più completa, in cui non solo sparisce la presentazione attraverso esempi, ma il metodo viene giustificato sulla base oltre che del *De libra*[26] anche dei teoremi dei *Galleggianti* di Archimede citati nell'edizione di Federico Commandino *De iis quae vehuntur in aqua*[27]. Così a pagina 232 egli propone di trovare con la bilancia il rapporto tra il peso di un corpo più pesante di un liquido e il peso di un volume di liquido pari al volume del corpo dato.

[26]Cfr. [14].
[27]Cfr. [10].



Sia A il corpo più pesante del liquido, supponiamo che si tratti di acqua; si ponga in D un peso E che faccia equilibrio ad A nella bilancia di fulcro B. Quando il corpo A viene immerso nell'acqua, E cessa di equilibrare A, ma risulta necessario spostarlo nel punto F affinché si abbia equilibrio.

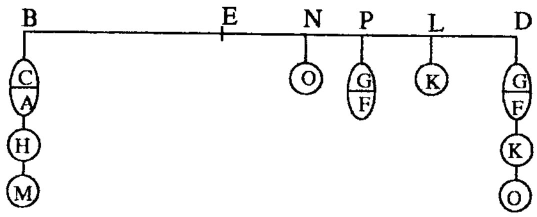
La tesi che Guidobaldo si propone di dimostrare è che

$$grav(\text{A}) : grav(\text{L}) = \text{BD:FD}$$

dove L è un volume di liquido pari a al volume di A.

La dimostrazione si basa sulla proposizione 7 dei *Galleggianti*[28] di Archimede per cui la perdita di peso di un corpo immerso in un liquido è pari al peso di un volume di liquido pari al volume del corpo immerso[29].

Questo primo teorema viene applicato a pagina 233 al problema di stabilire la composizione di un corpo costituito di due diversi materiali, ad esempio oro ed argento.



È dato il misto AC di cui si vuole stabilire la composizione, ovvero il rapporto A:C utilizzando la bilancia di fulcro E. Si ponga allora in D un peso FG che equilibri AC. Si ponga poi in B un corpo H d'oro che sia equilibrato da K

[28] L'enunciato della proposizione citata è il seguente: "Solidae magnitudines humido graviores demissae in humidum ferentur deorsum, donec descendant: et erunt in humido tanto leviores, quanta est gravitas humidi molem habentis solidae magnitudini aequalem." Cfr. [10], p. 5r.

[29] La dimostrazione si sviluppa nel modo seguente: se $grav'(\text{A})$ è la "gravità" di A una volta immerso nel liquido si ha che: $grav'(\text{A}) : grav(\text{E}) = \text{BF:BC}$.
Essendo anche che $grav(\text{E}) : grav(\text{A}) = \text{BC:BD}$ segue che $grav'(\text{A}) : grav(\text{A}) = \text{BF:BD}$
e quindi $[grav(\text{A}) - grav'(\text{A})] : grav(\text{A}) = (\text{BD-BF})\text{:BD}$
ovvero $grav(\text{L}) : grav(\text{A}) = \text{FD:BD}$.

in D. Si immerga quindi H nel liquido e si sposti K in L affinché sia abbia una situazione di equilibrio. Si ponga quindi in B un corpo M in argento equilibrato da O in D. Una volta immerso nel liquido sia esso equilibrato da O in N. Si ponga poi il misto AC nel liquido e venga equilibrato da FG in P.

Si avrà allora che A:C=NP:PL.

Se immaginiamo, infatti, FG suddiviso in modo tale che F equilibri A mentre G fa equilibrio a C, allora F farà equilibrio ad A immerso nel punto L e G farà equilibrio a C immerso nel punto N. Ma, per quanto detto sopra, FG fa equilibrio ad AC nel punto P.
Ne segue, per la proposizione 5 del *De libra*[30] che

$$grav_{\mathrm{L}}(\mathrm{F}) : grav_{\mathrm{N}}(\mathrm{G}) = \mathrm{NP{:}PL}$$

e, sostituendo, $grav_{\mathrm{B}}(\mathrm{A}) : grav_{\mathrm{B}}(\mathrm{C}) = \mathrm{NP{:}PL}$ e quindi essendo A e B appesi nello stesso punto: $grav(\mathrm{A}) : grav(\mathrm{C}) = \mathrm{NP{:}PL}$.

Della stessa proposizione Guidobaldo presenta un *aliter*, alla pagina successiva, che appare particolarmente interessante per un'aggiunta, effettuata in volgare e con una grafia più minuta rispetto a quella della parte precedente, in cui Guidobaldo sottolinea la difficoltà che si può incontrare nel valutare il rapporto NP:PL per le ridotte dimensioni delle due parti, o per il fatto che le due parti non differiscano in maniera notevole.

Proprio per risolvere questa difficoltà Guidobaldo propone due metodi in qualche modo complementari: scelto arbitrariamente un punto Q si congiungano e prolunghino le rette QNR, QPS, QLT essendo RST parallela a BED. Si ha allora che NP:PL=RS:ST. In questo modo le dimensioni dei due segmenti vengono dilatate mantenendo naturalmente invariato il rapporto che ci interessa. Tale metodo sembra funzionare perfettamente dal punto di vista geometrico, ma non altrettando se immaginiamo una situazione reale, in cui tracciare linee ed individuare intersezioni non appare così banale. Da questo punto di vista, aiuta la seconda idea che Guidobaldo propone che sembra maggiormente legata ad una considerazione pratica e non puramente geometrica del problema. Guidobaldo propone di avvolgere un sottile filo

[30] L'enunciato della proposizione citata è il seguente: "Duo pondera in libra appensa, si libra inter haec ita dividatur, ut partes ponderibus permutatim respondeant; tam in punctis appensis ponderabunt, quam utraque ex divisionis puncto suspendantur." Crf. [14], p. 30v.

metallico intorno al bastone che costituisce la bilancia in modo che contando le spire che coprono i due segmenti si possa avere in maniera semplice la valutazione del rapporto cercato.

L'idea di avvolgere un filo metallico intorno all'asta che costituisce la bilancia, in modo da facilitare nella pratica la valutazione del rapporto cercato, richiama alla memoria l'artificio che il giovane Galileo propone a conclusione della sua *Bilancetta*[31].

[31] Cfr. [42], Vol. I, p. 215–220.

Si tratta di un lavoro composto da Galileo nel 1586, dopo l'interruzione dei suoi studi di medicina. Venne pubblicata soltanto nel 1644 nell'opera *Archimedis redivivo con la stadera del momento del dottor don Gio. Battista Hodierna. Dove non solamente s'insegna il modo di scoprir le frodi nella falsificazione dell'Oro e dell'Argento, ma si notifica l'uso delli pesi, e delle misure civili presso diverse nazioni del mondo, e di questo Regno di Sicilia.* In Palermo, per Decio Cirillo, 1644. La *Bilancetta* si trova nelle pagine 1–8.

Riportiamo il testo della parte conclusiva dell'opera in cui Galileo descrive con estrema attenzione la sua bilancia: "Per fabricar dunque la bilancia, piglisi un regolo lungo almeno due braccia, e quanto più sarà lungo più sarà esatto l'istrumento; e dividasi nel mezo, dove si ponga il perpendicolo; poi si aggiustino le braccia che stiano nell'equilibrio, con l'assottigliare quello che pesasse più; e sopra l'uno delle braccia si notino i termini dove ritornano i contrapesi de i metalli semplici quando saranno pesati nell'aqqua, avvertendo di pesare i metalli più puri che si trovino. Fatto che sarà questo, resta a ritrovar modo col quale si possa con facilità aver la proporzione, secondo la quale le distanze tra i termini de i metalli puti verranno divise da i segni dei misti; il che, al mio giudizo, si conseguirà in questo modo: sopra i termini dei metalli semplici avvolgasi un sol filo di corda d'acciaio sottilissima; ed intorno agli intervalli, che tra i termini rimangono, avvolgasi un filo di ottone pur sottilissimo; e verranno tali distanze divise in particelle uguali. Come, per essempio, sopra li termini e, f avvolgo 2 fili solo di acciaio (e questo per distinguerli dall'ottone); e poi vo riempendo tutto lo spazio tra e, f con l'avvolgervi un filo sottilissimo di ottone, il quale mi dividerà lo spazio ef in molte particelle uguali; poi quando io vorrò sapere la proporzione che è tra fg ge, conterò i fili fg ed i fili ge, e trovando i fili fg esser 40 ed i ge esser, per essempio 21, dirò nel misto esser 40 di oro e 21 di argento.

Ma qui è da avvertire che nasce una difficoltà nel contare: però che, per essere quesi fili sottilissimi, come si richiede all'esquisitezza, non è possibile con la vista numerarli, però che tra sì piccoli spazi si abbaglia l'occhio. Adunque, per numerargli con facilità, piglisi uno stiletto acutissimo, col quale si vada adagio adagio discorrendo sopra detti fili; ché così parte mediante l'udito, parte mediante il ritrovar la mano ad ogni filo l'impedimento, verranno con facilità detti fili numerati: dal numero de i quali, come ho detto sopra, si averà l'esquisita quantità de i semplici, de' quali è il misto composto. Avvertendo però, che i semplici risponderanno contrariamente alle distanze: come, per esempio, in un misto

La descrizione che Galileo propone nella sua opera è molto più particolareggiata e ricca rispetto a quella appena accennata da Guidobaldo in un appunto aggiunto solo in un secondo momento, tuttavia ci sembra, che l'idea così particolare di avvolgere un filo metallico possa rappresentare un elemento che accomuna fortemente la pagina delle *Meditatiunculae* con il trattatello galileiano. Questo probabilmente non è di per sé sufficiente ad ipotizzare una possibile influenza galileiana sulla pagina delle *Meditatiunculae* analizzata. Vorremmo sottolineare, tuttavia, due elementi che sembrano sostenere l'ipotesi che la risistemazione della soluzione del problema della corona abbia risentito dell'influenza di Galileo.

Da una parte è importante notare il fatto che, nella prima soluzione (a pagina 119), Guidobaldo non accenna minimamente al principio di Archimede, ovvero alla settima proposizione dei *Galleggianti*, quale spiegazione del metodo che portò Archimede a scoprire il furto dell'orefice. Sappiamo, tuttavia, che Guidobaldo conosceva tale principio, dal momento che nelle pagine 42–43 egli costruisce la sua "teoria" sul moto di un corpo in un liquido proprio basandosi su tale principio. Risulta abbastanza chiaramente che nel momento in cui scrive la prima soluzione egli non è prefettamente cosciente del motivo per cui il metodo archimedeo che descrive funziona e, comunque, non si preoccupa di spiegarlo. Ecco che invece alle pagine 232–233 la dimostrazione della validità del metodo diventa rigorosa, esplicitamente basata sul principio di Archimede e sull'uso della bilancia, gli stessi elementi che Galileo pone alla base della sua *Bilancetta*. Dobbiamo osservare che queste osservazioni non sono conclusive, dal momento che l'uso della bilancia idrostatica per risolvere il problema della corona veniva riportato in una tradizione, indipendente da quella di Vitruvio, tramandata dal *Carmen de ponderibus*[32].

Nonostante le pretese di originalità avanzate da Galileo in apertura del suo lavoro giovanile[33] l'idea di usare la bilancia idrostatica non era, quindi,

d'oro e d'argento, i fili che saranno verso il termine dell'argento ci daranno la quantità dell'oro. E quelli che saranno verso 'l termine dell'oro ci dimostreranno la quantità dell'argento; ed il medesimo intendasi degli altri misti."

[32]Si tratta di un poema metrologico tardo antico (III-IV secolo d. C.) che circolò insieme alla grammatica di Prisciano: secondo Clagett la prima edizione a stampa del Carmen, infatti, è quella contenuta nelle *Opera* di prisciano (Venezia 1488).

[33]Dopo aver dichiarato la scarsa attendibilità di quanto riportato da alcuni autori

nuova nella tradizione archimedea o pseudo-archimedea. L'originalità dello scritto galileiano consiste, invece, nella capacità di individuare le difficoltà pratiche insite nell'uso di tale strumento e di perfezionarlo al fine di renderlo funzionante non solo da un punto di vista teorico. Ed, in effetti, i risultati che egli ottiene con questo strumento e riporta nella *Tavola delle proporzioni della gravità in specie de i metalli e delle gioie pesate in aria e acqua*[34] sono tra i migliori dell'epoca.

Nella pagina delle *Meditatiunculae*, dunque, si ritrova in forma di appunto veloce un'idea che rappresenta il maggior elemento di originalità dell'opera giovanile di Galileo, cosicché ci sembra giustificata l'ipotesi che su tale appunto, se non su tutte le tre pagine in cui compare la trattazione del problema della corona in forma rigorosa, possa leggersi un'influenza galileiana.

Il secondo elemento che ci sembra importante a sostegno della nostra ipotesi è che le pagine su cui stiamo discutendo fanno parte di un gruppo di carte in cui, in più punti, è possibile individuare suggestioni galileiane. Rimandiamo al capitolo 7 la presentazione di queste pagine; ciò che ci interessa in questo contesto è sottolineare la forte probabilità di uno scambio di idee tra Galileo e Guidobaldo circa la bilancia idrostatica è la soluzione del problema della corona.

---

relativamente al modo in cui Archimede scoprì il furto dell'orefice, Galileo scrive: "Ma il conoscer io che tal modo era in tutto fallace e privo di quella esattezza che si richiede nelle cose matematiche, mi ha più volte fatto pensare in qual maniera, co 'l mezzo dell'aqqua, si potesse esquisitamente ritrovare la mistione di due metalli; e finalmente, dopo aver con diligenza riveduto quello che Archimede dimostra nei suoi libri Delle cose che stanno nell'aqqua ed in quelli Delle cose che pesano ugualmente, mi è venuto in mente un modo che esquisitissimamente risolve il nostro quesito: il qual modo crederò io esser l'istesso che usasse Archimede, atteso che, oltre all'esser esattissimo, depende ancora da dimostrazioni ritrovate nel medesimo Archimede.

Il modo è co 'l mezzo di una bilancia, la cui fabbrica ed uso qui appresso sarà posto, dopo che si averà dichiarato quanto a tale intelligenza è necessario. Cfr. [42], Vol. I, p. 215–216.

[34] Cfr. [42], p. 221–228.

Capitolo 4

La prospettiva nelle *Meditatiunculae*

Le carte delle *Meditatiunculae* concernenti la prospettiva sono suddivise in due blocchi: il primo, scritto in italiano, porta il titolo *Della prospettiva* e occupa le pagine 155–180; il secondo, in latino, non è titolato e si trova alle pagine 188–228.

I due gruppi di carte segnalati differiscono notevolmente per quanto riguarda la forma, lo stile espositivo e, come vedremo nel seguito, mostrano due tappe differenti nell'evoluzione della teoria prospettica guidobaldiana[1].

4.1 Il *Della prospettiva*

Le pagine che costituiscono il *Della prospettiva* si presentano in forma estremamente ordinata, sono scritte con una grafia minuta e precisa e sono cor-

[1]Le pagine di prospettiva presenti nelle *Meditatiunculae* sono state oggetto della tesi di Laurea della Dott. P. Marchi. Ho avuto l'occasione di lavorare con lei relativamente a questo tema e ritengo di poter condividere le tesi che sostiene nel suo lavoro al quale rimando per un'analisi puntuale ed approfondita del materiale prospettico nelle *Mediatiunculae* in rapporto anche all'opera edita di Guidobaldo su questo argomento. Cfr. [59].

In questo capitolo illustrerò in sintesi i contenuti delle pagine di prospettiva nelle *Mediatiunculae* cercando di evidenziare i punti maggiormente interessanti indispensabili per la chiara comprensione del percorso di ricerca che Guidobaldo matura in queste pagine.

redate da figure eseguite con riga e compasso. Poco numerose sono inoltre le cancellature e le aggiunte, a testimonianza ulteriore del fatto che si tratti di una sistemazione in bella copia di materiale precedentemente sviluppato e giunto ormai ad una alto grado di maturazione.

Dal punto di vista contenutistico emerge con chiarezza che la trattazione presentata in queste prime pagine non risente della teoria dei punti di fuga elaborata da Guidobaldo cosicché si può arguire che sia ad essa precedente. Questa ipotesi verrà confermata anche dallo studio della seconda parte in cui la teoria dei punti di fuga viene via via delineandosi. Vorremmo osservare, inoltre, che la trattazione sembra essere lontana da uno stile dimostrativo rigoroso di tipo geometrico per avvicinarsi, soprattutto nelle pagine iniziali, ad una spiegazione per l'applicazione di un metodo piuttosto che alla dimostrazione della sua validità. Non dobbiamo dimenticare che la prospettiva nasce, prima che come teoria matematica, come una tecnica pittorica che vive in un ambiente di pratici interessati non tanto ad una giustificazione teorica di un metodo, quanto ai suoi buoni risultati. La tradizione prospettica che Guidobaldo eredita è fatta, quindi, di regole spiegate, insegnate ed utilizzate ma non giustificate dal punto di vista teorico. Di essa sembrano risentire in particolare le prime pagine del *della prospettiva* che si apre proprio con la descrizione di sei modi per individuare la visione prospettica di un punto su un piano perpendicolare all'orizzonte. Si tratta quindi, ancora una volta, di dare regole, di spiegare come esse funzionino operativamente.

Un'ansia di giustificazione teorica sembra però essere presente anche nella descrizione di questi primi sei modi dal momento che Guidobaldo scrive, riferendosi ai primi quattro modi appena descritti:

> Le dimostrationi di questi quattro modi dipendono dalla dimostratione del Commandino nel principio del comento sopra il planispherio di Tolomeo

per poi correggere con la frase

> Le dimostrationi di questi quattro modi saranno più di sotto.

Così, ancora una volta, Guidobaldo cita il suo maestro, Federico Commandino, al lavoro del quale probabilmente si ispira[2], per poi rendersi conto della necessità di una giustificazione ulteriore che egli inizia a cercare.

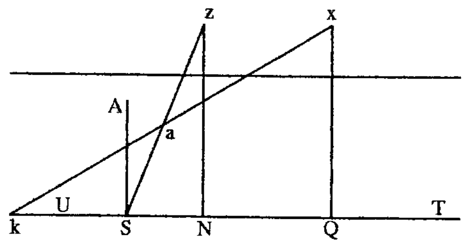
Dopo il sesto modo Guidobaldo torna ad indicare un riferimento per la giustificazione teorica: questa volta si riferisce agli ultimi due modi ed indica in maniera esplicita le proposizioni 14 e 15 in cui egli spiega un settimo modo *da tirar in perspettiva*:

> Per questi doi ultimi modi vedi la proposizione 14 e nella 15 si mostra il 7° modo da tirar in perspettiva.

Torneremo nel seguito sulle due proposizioni citate, in particolare sulla 14; ci preme qui mettere in evidenza la necessità che evidentemente Guidobaldo avverte di porre una base teorica rigorosa alla base delle regole che ha appena proposto.

Ci soffermiamo a descrivere brevemente il primo modo descritto nel *Della prospettiva*: su di esso torneremo nei prossimo paragrafo per un confronto con una nuova versione che di esso Guidobaldo propone alla fine del secondo gruppo di carte sulla prospettiva presenti nelle *Meditatiunculae*. Sarà opportuno, allora, chiarire come tale metodo viene presentato nel *Della prospettiva* per avere a disposizione gli elementi necessari per il confronti.

Ci si propone di individuare l'immagine prospettica di un punto A su un piano perpendicolare al piano di terra. Per semplicità supporremo il punto A sul piano di terra.



Sia UT la linea di terra; NQ la distanza tra la tavola e la proiezione dell'occhio sul piano di terra e QX l'altezza dell'occhio su tale piano. Sia NZ parallela ed uguale a QX. Si conduca per A la perpendicolare AS a TU e sia su TU

[2]Per quanto riguarda il confronto tra i modi esposti da Guidobaldo ed i procedimenti illustrati da Commandino rimandiamo alla tesi di P. Marchi, cfr. [59], p. 74–81.

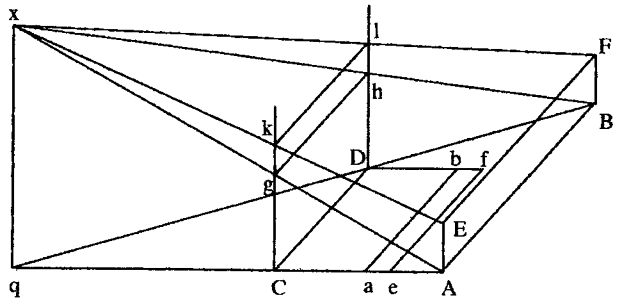
SK=AS. Si tirino le rette KX e SZ; il punto di intersezione delle due rette è l'immagine del punto A cercata.

I metodi descritti, in particolare il sesto, vengono utilizzati da Guidobaldo per alcuni problemi. Il primo chiede di individuare l'ombra proiettata da un prisma sul piano sottostante: tale problema è risolto a pagina 159 ed è seguito da una serie di diciasette proposizioni numerate dallo stesso Guidobaldo che si susseguono a partire da pagina 160. Tra queste proposizioni possiamo individuare due sottogruppi: il primo, e più numeroso, raccoglie le prime tredici proposizioni e propone la soluzione di problemi prospettici utilizzando i metodi descritti: nel primo problema, ad esempio, Guidobaldo propone di trovare l'immagine prospettica di un quadrilatero con un vertice sul piano di terra, inclinato rispetto ad esso e del quale conosciamo il piede di un altro dei vertici. Nella proposizione due lo stesso problema viene posto nel caso in cui il quadrilatero non abbia alcun vertice sul piano di terra. Le proposizioni 3–5 prendono in esame la rappresentazione prospettica di alcune figure solide, a partire dai problemi appena risolti circa il quadrilatero oltre che, naturalmente, dai 6 modi descritti. Nelle proposizioni 6–8 il problema si sposta dal tipo figura da rappresentare alla posizione reciproca del quadro prospettico, dell'occhio e del piano di terra. Il quadro, infatti, precedentemente posto tra l'occhio e l'oggetto da rappresentare viene collocato oltre l'oggetto o, ancora, l'occhio, solitamente posto al di sopra del piano di terra, viene immaginato al di sotto di esso. Nelle proposizioni 9–13 è la superficie in cui si vuole rappresentare l'oggetto che cambia e da piana, quale il normale quadro fino ad ora considerato, diventa curva in particolare cilindrica. In effetti, poiché Guidobaldo tratta solo cilindri retti il procedimento non si discosta notevolmente da quello adottato nel caso di una superficie piana.

Il secondo gruppo, costituito dalle ultime quattro proposizioni, ha un carattere profondamente diverso e propone la prima dimostrazione geometrica nella trattazione prospettica di Guidobaldo. In particolare risulta particolarmente interessante la proposizione 14 alla quale, con tutta probabilità, si riferisce Guidobaldo nella già citata frase scritta dopo il quarto modo in cui per la dimostrazione si rinvia ad un seguito non meglio precisato.

Nella proposizione 14 Guidobaldo dimostra che l'immagine di una retta trasversale, ovvero una retta parallela alla linea di terra, è ancora un retta parallela alla linea di terra. Varrà forse la pena di soffermarsi su questa dimostrazione per avere un'idea del tipo di ragionamento alla base del primo teorema di Guidobaldo in prospettiva. Sia x l'occhio dell'osservatore e qx la sua altezza sul piano di terra. Su tale piano sia posta la figura ABCD avente AB parallelo a CD, CD sulla linea di terra, e l'angolo DCA retto. Siano inoltre allineati i punti q, C, A e analogamente i punti q, D, B.

Si traccino i raggi visivi xA e xB e siano rispettivamente g ed h le intersezioni con il quadro. Il piano individuato dalle rette xgA e qCA risulterà essere perpendicolare al piano di terra poiché contiene la retta xq perpendicolare a tale piano.



La retta gc, intersezione dei due piani xqA e gCD, entrambi perpendicolari al piano di terra, sarà anch'essa perpendicolare a tale piano. Analogamente si procede per la retta Dh. Le rette gC e hD sono entrambe parallele a qx, cosicché i triangoli xqA, gCA e hDB, xqB sono a due a due simili tra loro così come i triangoli qCD e qAB. Valgono allora le proporzioni seguenti:

$$\mathrm{AC} : \mathrm{C}q = \mathrm{A}g : gx; \qquad \mathrm{BD}:\mathrm{D}q = \mathrm{B}h : hx; \qquad \mathrm{AC}:\mathrm{C}q = \mathrm{BD}:\mathrm{D}q$$

dalle quali facilmente segue

$$\mathrm{A}g : gx = \mathrm{B}h : hx$$

Si ha quindi che la retta gh è parallela alla retta AB.

Al di là dei dettagli tecnici della dimostrazione, risulta particolarmente importante l'inserimento di un teorema dimostrato geometricamente che diventa la base teorica su cui si giustifica un nuovo metodo, un *settimo modo*, introdotto da Guidobaldo nella proposizione 15 ed applicato poi nei due problemi seguenti in cui il quadro prospettico non è verticale, ma risulta inclinato rispetto al piano di terra.

Le pagine 178–180 si allontanano da questo tipo di considerazioni mentre danno alcune regole pratiche: nella prima Guidobaldo indica, riferendosi quasi esclusivamente al disegno, come trovare l'immagine prospettica di tre cerchi tra loro ortogonali. Nelle due pagine successive si sofferma a spiegare qualche metodo pratico per riprodurre una figura complicata, per rappresentare la quale si debba individuare un numero elevato di punti. I suggerimenti di Guidobaldo sono volti principalmente a minimizzare il numero di rette da tracciare al fine della rappresentazione.

Il *Della prospettiva* si chiude con una pagina in latino in cui Guidobaldo propone un classico dei trattati di prospettiva, relativo alle iscrizioni su muro o su colonna. Si parte da considerazioni di ottica per elaborare un metodo che permetta di scrivere in modo tale che lettere, poste ad altezze diverse, appaiano di uguale dimensione.

Prima di passare alla descrizione del contenuto del secondo gruppo di carte delle *Meditatiunculae* relative alla prospettiva, sarà bene riassumere brevemente gli elementi pecularïari di questa prima esposizione sull'argomento. In effetti, se i caratteri delle due trattazioni appaiono profondamente diversi, è pur vero che è possibile rinvenire proprio nella prima parte il punto di partenza della seconda. Come abbiamo già sottolineato, il *Della prospettiva* si apre con delle regole, nella tradizione della trattatistica sulla prospettiva. Tuttavia, Guidobaldo sente la necessità di giustificare i *modi* che riprende dalla tradizione. Non lo fa in queste pagine, o comunque non lo fa completamente, ma inizia a porsi il problema e in più punti egli rinvia al seguito per la dimostrazione. Ed, infine, nella proposizione 14 egli inserisce una dimostrazione che è importante perché è la prima, ma anche perché sembra far riflettere Guidobaldo sulla possibilità di generalizzare il suo risultato. Sarà proprio da questa proposizione, infatti, che Guidobaldo ripartirà nella seconda parte delle sue riflessioni sulla prospettiva raccolte in questo manoscritto.

4.2 Le *Notae quaedam de perspectiva*

Il secondo gruppo di pagine delle *Mediatiunculae* dedicate alla prospettiva non presentano alcun titolo; per questo motivo ci riferiremo ad esse indicandole come *Notae quaedam de perspectiva* o, più brevemente, *Notae*.

Contrariamente alle pagine descritte nel precedente paragrafo, le *Notae* appaiono come materiale di lavoro e di forte elaborazione da parte di Guidobaldo: le numerose cancellature e correzioni successive, l'eliminazione di intere proposizioni danno l'idea di una teoria che l'autore sta scoprendo ed approfondendo nel momento stesso in cui lavora a queste pagine. Non si tratta quindi di materiale risultato di una precedente ricerca che l'autore propone in bella copia, ma di materiale che di tale ricerca è testimone ed in qualche modo custode.

Lo stile espositivo appare, fin dalla prima proposizione, completamente diverso da quello del *Della prospettiva*: non si parla di *modi*, non si presentano esempi, ma ci si riferisce alla prima proposizione indicandola come teorema. Ecco allora, che immediatamente abbiamo l'impressione che da una trattato di prospettiva pratica, ci si stia avviando ad una elaborazione di tipo geometrico e teorico del problema. La trattazione è organizzata in teoremi, lemmi e corollari, nello stile classico della dimostrazione geometrica.

Possiamo individuare nelle *Notae* due parti distinte: nella prima Guidobaldo sviluppa la teoria dei punti di fuga fondandola su dimostrazioni geometriche; nella seconda egli si serve di tale teoria per poter proporre metodi pratici per operare in prospetttiva.

4.2.1 La teoria dei punti di fuga

La teoria dei punti di fuga nelle *Notae* si sviluppa secondo un percorso scandito nei seguenti punti:

- generalizzazione del teorema delle rette parallele dimostrato alla proposizione 14 del *Della prospettiva* (Prop. 1);
- introduzione del punto di fuga nel caso di rette giacenti sul piano di terra, parallele tra loro ma non al quadro (Prop. 2 e 5);
- generalizzazione del primo risultato circa il punto di fuga nel caso di rette giacenti sul piano verticale (Prop.);
- individuazione del punto di fuga nel caso di rette giacenti sul piano di terra e perpendicolari alla linea di terra (Prop. 3);

- generalizzazione delle proposizioni precedenti nel caso in cui il quadro prospettico non sia verticale (Prop. 6);
- considerazione teoriche circa i punti di fuga: i punti di fuga sono infiniti, etc;
- applicazione della teoria dei punti di fuga per la formulazione di regole prospettiche.

Leggendo il primo teorema scopriamo che si tratta di una generalizzazione del risultato dimostrato nella proposizione 14 del *Della prospettiva*: in questa versione non ci si limita alle rette trasversali, ma si dimostra il parallelismo delle rette immagine per tutte le rette parallele tra loro e al quadro. Nella forma finale l'enunciato di questo primo teorema è il seguente:

> Si oculus parallelas lineas videt, sitque sectio lineis aequidistantibus parallela, lineae in sectione erunt inter se parallelae.[3]

Tale enunciato è il risultato di modifiche successive di notevole interesse poiché testimoniano il continuo tentativo di generalizzare il risultato passando dalle rette parallele giacenti sul piano di terra, alla massima generalizzazione, cioè alle rette parallele al quadro aventi direzione qualunque[4].

Ci sembra risulti con ragionevole evidenza il tipo di percorso seguito da Guidobaldo che, a partire dal teorema particolare alla base del suo settimo

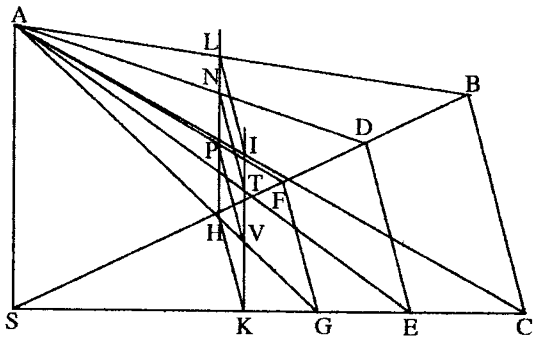
[3]Se l'occhio vede delle rette parallele e la sezione è parallela a tali rette, allora le rette nella sezione saranno tra loro parallele.

[4]Il testo delle due versioni che precedono l'enunciato definitivo può essere dedotto dall'apparato critico presente nell'edizione, ma per semplicità riporterò qui la nostra ricostruzione. Vorrei far osservare, tuttavia, che non sempre l'ordine dei cambiamenti è evidente cosicché la nostra ricostruzione è in qualche modo anche una interpretazione.
1ª Versione
Si oculus parallelas lineas in plano existentes videt, sitque communis sectio tabulae dictique plani lineis aequidistantibus parallela, lineae secundum quas oculus per tabulam videt lineas parallelas, erunt inter se parallelae.
1ª Versione
Si oculus parallelas lineas in plano existentes videt, sitque tabula lineis aequidistantibus parallela, lineae secundum quas oculus per tabulam videt lineas parallelas, erunt inter se parallelae.

modo (proposizione 14 del *Della prospettiva*), cerca di estendere il risultato quanto più gli sia possibile.

Se analizziamo la dimostrazione della proposizione, ci accorgiamo che l'elemento importante non è il parallelismo tra le rette da rappresentare e la linea di terra, quanto piuttosto il fatto che si possa tracciare un piano passante per ognuna di tali linee e parallelo al quadro. In questo modo le rette immagine saranno intersezione del piano del quadro con il piano passante per l'occhio e la retta osservata, cosicché la retta reale e la sua immagine si possono ottenere come intersezione di due piani paralleli con un terzo piano; esse saranno perciò parallele. Le rette immagine, quindi, sono non solo parallele tra loro, ma anche parallele alle rette da rappresentare, come puntualizza il corollario posto immediatamente dopo il primo teorema.

Nella proposizione che segue, a pagine 189, Guidobaldo dimostra una semplice conseguenza di quanto visto nella proposizione precedente, riferendosi, tuttavia, non alla versione definitiva, ma a quella originaria, in cui il teorema si limitava alle linee parallele alla linea di terra. La figura e la situazione a cui Guidobaldo si riferisce, infatti, sono quelli della proposizione 14 del *Della prospettiva*. Evidentemente l'intervento di Guidobaldo nel senso di una maggiore generalità del teorema non è stato immediato o contestuale, ma indubbiamente successivo alla stesura della seconda proposizione. Tale conseguenza stabilisce l'uguaglianza di alcuni segmenti — nella figura che segue LN=IT e NP=TV — che diventerà un discriminante tra i casi in cui le rette immagine di un fascio di rette parallele risultino ancora un fascio di rette parallele o meno.



Immediatamente dopo, infatti, Guidobaldo propone il caso in cui le rette parallele siano sul piano di terra, ma non siano parallele alla linea di terra. In questo caso, le rette immagine non saranno parallele, ma si incontreranno in un punto; è la prima volta che un *punto di fuga* compare nella teoria guidobaldiana. Così Guidobaldo dimostra che le immagini di due rette giacenti sul piano di terra tra loro parallele, ma non parallele alla linea di terra si intersecano in punto. A tale punto concorreranno tutte le altre rette parallele alle due di partenza.

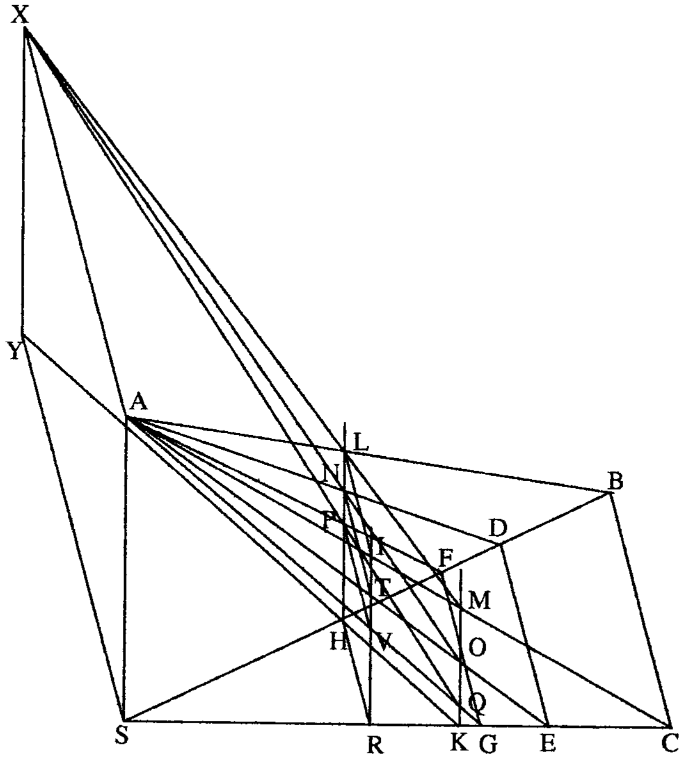
La dimostrazione che Guidobaldo propone in questo caso diventa una sorta di schema base applicabile anche nei teoremi successivi relativi alla teoria dei punti di fuga.

Vediamola allora nelle sue linee essenziali: sono date le rette BC, DE, FG parallele tra loro, ma non alla linea di terra HK. Si vuole dimostrare che esiste un punto X cui le immagini delle rette date concorrono. Si traccino le rette SB e SC che taglino le rette parallele e la linea di terra nei segmenti BC, DE, FG e HK. Si consideri poi il piano verticale che intersechi il piano di terra nella retta HK parallela alle rette date. Per la prima proposizione possiamo concludere che le immagini delle rette date hanno come immagine su tale piano verticale un fascio di rette parallele che staccano, sulle due rette perpendicolari al piano di terra passanti per H e K, segmenti a due a due uguali.

Possiamo quindi affermare che LN=IT e NP=TV. Per la similitudine dei triangoli AIT, AMO possiamo inoltre scrivere:

$$MA:AI=MO:IT.$$

Essendo MA>AI ne segue che MO>IT e quindi MO>LN. Si ha allora che le rette che congiungono i punti LM e NO non sono tra loro parallele, ma si intersecheranno in un punto X.



A questo punto si tratta di dimostrare che anche le immagini delle altre rette concorrono al punto X. Per la similitudine dei triangoli MXO e XLN si ha MX:XL=MO:LN. Poiché LN=IT e MA:AI=MO:IT abbiamo che

MX:XL=MA:AI.

Lavorando in maniera analoga sui triangoli AMQ e AIV, ricordando l'uguaglianza dei segmenti IV e LP si ottiene la proporzione seguente:

MA:AI=MQ:LP.

Possiamo allora concludere MX:XL=MQ:LP e quindi che i tre punti X, P e Q sono allineati[5]. Anche la retta PQ converge, quindi, al punto X ed in maniera analoga tutte le immagini delle rette appartenti al fascio di rette parallele considerato.

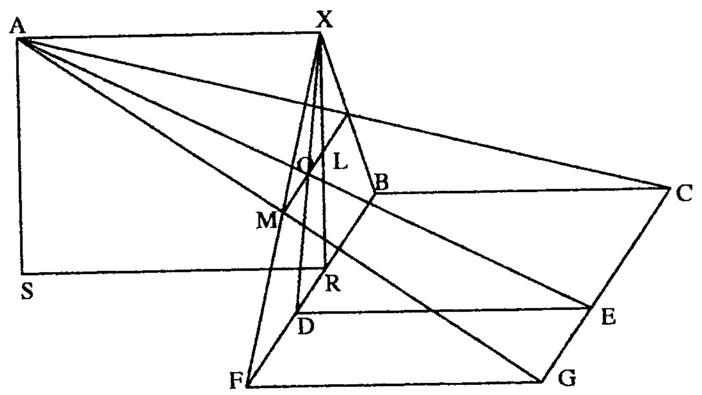
[5]Questa conclusione dovette sembrare troppo frettolosa a Guidobaldo che introdusse, a pagina 181, un lemma in cui si dimostra la conclusione necessaria per chiudere la dimostrazione.

L'ultima parte della proposizione è dedicata ad individuare la posizione del punto X: operativamente è naturalmente molto importante saper situare questo punto, poiché eviterà di dover tracciare le rette necessarie per individuarlo. Così Guidobaldo dimostra, in un primo tempo, che tale punto si trova alla stessa altezza dell'occhio sul piano di terra provando che il segmento XA risulta essere parallelo al segmento BC e quindi al piano di terra. Si consideri allora la retta per S parallela ad BC che intersechi il quadro prospettico nel punto Y. Da Y si conduca la verticale e su di essa si individui il punto X in modo tale che AS=YX. Il punto X sarà allora il punto di fuga cercato[6].

Della proposizione di pagina 189–190 Guidobaldo presenta un *aliter* alla pagina 197.

Dimostrata l'esistenza del punto di fuga in questo primo caso, Guidobaldo approfondisce ora la sua teoria generalizzando il risultato: dapprima considera le rette parallele giacenti su un piano verticale e quindi le rette giacenti sul piano di terra perpendicolari alla linea di terra.

In questo ultimo caso la strategia dimostrativa applicata da Guidobaldo cambia: siano BC, DE e FG parallele ed ortogonali alla linea di terra BF. Sia inoltre BC=DE=FG. La retta GC sarà allora parallela a BF.



Le immagini dei punti G, E, G si troveranno sulla retta MOL parallela a FB. Per la similitudini dei triangoli ACE e ALO si ha allora che

$$CA:AL=CE:LO$$

[6]La dimostrazione segue facilmente dalle relazioni precedentemente individuate.

Poiché CA>AL si ha che CE>LO e quindi BD>LO. Possiamo concludere allora che le rette BL e DO concorreranno in un punto X. A questo punto resta da dimostrare che anche la retta FM concorre alla stesso punto X. La dimostrazione, del tutto analoga a quella della seconda proposizione sfrutta la similitudine dei triangoli ACG e ALM e quindi dei triangoli BDX e LOX dalle quali si deduce

$$BX:XL=BF:LM$$

Applicando quindi il lemma di pagina 181 possiamo dedurre che F, M e X sono allineati[7].

A questo punto resta da individuare la posizione del punto di fuga X. Dapprima si dimostra che si trova alla stessa altezza dell'occhio sul piano di terra e quindi si propone un procedimento per la sua costruzione. Dal punto R si traccia RS parallelo alle rette date, ovvero perpendicolare alla linea di terra, e dal punto R si tracci la retta verticale sulla quale si individua il punto X tale che RX=SA. Il punto X è il punto di fuga cercato.

Guidobaldo ha così concluso la teoria dei punti di fuga nel caso in cui il quadro sia perpendicolare al piano di terra. A pagina 199 quindi Guidobaldo rivolge la propria attenzione al caso in cui il piano risulti inclinato rispetto ad esso.

Il caso più generale viene affrontato nella proposizione 10, a pagina 203–204, in cui le rette parallele considerate non giacciono sul piano di terra o su un piano parallelo al quadro, ma su un piano passante per la linea di terra e inclinato rispetto all'orizzonte. Guidobaldo dimostra l'esistenza del punto di fuga X posto alla stessa altezza di A rispetto a tale piano inclinato. Al di là dei dettagli della dimostrazione, simile peraltro a quella della proposizione 3 già vista, è interessante notare la novità di questa proposizione che consiste nell'affermare che il punto di fuga non si trova necessariamente sulla stessa altezza dell'occhio sul piano di terra. Questa affermazione contrasta con tutta la trattatistica prospettica precedente, in cui i punti di

[7]La dimostrazione proposta rappresenta l'ultima stesura del teorema: come possiamo dedurre dall'apparato critico dell'edizione, Guidobaldo intervenne più volte sul testo a modificare una dimostrazione iniziale più complicata e laboriosa. Per un'analisi dei cambiamenti apportati da Guidobaldo su questa proposizione rimandiamo al lavoro di P. Marchi, cfr. [59].

convergenza, seppure senza alcun tipo di dimostrazione geometrica, erano posti esclusivamente sulla linea dell'orizzonte. L'impianto teorico elaborato da Guidobaldo, quindi, non solo fonda i metodi consolidati nella trattatistica precedente, ma talvolta ne evidenzia anche le incongruenze. Così, con questo teorema, Guidobaldo scopre la non fondatezza di una certezza propria della pratica prospettica.

Prima di passare alla descrizione della seconda parte delle *Notae*, vorremmo soffermarci sulla proposizione 7 di pagina 200: in essa Guidobaldo dimostra l'infinità dei punti di fuga in un piano prospettico, situati alla stessa altezza sul piano di terra. Questo teorema ci sembra particolarmente interessante in quanto in esso troviamo una chiara conferma del cambiamento di punto di vista negli studi prospettici da parte di Guidobaldo: si tratta di un teorema, infatti, il cui interesse è puramente teorico, estremamente lontano dalla pratica. Si ha l'impressione che l'interesse di Guidobaldo si stia spostando dalla semplice giustificazione teorica e geometricamente rigorosa di alcuni metodi pratici, al tentativo di costruire una teoria geometrica dei punti di fuga, che va al di là dell'interesse pratico e dell'applicabilità. Nelle *Notae* Guidobaldo sta costruendo una teoria matematica che si giustifica in quanto tale e non solo perché applicabile alla pratica.

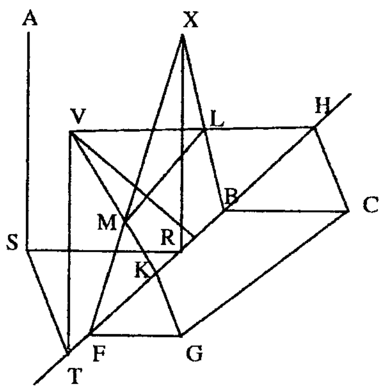
4.2.2 L'applicazione della teoria dei punti di fuga

Nella seconda parte delle *Notae* la teoria dei punti di fuga diventa strumento importante per l'introduzione di metodi da applicare in prospettiva. La novità di questa nuova esposizione di regole consiste nel legame immediato tra la teoria e l'applicazione pratica: non solo le regole sono giustificate e dimostrate, ma esse nascono in un contesto teorico già sviluppato. In qualche modo si capovolge quanto abbiamo osservato nel *Della prospettiva* in cui si presentava la regola e di essa, eventualmente, ci si chiedeva la giustificazione. In questo caso, invece, lo strumento teorico è dato, e ci si chiede come da questo si possa dedurre una regola da applicare ai problemi di prospettiva.

La ricerca dei punti di fuga è l'elemento centrale dei nove modi che Guidobaldo propone nelle pagine 207–228. La tecnica espositiva utilizzata da Guidobaldo suddivide ogni modo in due parti: nella prima vengono individuati i punti di fuga attraverso una costruzione tridimensionale; nella seconda viene proposta la regola vera e propria — *praxis* — da utilizzare nel piano.

Proponiamo, a titolo d'esempio, il primo dei modi presentati da Guidobaldo nelle pagine 207–208. Il problema chiede di trovare l'immagine di un punto C, su un piano posto perpendicolarmente al piano di terra. Per semplicità ci limititamo a considerare il caso in cui il punto C si trovi sul piano di terra.

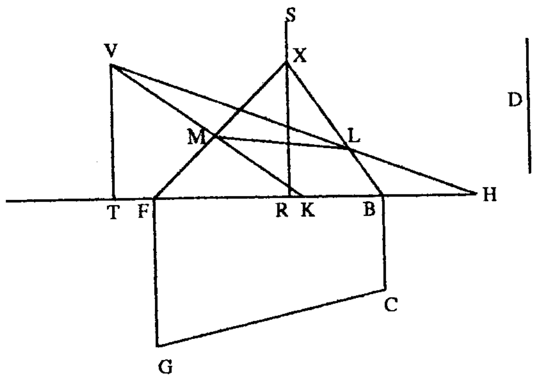
L'idea alla base del metodo consiste nell'individuare l'immagine del punto C quale intersezione delle immagini di due rette passanti per tale punto ed in particolare della retta passante per C perpendicolare alla linea di terra e la retta per C inclinata di 45 gradi rispetto a tale linea.



Ci limiteremo a considerare il caso in cui il punto C si trovi sul piano di terra. Si considerino allora la retta CB perpendicolare alla linea di terra e il segmento BH=CH cosicché la retta CH risulta inclinata di 45 gradi rispetto alla linea di terra. Per la proposizione 3 il punto di fuga delle rette ortogonali sarà il punto X ottenuto tracciando dal punto R la verticale RX e ponendo RX=AS. La retta BX sarà allora immagine della retta CB.

Resta, quindi, da individuare il punto di fuga delle rette condotte a 45 gradi sulla linea di terra. Si prenda allora un punto T sulla retta BR in modo tale che RT=SR. ST sarà allora parallela a CH essendo entrambe a 45 gradi sulla linea di terra. Il punto V, preso sulla perpendicolare per T in modo tale che sia VT=AS sarà il punto di fuga delle rette inclinate a 45 gradi. La retta VH sarà allora l'immagine della retta CH. L'intersezione delle rette VH e XB sarà l'immagine prospettica del punto C.

A questa prima esposizione segue la traduzione nel piano della regola appena dedotta.



Sia C il punto da rappresentare, TB la linea di terra e D l'altezza dell'occhio sul piano di terra (il segmento AS nella figura precedente). Sia S la proiezione dell'occhio sul piano di terra. Si conduca la retta CB perpendicolare alla linea di terra e si prendano sulla linea di terra i seguenti segmenti: BH=BC e TR=SR. Si conduca per T la perpendicolare a TB e si prenda V in modo tale che TV=D e su SR si individui il punto X tale che XR=D. L'intersezione delle rette BX e VH darà l'immagine del punto C.

Il metodo appena descritto altro non è che il primo metodo del *Della prospettiva*, sul quale ci siamo soffermati nel paragrafo precedente, riletto e spiegato alla luce della teoria dei punti di fuga. Il *punto centrico* e il *punto della distanza* misteriosamente introdotti nel primo modo del *Della prospettiva* vengono qui identificati con i punti di fuga delle rette ortogonali e delle rette inclinate a 45 gradi rispetto alla linea di terra. Ecco allora che nelle pagine 207–218 Guidobaldo rilegge i sei modi già descritti alla luce della sua teoria, chiarendo il significato dei punti precedentemente utilizzati senza alcuna spiegazione[8]. In queste pagine Guidobaldo utilizza gli stessi punti di fuga già utilizzati nel primo metodo, ovvero il *punto centrico* e il *punto della distanza* della tradizione. Sarà a partire dalle pagine 219–220 che egli utilizzerà generici punti di fuga di fasci di rette parallele giacenti sul piano di terra ed aventi una generica direzione. L'idea alla base del

[8] Il secondo metodo del *Della prospettiva* viene riportato alle pagine 213–214; il terzo alle pagine 215–216; il quarto alle pagine 217–218, il quinto alle pagine 211–212 e il sesto alle pagine 213–214.

metodo non cambia in maniera sostanziale, utilizzando il teorema di pagina 200 per cui tutti i punti della retta, parallela alla linea di terra e posta ad una distanza pari all'altezza dell'occhio sulla linea di terra, sono punti di fuga per un fascio di rette parallele giacenti sul piano di terra. Si tratta allora di individuare la direzione di tali rette parallele.

La teoria guidobaldiana dei punti di fuga diventa, allora, strumento di scoperta di nuovi metodi, o meglio, di un unico metodo che usa i punti di fuga per la messa in prospettiva.

4.3 La prospettiva delle *Meditatiunculae* e il *de perspectiva libri sex*

Le tappe dello sviluppo della prospettiva individuate nelle pagine delle *Meditatiunculae* trovano il pieno compimento nel *Perspectivae libri sex* pubblicata da Guidobaldo nel 1600. In tale testo la teoria dei punti di fuga viene proposta nella maniera più compiuta e presentata come l'elemento centrale di una teoria completamente matematizzata della prospettiva. Lo stesso Guidobaldo nell'introdurre i teoremi sui punti di fuga, à partire dalla proposizione 24 del primo libro, sottolinea l'importanza di questa teoria su cui poggiano tutti i metodi pratici[9].

Le pagine delle *Meditatiunculae* sulla prospettiva, ed in modo particolare le *Notae*, rappresentano senz'altro un momento importante nello sviluppo della teoria elaborata da Guidobaldo e testimoniano della scoperta e dell'approfondirsi di tale teoria. La domanda che ci poniamo riguarda il rapporto tra le pagine delle *Meditatiunculae* che abbiamo analizzato nei paragrafi precedenti e la versione definitiva del lavoro che Guidobaldo diede alle stampe.

Possiamo notare immediatamente un'analogia nel tipo di impostazione; descrivendo il contenuto delle *Notae* abbiamo evidenziato il fatto che Gui-

[9]Sed antequam ad has repraesentandas in sectione figuras deveniemus, theoremata nonnulla prius in medium afferemus, in quibus, quomodo nempe datae lineae, praecipueque parallelae in sectione apparent, demonstrabimus. Quod quidem ad cognoscendam multarum praxium rationem valde utile, ac necessarium existit; in quibus tota scenographices ratio constituta videtur. Cfr. [30], p.188.

dobaldo propone prima i teoremi sulle rette parallele aventi per immagini ancora rette parallele per poi passare ad analizzare i casi in cui esistono punti di fuga. Nello stesso modo nel primo libro del testo a stampa Guidobaldo presenta nelle proposizioni 24–27 i teoremi relativi alle immagini parallele e nelle proposizioni 28–32 tratta i vari casi in cui si dimostra l'esistenza di un punto di fuga, per poi arrivare nelle proposizioni 33–35 a dimostrare l'infinità dei punti di fuga.

La seconda parte delle *Notae*, relativa all'applicazione della teoria per formulare regole pratiche, trova corrispondenza, invece, nel secondo libro del *Perspectivae libri sex* in cui Guidobaldo descrive 23 modi per individuare l'immagine prospettica su un piano verticale di figure poste sul piano di terra. Anche nell'edizione a stampa come nelle *Meditatiunculae* la costruzione teorica è, quindi, presupposto per i metodi che vengono via via introdotti proprio a partire dalle considerazioni teoriche appena sviluppate.

Approfondendo il confronto relativamente alle singole proposizioni dobbiamo osservare che in alcuni casi le proposizioni vengono riportate quasi inalterate nel testo a stampa; in altri casi possiamo notare una elaborazione ulteriore da parte dell'autore prima dell'inserimento nel testo edito[10].

In particolare possiamo porre in corrispondenza alcune proposizioni delle *Meditatiunculae* con altre del *Perspectivae libri sex* come presentiamo nella tabella 4.1.

Tabella 4.1: Corrispondenza di proposizioni tra le *Meditatunculae* e il *Perspectivae libri sex*

Meditatiunculae	*Perpsectivae libri sex*
Prop. 1 (pag. 188)	Prop. 24 del primo libro (p. 31)
Prop. 2 (Pag.189–190)	Prop. 28 del primo libro (p. 35)
Prop. 3 (pag. 193–194)	Prop. 29 del primo libro (p. 37)
Prop. 7 (pag. 200)	Prop. 33 del primo libro (p. 44)
Prop. 8 (pag. 202)	Prop. 26 del primo libro (p. 33)
Prop. 9 (pag. 203)	Prop. 27 del primo libro (p. 33)
Prop. 11 (pag. 205)	Prop. 34 del primo libro (p. 46)

[10]Per un confronto puntuale del testo delle *Notae* con le proposizioni del *Perspectivae libri sex* rimandiamo al già citato lavoro di P. Marchi, cfr. [59], p. 123–141.

Nela caso della prima proposizione delle *Notae*, di cui abbiamo segnalato le diverse versioni, possiamo notare una notevole somiglianza, non solo dal punto di vista contenutistico, ma anche da quello puramente formale, con il testo della proposizione 24 del primo libro dell'opera a stampa. In altri casi, possiamo notare un riutilizzo del testo delle *Meditatiunculae* in un contesto formale leggermente diverso. È il caso, ad esempio, della prima parte della pagina 189 contenente un risultato corretto, una sorta di lemma per la proposizione 2, che Guidobaldo cancella. Evidentemente, egli non vuole presentare tale risultato come proposizione a sé stante, ma introduce il risultato all'interno della dimostrazione della proposizione 28 (l'analogo della 2 delle *Meditatiunculae*) poiché per essa necessario. La proposizione 28, del resto, procede poi in maniera del tutta analoga a quella della corrispondente manoscritta.

Per quanto riguarda la proposizione 3 delle *Meditatiunculae* e la corrispondente 29 del primo libro a stampa, vorremmo osservare che gli enunciati delle due proposizioni sono diversi giacché la seconda generalizza la prima considerando, non solo rette perpendicolari alla linea di terra, ma genericamente un fascio di rette paralleli giacenti sul piano di terra ed incidenti la linea di terra. D'altra parte se ripensiamo alla dimostrazione presentata nei paragrafi precedenti, ci possiamo rendere conto del fatto che l'ipotesi che le rette siano perpendicolari alla linea di terra non viene realmente utilizzata nel corso della dimostrazione. In effetti, nell'opera a stampa l'unico cambiamento introdotto su questa proposizione si trova nell'enunciato.

Il cammino verso la generalizzazione della teoria dei punti di fuga, iniziato e percorso nelle *Meditatiunculae*, si approfondisce e si conclude, quindi, nell'opera a stampa in cui ritroviamo il materiale elaborato nella versione manoscritta, rivisto ed approfondito ma non cambiato nell'impostazione e nella strategia dimostrativa.

L'aderenza alle *Notae* si ritrova anche nel secondo libro, in cui la seconda parte delle *Notae*, volte a mostrare la potenza del nuovo strumento teorico elaborato, viene ampliata ed approfondita con la presentazione di 23 modi per *tirare in prospettiva*. Guidobaldo stesso, a conclusione della lunga e estremamente particolareggiata esposizione dei 23 metodi, si sente in dovere di giustificare la prensenza di una tale abbondanza di regole, non tutte dissimili nell'idea base. Dopo il ventitreesimo metodo, infatti, egli inserisce un lungo commento in cui spiega la propria scelta quale tentativo di mostrare i metodi universalmente noti, tramandati da altri autori, spiegati alla luce della nuova teoria proposta nel primo libro.

Come per la prima parte delle *Notae*, anche in questo caso è possibile individuare una corrispondenza tra i modi descritti nelle pagine delle *Meditatiunculae* e quelli pubblicati secondo quanto riassunto nella tabella 4.2. Naturalmente risulta evidente la maggior ricchezza del testo a stampa; os-

Tabella 4.2: Corrispondenza di proposizioni tra le *Meditatunculae* e il *Perspectivae libri sex*

Meditatiunculae	*Perpsectivae libri sex*
pag. 207–208	15° modo del secondo libro (p. 88)
pag. 209–210	20° modo del secondo libro (p. 100)
pag. 211–212	21° modo del secondo libro (p. 101)
pag. 213–214	11° modo del secondo libro (p. 80)
pag. 215–216	12° modo del secondo libro (p. 81)
pag. 217–218	16° modo del secondo libro (p. 91)
pag. 219–220	6° modo del secondo libro (p. 72)
pag. 221–222	18° modo del secondo libro (p. 97)
pag. 227	17° modo del secondo libro (p. 93)

serviamo tuttavia che i metodi delle *Notae* sono quelli considerati migliori da Guidobaldo come egli esplicitamente dichiara nel lungo commento inserito alla fine dell'ultimo metodo. Da notare inoltre che, come nel manoscritto l'intenzione di Guidobaldo è di ripresentare metodi già noti, quelli del *Della prospettiva*, chiarendoli teoricamente in base alla teoria dei punti di fuga, in modo analogo nel secondo libro dei *Perspectivae libri sex* egli riprende i numerosi metodi della tradizione per ripresentarli mostrandone minuziosamente il funzionamento in base alla sua nuova teoria.

Capitolo 5

I problemi astronomici e la costruzione degli orologi solari

5.1 La costruzione degli orologi solari

La trattazione degli orologi solari occupa poco meno di trenta pagine delle *Meditatiunculae*: esse sono situate in diversi punti del manqscritto che si apre proprio con un capitolo dedicato alla costruzione degli orologi[1]. In particolare possiamo individuare sei gruppi di carte in cui Guidobaldo si occupa di tale argomento; i primi due, collocati alle pagine 1–5 e 12–19, portano lo stesso titolo, *Degl'horologgi*, sono scritti in italiano e con una grafia minuta ed ordinata. Le cancellature e le aggiunte sono pressoché inesistenti, come si può verificare consultando l'apparato critico dell'edizione. Le figure sono eseguite con riga e compasso, in modo estremamente accurato e, talvolta, occupano l'intero foglio: è il caso delle pagine 14, 16 e 18 nelle quali viene raffigurato l'analemma.

Le parti seguenti — alle pagine 23–26, 127–133, 153–154 e 185–187 — sono invece scritte in latino ed hanno caratteristiche diverse. Le prime pagine, infatti, presentano ancora una forma ordinata e sono corredate da figure eseguite con precisione. Gli ultimi tre gruppi, invece, risultano scritti in maniera affrettata e sono accompagnati da raffigurazioni approssimative talvolta difficili da interpretare. Anche in questi casi, tuttavia, non trovia-

[1] Cfr. Appendice A.2.1.

mo segni di interventi rilevanti dell'autore volti a correggere o integrare il testo. In generale, analizzando le pagine sopra indicate si ha l'impressione che non si tratti di prime stesure o di un lavoro allo stadio iniziale, ma di una risistemazione di materiale precedentemente elaborato. Questo è particolarmente evidente per le prime pagine, ma ci sembra possa essere esteso anche agli altri gruppi di carte che pure non hanno le caratteristiche di una bella copia.

La trattazione relativa alla costruzione degli orologi solari si apre con la presentazione di un metodo per costruire orologi su superfici piane che siano perpendicolari all'orizzonte, sui cerchi verticali o sui cerchi meridiani, o inclinate rispetto a tali cerchi[2]. La costruzione viene descritta utilizzando solo le circonferenze orizzontali e quelle descensive, esattamente come Commandino e Tolomeo indicano per gli orologi posti su superfici orizzontali. Viene tralasciata la descrizione di orologi sul piano orizzontale o inclinato rispetto all'orizzonte poiché questo caso è già stato trattato da Tolomeo nel *de analemmate* e da Commandino nel *de horologiorum descriptione*, opere che Guidobaldo cita in maniera esplicita[3]. In effetti, Commandino nella sua opera descrive il metodo di costruzione di orologi orizzontali utilizzando

[2]Sarà opportuno riportare brevemente le definizioni che Tolomeo presenta nel *De analemma* dei vari cerchi o archi che citeremo nell'esporre il contenuto delle pagine di gnomonica presenti nelle *Meditatiunculae*. Tolomeo individua un sistema di coordinate sulla sfera celeste in cui i tre piani fissi di riferimento sono l'*orizzonte*, ovvero il cerchio massimo sulla sfera celeste che separa l'emisfero che sta sotto la terra da quello che sta sopra; il *meridiano* che separa l'emisfero orientale da quello occidentale e il *verticale* che separa l'emisfero settentrionale da quello meridionale. Intersecando a due a due i tre cerchi appena definiti otteniamo tre assi ortogonali detti rispettivamente *meridiana, gnomone* e *equinoziale*. Ad ognuno dei tre cerchi definiti viene attribuito un moto "principale" intorno ad uno degli assi ortogonali: così all'orizzonte vienne attribuito il moto intorno all'equinoziale ed otterremo il cerchio mobile detto *ettemorio*; al cerchio meridiano il moto intorno alla meridiana ed otterremo il cerchio *orario* e al cerchio verticale il moto intorno allo gnomone in modo da ottenere il cerchio *descensivo*. La rotazione dei cerchi permette di individuare la posizione del sole; una volta raggiunto il sole ognuno dei piani determina due angoli: l'angolo diedro formato con il piano originario e l'angolo acuto compreso tra il raggio e l'asse di rotazione. Per i tre cerchi considerati definiamo allora rispettivamente l'*angolo sul meridiano* e l'*angolo ettemorio*; l'*angolo sul verticale* e l'*angolo orario*; l'*angolo sull'orizzonte* e l'*angolo descensivo*. Tali angoli saranno utilizzati da Tolomeo e da Commandino per la costruzione degli orologi solari.

[3]Cfr. [9].

l'arco discensivo e quello meridiano[4], mentre per quanto riguarda gli orologi sui cerchi verticali utilizza gli archi orari e quelli verticali[5]. Per gli orologi sui cerchi meridiani egli utilizza, invece, i rimanenti due archi ovvero l'ettemorio e il meridiano [6].

L'intento di Guidobaldo nel suo *Degli horologgi* sembra quella di mostrare come anche la costruzione degli altri due tipi di orologi si possa effettuare senza utilizzare archi diversi da quelli discensivi e orizzontali.

Notiamo fin da ora che il *De analemmate* di Tolomeo e il *De horologiorum descriptione* di Commandino sono le opere cui costantemente Guidobaldo si riferisce nei sue appunti sugli orologi. Questo naturalmente non può meravigliarci dal momento che la teoria del *De analemmate* rappresenta il presupposto su cui è costruita ogni teoria sugli orologi solari e che il testo di Commandino sugli orologi fu pubblicato insieme alla sua traduzione dell'opera di Tolomeo[7]. Ed in effetti le prime pagine sugli orologi delle*Meditatiunculae* altro non sono se non un applicazione della teoria analemmatica alla determinazione della lunghezza e della direzione delle ombre proiettate da uno stile perpendicolare al piano dell'orologio su tale piano. L'analemma è la base da cui partono tutte le costruzioni proposte da Guidobaldo nei primi due gruppi di pagine sugli orologi, relativamente sia agli orologi verticali che a quelli orizzontali.

Diverse appaiono invece le riflessioni che seguono a pagina 23, in latino, in cui Guidobaldo presenta due proposizioni numerate: la prima propone una dimostrazione stereografica volta ad individuare la direzione e la lun-

[4]Ad horologiorum igitur in horizontis plano describendum duae circumferentiae satis sunt, descensivae et horizontales: namque ex discensivis umbrae longitudo, ex horizontalibus distantia horizontalis, seu latitudo determinatur. Cfr. [9], p. 52r.

[5]At horologium, quod in verticalis plano describitur, duas alia circumferentias requirit, horarias scilicet et verticales: horariae enim solis altitudinem msupra dictum planum, verticales eiusdem distantiam verticalem, seu latitudinem declarant.Cfr. [9], p. 65r.

[6]Horologium in meridiani plano descriptum, quemadmodum et ipsum verticale, duplex est, alterum ad orientem solem, alterum ad occidentem spectans; quod ex reliquis duabus circumferentiis efficitur; hectemoriis, et meridianis. Hectemoriae enim solis altitudinem supra dictum planum, meridianae ipsius distantiam meridianam, seu latitudinem ostendunt, ex quibus umbrarum gnomonis rationes percipiuntur. Cfr. [9], p. 69v.

[7]Ricordiamo, tra l'altro, che è la prima opera a stampa contenente la traduzione del *De analemmate*. La traduzione di Moerbecke rimase, infatti, manoscritta oltre a presentare, a detta dello stesso Commandino, numerosi punti quanto meno oscuri.

ghezza dell'ombra proiettata dallo stile su un piano parallelo all'orizzonte. Si tratta di una dimostrazione basata sulla teoria del libro undicesimo degli *Elementi* Euclide citato in più punti.

Nella seconda proposizione Guidobaldo riporta nel piano la situazione rappresentata stereometricamente nel primo teorema. A questo punto egli propone un metodo per disegnare un orologio utilizzando oltre alla rappresentazione analemmatica la proposizione appena dimostrata.

Guidobaldo torna a parlare di orologi dopo più di cento pagine e torna ad interessarsi agli orologi verticali: in questo caso egli non propone una nuova costruzione per questo tipo di orologi, ma un metodo per dedurre un orologio verticale a partire da uno orizzontale. In tale proposizione egli rimanda alla teoria sviluppata alle pagine 2, 3 e 4. Egli propone una dimostrazione e quindi un metodo pratico per l'applicazione nel piano di quanto appena provato. Si tratta, dato un punto nell'orologio orizzontale di individurane il corrispondente nel piano verticale dell'orologio che si vuole costruire.

Nella proposizione seguente, preceduta da un lemma, si vuole costruire un orologio italico, ovvero, un orologio composto da ventiquattro ore uguali, delle quali la ventiquattresima segna l'istante del tramonto. Ci si propone di non utilizzare la divisione oraria dei cerchi dei tropici per individuare le immagini delle varie ore nel piano dell'orologio. Il titolo del capitolo è, infatti, *de horologgiis italicis conficiendis absque divisionum tropicorum*. La trattazione appare in molti punti oscura, con affermazioni per la dimostrazione delle quali è necessario leggere le pagine seguenti. Le figure appaiono estremamente confuse, in alcuni casi appena schizzate così da non poter fornire un utile strumento per la buona comprensione del testo. Probabilmente per questo motivo Guidobaldo ritorna sullo stesso argomento e a pagina 185 ripropone un altro capitolo sugli orologi solari che presenta un titolo in parte simile a quello del precedente: *de horologiis praecipue italicis describendis, absque divisione tropicorum et equinoctialis.*

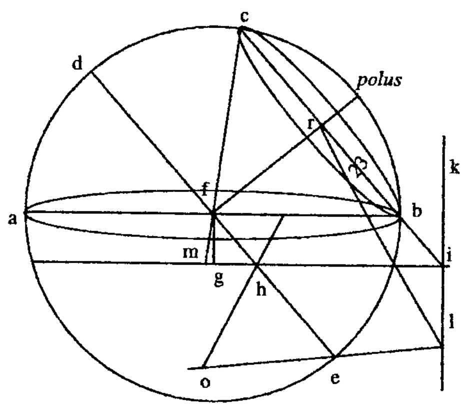
Se è vero che in questa seconda parte Guidobaldo rinvia a proposizioni già dimostrate nelle pagine 129–132, è leggendo questa che si riesce a capire meglio il ragionamento sviluppato nelle pagine precedenti. La seconda figura di pagina 129 affrettata e non del tutto chiara è contenuta nella figura più complessa di pagina 185 che risulta più leggibile e facilmente interpretabile.

In effetti, la prima parte della costruzione è comune alle due proposizioni cosicché il teorema di pagina 185 si apre citando la pagina 129 alla quale rimanda per la costruzione di alcuni punti:

> Primum intelligantur ea, quae dicta sunt in 129, eodem modo constructa, et demonstrata.

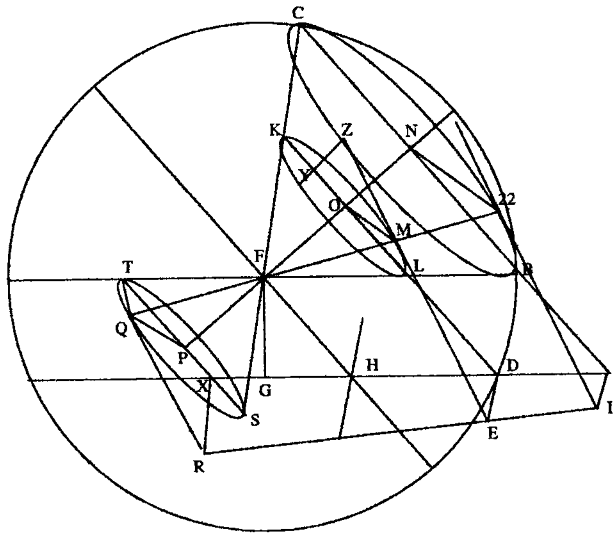
Anche in questo caso l'idea è di dimostrare un teorema stereometricamente, a partire dalla rappresentazione della sfera celeste, per applicarlo ad una *praxis* piana. Vediamo brevemente la dimostrazione contenuta nelle pagine 129–132 e quindi lo sviluppo di essa raccolto nelle successive 185–187.

Sia ABC la sfera celeste, AB l'orizzonte, DE l'equinoziale e BC il massimo parallelo apparente. Il cerchio AB e tutti i cerchi orari risultano essere tangenti al parallelo BC che risulta diviso in 24 parti uguali (ricordiamo che stiamo parlando di orologi italici), In particolare il cerchio della dodicesima ora è tangente al parallelo in C e l'ombra dello gnomone sarà in M.



Sia KL l'intersezione del piano BC con il piano dell'orologio: si tracci il segmento R23 e da 23 si conduca la perpendicolare al piano dell'orologio: il punto L in cui tale perpendicolare interseca il piano dell'orologio sitrova sulla linea oraria della ventitreesima ora. Per trovare tale linea oraria è necessario un altro punto che Guidobaldo individua utilizzando la divisione oraria dell'equinoziale per la quale rimanda a pagina 133. Trovato in questo modo il punto O sulla linea oraria egli può tracciare la linea oraria della 23ª ora sul piano del'orologio. Il procedimento si può facilmente ripeter per tutte le altre ore e, osserva Guidobaldo, si può facilmente mostrare che la linea della dodicesima ora è parallela alla linea HO.

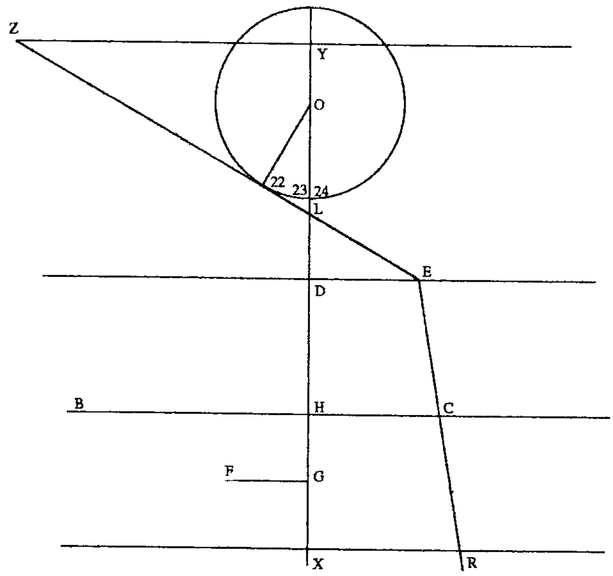
Nella proposizione di pagina 185 Guidobaldo propone un metodo diverso per l'individuazione delle linee orarie nel quale non è necessario utilizzare la divisione dell'equinoziale. Egli, infatti, utilizza la divisione oraria del parallelo massimo anche per individuare il secondo punto necessario per poter tracciare la linea cercata. Nel titolo già citato, infatti, le condizioni poste per la costruzione escludono l'uso della divisione dell'equinoziale. In effetti, Guidobaldo osserva che è sufficiente considerare due paralleli qualunque per risolvere il problema.



Individuato il punto L come nella costruzione di pagina 129 già descritta si potrà quindi individuare il secondo punto utilizzando un altro parallelo.

L'idea è che un cerchio parallelo al parallelo massimo risulta diviso in ventiquattro ore uguali dalle rette congiungenti il punto F con le divisioni del parallelo massimo poiché i due paralleli altro non sono che due sezioni parallele del cono CFB. In questo modo possiamo ripetere per i paralleli KLM e TQS la stessa costruzione eseguita sul massimo parallelo cosicché si individuano i due punti sulla linea oraria e quindi la linea oraria.

Entrambe le proposizioni accennate sono seguite da una *praxis* in cui il metodo di ricerca delle linee orarie si sviluppa nel piano. La figura che segue rappresenta la *praxis* che segue la proposizione di pagina 185 dove i segmenti YL, DH e HX sono esattamente quelli della figura precedente.

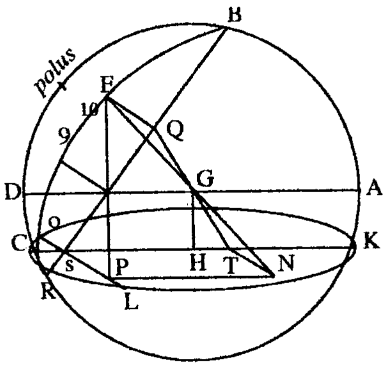


Se nelle pagine appena descritte la costruzione dell'orologio non utilizzava la divisione dei tropici, a pagine 153 Guidobaldo propone un metodo che utilizza proprio la divisione oraria del tropico estivo: il problema viene trattato in maniera chiara e dettagliata. Anche in questo caso una dimostrazione stereografica precede una *praxis* in cui il piano dell'orologio e quello del tropico si sdoppiano in due figure separate.

Per dare un'idea del tipo di ragionamento che caratterizza la trattazione di Guidobaldo sugli orologi riporterò brevemente quest'ultimo capitoletto il cui titolo è *de horologiis describendis.*

L'intento è quello di utilizzare la divisione oraria suil cerchio del tropico estivo per individuare le posizioni delle varie ore sul piano dell'orologio parallelo all'orizzonte.

Siano allora in figura ABC il cerchio meridiano e sia AD l'intersezione con l'orizzonte. Sia inoltre il cerchio BER il tropico estivo. Sia poi KLO il piano dell'orologio il cui gnomone sia di altezza GH, dove G è il centro del mondo. Sul tropico si prenda una ora qualsiasi, ad esempio la decima, nel punto E. Dobbiamo trovare l'immagine di tale ora nel piano dell'orologio.



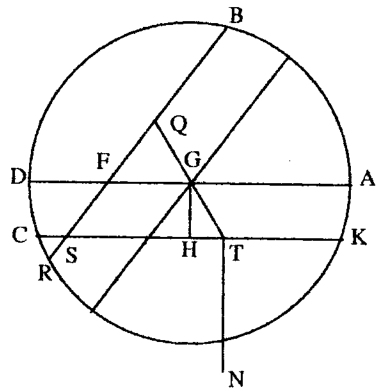
Guardando la figura risulta chiaramente che il punto cercato è il punto N dato dall'intersezione della retta EG con il piano dell'orologio. Il problema è quello di trovare una procedura piana, che permetta di individuare tale punto con la maggiore semplicità possibile. Si tratta quindi di dedurre dalla situazione stereografica descritta una proprietà di tale punto N facilmente utilizzabile per una costruzione.

Riferendoci alla figura ed ai punti in essa indicati, possiamo individuare la proprietà dimostrata da Guidobaldo è che il segmento TN è perpendicolare a CK e d è uguale al segmento SP dove il punto P è dato dall'intersezione del piano dell'orologio con la perpendicolare tracciata da E al piano dell'orologio e T si ottiene dall'intersezione della retta QG, congiungente il piede della perpendicolare da E su BR con il punto G, con il piano dell'orologio. La dimostrazione si basa sulla considerazione di alcuni triangoli simili a due a due i triangoli FSP e EFQ, EFG e EPN EQG e TGN che porta facilmente alla tesi.

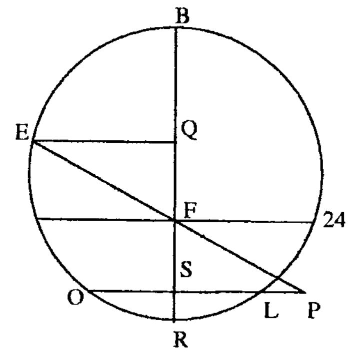
Dimostrato questo è allora chiaro che per individuare il punto N non abbiamo bisogno di tracciare tutte le rette presenti nella figura, ma semplicemente sarà sufficiente tracciare da E la perpendicolare EFP sul piano dell'orologio e la perpendicolare EQ su BR. Congiunto QG e prolungato siano a T tracceremo da T la perpendicolare a CK e si prenderà TN=SP.

Si tratta di una costruzione semplice che, tuttavia, è ancora tridimensionale. Come trasformarla in una costruzione piana?

Prima figura



Seconda figura



L'idea è ancora quella di rappresentare in una prima figura l'analemma, e in una seconda il tropico diviso in 24 ore nel quale si rappresenta il punto E e si riporta il segmento FS della prima figura. Sia OSL perpendicolare a BR e si prolunghi fino al punto P. Sia poi nella prima figura FQ uguale al corrispondente segmento nella seconda figura. Si tracci la retta QGT e si tracci TN perpendicolare a KC ed uguale al segmento SP della seconda figura.

In questo modo si riconduce ad una operazione piana una costruzione la cui giustificazione è tuttavia di tipo stereometrico. Questa è una caratteristica proprio di tutta la gnomonica in cui la determinazione dell'intersezione del cono d'ombra determinato dal sole incontrando lo gnomone con il piano dell'orologio viene riportata ad una costruzione piana che ha come primo elemento la costruzione dell'analemma, degli elementi fissi e di quelli legati alla particolare latitudine del luogo ove si vuole costruire l'orologio.

5.2 Le pagine di astronomia nelle *Meditatiunculae*: descrizione

Le pagine delle *Meditatiunculae* relative ad argomenti di astronomia costituiscono un unico gruppo collocato da pagina 69 a pagina 109. Sono appunti in latino, scritti con una grafia generalmente buona, così come le figure sono in maggioranza precise ed eseguite con riga e compasso. Non mancano, tuttavia, pagine in cui gli interventi correttivi dell'autore diventa-no estremamente numerosi e tali, talvolta, da compromettere la leggibilità del testo. Ci sono casi, inoltre, in cui si evidenziano aggiunte in margine estremamente lunghe e di notevole importanza[8].

Per quanto riguarda le figure dobbiamo segnalare il fatto che esse sono numerate, anzi, qualche volta presentano più di una numerazione; sfugge, tuttavia, il senso di tale numerazione che non segue un ordine crescente, ma sembra rispettare una logica non deducibile con facilità dalle pagine del manoscritto. Osserviamo inoltre che in alcuni casi figure diverse sono numerate allo stesso modo.

Nella tabella 5.1 presentiamo un elenco delle figure presenti nelle *Meditatiunculae* indicate con il numero della pagina in cui si trovano; nella seconda colonna indichiamo il numero, eventualmente i numeri, attribuiti da Guidobaldo, mentre nella terza riportiamo il commento aggiunto talvolta accanto al numero.

Possiamo notare che esistono due figure numerate come 1, 4, 5 e 6. Se seguiamo la successione dei numeri attribuiti ci accorgiamo, inoltre, del fatto che mancano le figure numerate come 9, 10, 15, 16, 17, 27, 28, 29, 36 e 37.

La presenza di questa "strana " numerazione, il fatto che in alcuni casi Guidobaldo inserisca un commento accanto al numero della figura, indicando eventuali cambiamenti da effettuare, fa pensare che queste pagine abbiano rappresentato materiale su cui Guidobaldo lavorò per la realizzazione di un altro scritto in cui il materiale delle *Meditatiunculae* veniva rielaborato e presentato in una diversa versione. In questa prospettiva anche le figure venivano numerate in base al nuovo elaborato ed eventualmente presentate in più versioni, con leggere modifiche a seconda dell'esigenza dei nuovi teoremi o problemi inseriti. Il fatto che alcune figure manchino nelle *Meditatiunculae* suggerisce che nel nuovo testo Guidobaldo inserì proposizioni non contenute nel manoscritto che stiamo studiando.

Questa, naturalmente, non è che un'ipotesi; essa trova sostegno, tuttavia, nel fatto che Guidobaldo scrisse un testo contenente problemi astromici[9] pubblicato postumo nel 1609. Non è da escludere, anzi ci sembra probabile,

[8] L'apparato critico dell'edizione rende conto, naturalmente, di tutti gli interventi correttivi e di tutte le aggiunte apportate dall'autore sul testo.

[9] Ci riferiamo ai *Problematum astronomicorum libri septem*. Cfr. [32].

Tabella 5.1: La numerazione delle figure

Pagina del manoscritto	Numerazione	Commento
69	—	—
70	—	—
71(1)	6ª figura	—
	2ª figura	senza *bkld*
71(2)	3ª figura	—
	4ª figura	—
72	4ª figura	senza *qr*
	8ª figura	senza *qr* e *to* [e con *n*]
73 (1)	2ª figura	—
	1ª figura	—
75	6ª figura	—
76	—	—
77	5ª figura	—
78	1ª figura	—
79	8ª figura	—
81	5ª figura	—
82	12ª figura	—
83	13ª figura	—
85	14ª figura	—
86	18ª figura	—
87	19ª figura	—
88	21ª figura	—
89	20ª figura	—
91	11ª figura	—
92	—	—
93	3ª figura	—
95	4ª figura	—
96	23ª figura	—
97	22ª figura	—

Pagina del manoscritto	Numerazione	Commento
98	23ª figura	senza li numeri
99	25ª figura	—
100	26ª figura	—
101	30ª figura	—
102	31ª figura	—
103	38ª figura	—
104	39ª figura	—
105	32ª figura	—
106	33ª figura	—
107	34ª figura	—
108	35ª figura	—

che gli interventi di Guidobaldo sul testo delle *Meditatiunculae* siano stati eseguiti durante gli studi sfociati, poi, nel testo citato[10].

5.3 Le pagine di astronomia nelle *Meditatiunculae*: il contenuto

Le pagine delle *Meditatiunculae* dedicate all'astronomia contengono principalmente problemi per i quali viene proposta una soluzione stereometrica, a partire dalla sfera celeste, poi tradotta in una *operatio* nel piano. Questa distinzione tra costruzione tridimensionale e più semplice realizzazione pratica è presente anche nella prima proposizione, a pagina 69, in cui Guidobaldo chiede di trovare l'altezza del polo sopra un cerchio massimo inclinato rispetto al piano dell'orizzonte. La soluzione di questo problema non presenta interventi successivi dell'autore, contrariamente a quanto avviena alle pagine 71–75 che sono tra le carte più pasticciate di tutto il manoscritto: in esse non solo le cancellature sono estremamente frequenti e ripetute, ma numerosi segni di rinvio indicano paragrafi scritti a margine da inserire ad

[10] Il rapporto tra le pagine astronomiche nelle *Meditatiunculae* e l'opera a stampa del 1609 verrà approfondito nei prossimi paragrafi, dopo una breve esposizione del contenuto delle pagine manoscritte.

integrare o sotituire parti del testo principale. Nel margine superiore di pagina 72 compare inoltre la frase seguente

> di questo poi di potrebbe far doi problemi separati.

che conferma l'ipotesi, già avanzata nel precedente paragrafo circa l'utilizzo di queste carte da parte di Guidobaldo per la realizzazione di una nuova versione.

L'enunciato stesso del problema subisce cambiamenti successivi, il cui ordine è difficile da stabilire, per assumere nella versione finale la forma seguente:

> Data solis maxima declinatione, communem sectionem coluri solstitiorum et cuiscumque solis paralleli simul cuiusque eclipticae puncti declinationem invenire.

Un problema simile a questo si trova nel secondo libro dei *Planisferi*[11] in cui troviamo lo stesso enunciato modificato solo tramite l'eliminazione della frase *simul cuiusque eclipticae puncti declinationem.* Il problema dei *Planisferi* rappresenta quindi solo una parte di quello presente nelle *Meditatiunculae.*

Osserviamo che anche la figura è identica: nel manoscritto compare un commento che invita ad eliminare l'arco di circonferenza BKLD che effettivamente nei *Planisferi* manca. La figura manoscritta è inoltre numerata come seconda figura ed è realmente la seconda figura del secondo libro dei *Planisferi.* Potrebbe trattarsi di una semplice coincidenza; ma se analizziamo il testo della proposizione di pagina 71 con quello dei *Planisferi* notiamo una stretta somiglianza. Non solo, ma tale somiglianza si riscontra anche nelle pagine seguenti in cui Guidobaldo si sofferma ad analizzare i metodi proposti da altri autori in particolare quello Giovanni de Roias[12] che, per individuare i paralleli sul panisfero, procede in modo diverso. Anche le figure 1–4 del secondo libro corrispondono alle figure numerate come 1–4 nelle

[11] Cfr. [57], p. 146.

[12] Joannis De Rojas Sarmiento, vissuto nella prima metà del sedicesimo secolo, matematico ed astronomo nativo della Castiglia. Egli è noto solo per il *Commentariorum in Astrolabium quod Planisphaerium vocant, libri sex nunc primum in lucem editi.* Apud Vascosanum, Lutetiae, 1550. A tale testo fa riferimento Guidobaldo in queste pagine delle *Meditatiunculae* in cui il De Rojas è più volte citato.

Tabella 5.2: Confronto tra *Meditatiunculae* e i *Planisferi*

Pagina delle *Meditatiunculae*	Pagina dei *Planisferi*[14]
71–72	2° libro, p. 67–69
73–74	1° libro, p. 7–11
75	1° libro, p. 25–29
77 1ª parte	1° libro, p. 22–23
77 2ª parte	1° libro, p.57–58
78	2° libro, p. 59–61
78 fine	2° libro, p. 58
81	2° libro, p. 80

Meditatiunculae corrette secondo i commenti introdotti da Guidobaldo[13]. In effetti le proposizioni contenute nelle pagine 71–81 affrontano gli stessi temi che Guidobaldo presenta anche nei *Planisferi* cosicché è possibile individuare una corrispondeza tra le varie pagine delle *Meditatiunculae* e quelle dei *Planisferi* in cui tuttavia l'ordine espositivo risulta stravolto.

Riportiamo nella tabella 5.2 i dati che abbiamo raccolto confrontando le prime pagine delle *Meditatiunculae* con i *Planisferi*. Riportiamo brèvemente il problema proposto alle pagine 73–75 in cui Guidobaldo presenta un teorema molto simile, non solo contenutisticamente, ma anche formalmente ad un teorema del primo libro dei *Planisferi*[15]. L'enuciato del teorema può essere così illustrato:

> Sia ABCD il cerchio equinoziale, il cui centro E è anche il centro del mondo, mentre i punti F e G sono i poli. Sia AFGC il coluro degli equinozi e BFDG il coluro dei solstizi[16]. Si conduca un cerchio passante per i due poli F e G; sia esso FKGH. Essendo un cerchio passante per i due poli sarà un meridiano. Sia HK la sua intersezione con l'equinoziale. Si ponga l'occhio in A, ovvero nel

[13] Cfr. [57], p. 146–152

[15] Cfr. [57], p. 72–78.

[16] Il coluro degli equinozi è il cerchio orario passante per per i poli celesti e per i punti dell'Ariete e della Bilancia, i punti cioè in cui l'eclittica taglia l'equatore celeste. Il coluro dei solstizi è, invece, il cerchio orario passante per il poli celesti e per i punti dell'eclittica che hanno la massima e la minima declinazione. I due coluri sono tra loro perpendicolari.

punto d'intersezione dell'equinoziale con il coluro degli equinozi. Si vuole dimostrare che l'immagine del cerchio FKGH visto dal punto A sul coluro dei solstizi è un cerchio.

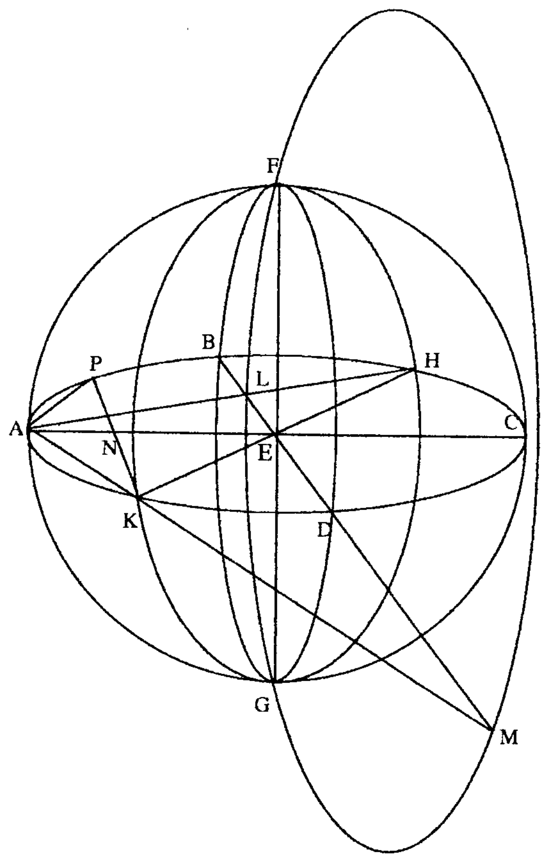


Figura 5.1: Figura di pagina 73 delle *Meditatiunculae*, identica a quella presente nelle pagine 7–11 dei *Planisferi.*

La retta HK, intersezione dell'equatore celeste con un meridiano, passa per il centro E. Si congiunga il punto A con K e quindi con H e sia L l'intersezione di AH con BD. Sia M il punto d'intersezione delle rette AK, BD[17]. Dal punto

[17]Le due rette di intersecano poiché entrambe giacciono sul piano ABCD; l'angolo AEM è retto, poiché formato dall'intersezione dei diametri dei due coluri sul piano dell'equatore. Ma l'angolo EAK è minore di un angolo retto giacché è minore di HAK, retto perché inscritto in una semicirconferenza.

K conduciamo PK parallela a BM: essa sarà perpendicolare a AC cosicché PN sarà uguale a NK. Congiungiamo allora A con P. Risulteranno uguali i segmenti AP AK. Con semplici ragionamenti sugli angoli AKP, APK,AHK e AML si può dedurre che l'angolo AML è uguale all'angolo AHK cosicché i triangoli ALM AHK sono simili tra loro. Entrambi giacciono sul piano dell'equatore. Immaginiamo allora il cono scaleno di vertice A, base FKGH e asse EA ed immaginamo il cono prolungato fino al punto M. Tagliamo allora il cono con il piano passante per BDM e FEG, perpendicolare al piano AHK. Si individua allora il triangolo AML simile al triangolo per l'asse dol con AHK ma posto in posizione subcontraria. Per la proposizione 5 del primo libro delle *Coniche* la sezione FGM è un cerchio di diametro LM. Tale cerchio è l'intersezione del piano del coluro dei solstizi con il cono visuale avente come base il meridiano FKGH e vertice il punto A: sarà dunque l'immagine del meridiano FKGH visto dall'occhio posto nel punto A sul coluro dei solstizi.

Abbiamo dimostrato quindi che tutti i meridiani sul coluro dei solstizi appariranno come cerchi se visti dall'occhio posto in A.

A pagina 76, sfruttando la proposizione appena dimostrata, insegna come descrivere l'astrolabio: si tratta di una breve esposizione al termine della quale rimanda all'opera di Gemma Frisio[18]. Nelle pagine successive l'attenzione di Guidobaldo si sposta a considerare l'immagine dei paralleli sul coluro dei solstizi, avendo posto l'occhio ancora nel punto A, ovvero nel punto di intersezione dell'equatore con il coluro degli equinozi. Si dimostra anche in questo caso che l'immagine è un cerchio. La dimostrazione ripropone lo schema di quella precedentemente illustrata: si noti infatti che il piano del coluro dei solstizi taglia il cono visivo, avente il vertice nell'occhio e base sul cerchio parallelo da rappresentare, in posizione subcontraria cosicché la sezione ottenuta è un cerchio. La logica che guida Guidobaldo nelle *Meditatiunculae* è la stessa seguita nei *Planisferi* in cui prima di passare alla descrizione dell'astrolabio Guidobaldo deve necessariamente individuare le

[18]Gemma Reinerus Frisius (1508–1555), fiammeingo, insegnò matematica e medicina presso l'Università di Lovanio. L'opera cui Guidobaldo fa riferimento è il *Gemmae Frisii medici ad mathematici De Astrolabo Catholico Liber quo latissime patentis Instrumenti multiplex usus explicatur, et quicquid uspiam rerum Mathematicarum tradi possit continetur. Ad Sereniss. Hispaniae, Anglise, et Franciae regem, Philippum Caroli V. Caesaris semper augusti filium.* Antuerpiae in aedibus. Ioan. Steelfii 1556.

immagini dei paralleli e dei meridiani sul cerchio del coluro dei solstizi su cui si vuol proiettare la sfera celeste.

Come vediamo nella tabella anche la proposizione di pagina 77 trova corrispondenza in una pagina dell'opera a stampa: si tratta di una sorta di lemma utile per la proposizione che abbiamo appena descritto cosicché nei *Planisferi* correttamente la precede. In essa si dimostra che in una sfera l'intersezione di un cerchio massimo con un cerchio ad esso ortogonale è il diametro del secondo cerchio. Nelle *Meditatiunculae* l'ordine è invertito, ma se controlliamo la tabella con l'elenco delle figure possiamo notare come la figura di pagina 77 preceda nella numerazione quella di pagina 75. Esse, infatti, sono indicate rispettivamente come quinta e settima figura. Osserviamo in oltre che nella stampa è presente un *aliter* di questa proposizione assente nella versione manoscritta.

Nella seconda parte di pagina 77 la trattazione diventa maggiormente discorsiva: Guidobaldo presenta il planisfero di Giovanni De Roias: egli sottolinea il fatto che nessuna spiegazione fino al momento data di quel planisfero gli sembra buona. Lo stesso De Roias, infatti, si limita ad un generico rinvio alla prospettiva senza però entrare nello specifico. Anche Gemma Frisio propone una spiegazione che a Guidobaldo sembra del tutto insoddisfacente: Frisio, infatti, pone l'occhio all'infinito, cosa che a Guidobaldo sembra contraria alla prospettiva dal momento che porre l'occhio all'infinito significa collocarlo in nessun luogo. Le affermazioni di De Roias e Frisius sarebbero quindi frutto della convinzione che tutti i planisferi si fondino sulla prospettiva, analogamente a quello di Tolomeo, piuttosto che una conclusione frutto di una dimostrazione geometrica rigorosa. Il proposito di Guidobaldo a questo punto è di dimostrare che tutti gli elementi del planisfero di De Roias altro non sono se non le perpendicolari condotti dai cerchi della sfera sul piano del coluro dei solstizi sul quale non solo cadono prependicolarmente le cose appartenenti ad una sola semisfera, ma sul quale vengono mostrate anche quelle condotte ad angolo retto sul medesimo piano dall'una e dall'altra parte dell'intera sfera.

Dopo questa lunga introduzione Guidobaldo inizia a proporre la sua dimostrazione provando che l'intersezione dell'equatore e dei paralleli con il piano del coluro dei solstizi sono rette parallele tra loro e precisamente sono i diametri dei cerchi considerati. L'asse del mondo è visto anche come intersezione del coluro dei solstizi con il coluro degli equinozi. A questo punto egli rinvia alla pagina 71, di cui abbiamo già parlato, in cui insegna come individuare l'intersezione di un generico parallelo con il coluro dei solstizi data la declinazione massima del sole. Passa quindi ad analizzare il caso dei meridiani o dei cerchi orari: per alcuni autori la rappresentazione di questa curva è un cerchio, per altri si tratta di una curva anomala non meglio definita, tanto che De Roias non le attribuisce nessun nome. Nella proposizione di pagina 79 Guidobaldo dimostra che si tratta di un'ellisse. Nella dimostrazione è necessario un lemma che Guidobaldo propone a pagina 81 in cui dimostra che se in due semicerchi si staccano archi di circonferenza simili minori di un quadrante e si conducono le perpendicolari sul diametro queste divideranno il diametro secondo la stessa proporzione.

Si concludono così le pagine delle *Meditatiunculae* relative alla teoria della proiezione della sfera celeste nel piano. Abbiamo individuato profonde analogie con la teoria sviluppata in maniera più articolata nei *Planisferi*, sottolineando anche le relazioni individuate tra le figure, le aggiunte e le correzioni. Naturalmente stupisce il fatto che nelle *Meditatiunculae*, che abbiamo datato alla fine degli anni ottanta, Guidobaldo tratti teoremi presenti in un'opera pubblicata nel 1579. È ancora più curioso il fatto che nella stampa siano accolte correzioni ed aggiunte effettuate nel manoscritto, non solo sulle figure, ma talvota anche sul testo. Certamente non è da escludere che Guidobaldo proponendosi di lavorare su argomenti astronomia abbia ripreso appunti precedenti contenenti parti utili od interessanti per i successivi sviluppi. In effetti, se le prime pagine riprendono temi trattati nei *Planisferi*, le pagine 82–109 presentano forti analogie con probemi inseriti nei *Problemi astronomici* del 1609. La seconda parte delle pagine di astronomia delle *Meditatiunculae*, infatti, si allontana dalle tematiche dei planisferi per affrontare invece una serie di problemi astronomici, ricollegandosi, in qualche modo al primo problema di pagina 69. Analizzando questi problemi abbiamo potuto individuare una corrispondenza con alcune proposizioni dei *Problemi astronomici*, come è riassunto nella tabella 5.3 che segue.

Si tratta di problemi in cui, scelto un sistema di riferimento dato da tre cerchi ortogonali, si chiede di individuare particolari archi formati da una astro o, più in particolare dal sole con uno dei tre piani ortogonali. Così nel problema di pagina 82 si chiede di trovare l'altezza del polo sull'oriz-

Tabella 5.3: Confronto tra le pagine di astronomia delle *Meditatiunculae* e i *Problemi astronomici*

Meditatiunculae	*Problemi astronomici*[19]
82	Lemma prima del problema 11 1° libro
83–85	Problema 11 del 1° libro, con 2 corollari
89–92	Problema 15 del 1° libro
94–95	Problema 7 del 1° libro
96-	Lemma prima del problema 20 del 1° libro
97–98	Problema 18 del 1° libro
99–100	Problema 20 del 1° libro
101–102	Problema 1 del 2° libro
103–104	Problema 9 del 3° libro
105–106	problema 2 del 2° libro
107–108	problema 7 del 2° libro
109	problema 1 del 1° libro

zonte, note due posizioni del sole. In questo caso il sistema di riferimento è individuato dal piano dell'orizzonte, dal piano del meridiano e dal piano vertiacale, mentre la coordinata da individuare è l'arco di meridiano compreso tra il polo e l'orizzonte.

La risoluzione propone l'individuazione del parallelo percorso dal sole nel giorno considerato a partire dalle due posizioni supposte note. Individuato tale cerchio si può quindi determinare il polo e di conseguenza la sua altezza sull'orizzonte. La dimostrazione si basa su teoremi dell'undicesimo libro degli *Elementi* di Euclide e sui primi due libri degli *Sferici* di Teodosio citati, con molta probabilità, nell'edizione di Clavio[20]. Tali testi rappresentano la base geometrica che sottende tutte le dimostrazioni stereometriche presenti nelle pagine che stiamo considerando.

Alla dimostrazione tridimensionale segue l'*operatio* in cui, come di consuetudine, la soluzione del problema viene ricondotta ad una situazione piana in cui l'orizzonte e i cerchi ad esso paralleli sono rappresentati quali rette sul piano del meridiano. In tale piano si ripetono le operazioni eseguite nella prima parte della risoluzione dei problemi considerando tuttavia solo i segmenti che giacciono sul piano del meridiano.

Tralasciamo le pagine 86–88 in cui Guidobaldo propone alcuni problemi presentandone solo la parte piana ma che risultano in parte cancellati o lasciati in sospeso senza che si arrivi alla soluzione.

Analizziamo invece il problema di pagina 89 in cui Guidobaldo, ponendosi ancora una volta nel sistema di coordinate sopra descritto, si propone di individuare la linea meridiana di una qualsiasi ora data. L'enunciato del problema ha subito modificazioni da parte dell'autore: nella versione originaria, infatti, conteneva anche un'indicazione, *altitudine tamen solis observata*, che viene cancellata da Guidobaldo. Osserviamo, tuttavia, che nella risoluzione proposta viene utilizzata l'altezza del sole rilevata all'ora di cui si vuole rappresentare la linea meridiana.

Le due parti del problema rappresentano in qualche modo l'analisi e la sintesi: nella prima parte, infatti, Guidobado suppone di essere in una condizione per cui la linea meridiana è data, come è data la posizione del sole: si chiede di individuare la direzione dell'ombra proiettata da un asse perpendicolare all'orizzonte. Si individua quindi l'angolo compreso tra la linea

[20] *C. Clavius Theodosii Tripolitae spahericorum libri tres*, cfr. [20]

meridiana e la direzione dell'ombra. Nella seconda parte si considera un piano orizzontale e lo gnomone perpendicolare ad esso; la direzione dell'ombra nell'ora considerata è supposta nota: si otterrà allora riportando sul piano un angolo uguale a quello precedentemente individuato tra la meridiana e l'ombra. Vorremmo fare osservare che questo problema, in particolare nella seconda parte, sembra aver creato qualche difficoltà all'autore dal momento che gli interventi correttivi sono moltissimi e comprendono non solo cancellature ed aggiunte in interlinea o in margine, ma anche un cambiamento nell'ordine dei paragrafi segnalato con l'inserimento di numeri che indicano in che ordine le varie parti vadano lette.

Alle pagine 93–94 Guidobaldo propone un metodo per trovare l'altezza del sole sull'orizzonte, nonché la distanza dal meridiano. Egli premette una breve introduzione nella quale, riferendosi agli strumenti astronomici individua nell'analemma uno strumento utile ed affidabile basato su costruzioni geometriche in cui si opera con rette ed archi di circonferenza.

L'idea su cui si basa la soluzione del problema è quella di dedurre l'altezza del sole dall'osservazione dell'ombra proiettata dal sole su un piano parallelo all'orizzonte. Nella prima parte del problema, l'analisi, viene individuata la relazione tra l'altezza del sole ed il dato di cui si dispone in seguito all'osservazione; nella seconda parte, la sintesi, si parte dal dato per ottenere l'altezza del sole richiesta. Per individuare la distanza dal meridiano basterà tracciare la linea meridiana, come mostrato nella precedente proposizione.

Nelle pagine 97–100 troviamo due problemi relativi agli archi che un astro descrive sopra e sotto l'orizzonte in cui si individuano i punti *oriente* ed *occidente* nell'intersezione del parallelo descritto dall'astro con il piano dell'orizzonte. Tali archi dipendono naturalmente dall'inclinazione del parallelo descritto dall'astro rispetto al piano dell'orizzonte: se, infatti, tale parallelo non incontra l'orizzonte l'astro sarà sempre visibile.

Nei problemi fin qui illustrati il sistema di riferimento scelto da Guidobaldo è quello orizzonte, meridiano, verticale. A partire da pagina 101 il sistema di riferimento cambia e i piani interessati sono il piano dell'eclittica, il piano dell'equatore e il coluro dei solstizi. Così nel problema di pagina 101 l'arco da trovare è l'ascensione retta di un punto qualsiasi dell'eclittica. Notiamo che tutti i problemi precedenti sono stati inseriti da Guidobaldo nel primo libro dei suoi *Problemi astronomici*, mentre questo problema appartiene al secondo libro, come quelli che seguono in cui è adottato il sistema di riferimento appena descritto. Guidobaldo presenta due diverse soluzioni dello stesso problema: la prima contenuta nelle pagine 101–102, la seconda nelle pagine 105–106. In entrambi i casi egli propone dimostrazione stereometrica e regola pratica nel piano. Vediamo brevemente la soluzione di questo problema. Nella figura i cerchi HGKF, ACFG e ABCD rappresentano

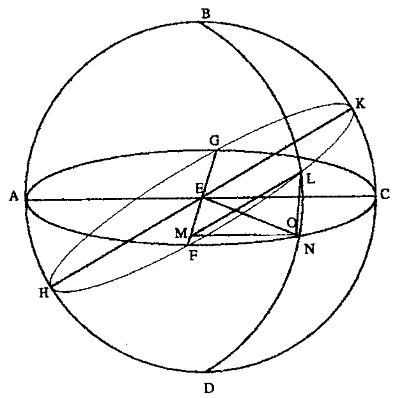
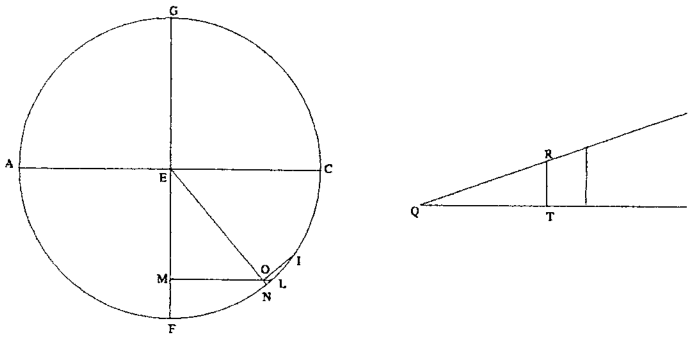


Figura 5.2: Figura di pagina 101 delle *Meditatiunculae*, identica a quella che accompagna il primo problema del secondo libro dei *Problemi astronomici*

rispettivamente l'eclittica, l'equatore e il coluro dei solstizi. I punti in cui l'eclittica taglia l'equatore celeste sono i punti dell'ariete e della bilancia; sia il punto F il principio dell'ariete. L'angolo CEK è l'angolo di inclinazione dell'eclittica sul piano dell'equatore.

Si prenda allora sull'arco di eclittica EK un punto a scelta di cui si vuole individuare l'ascensione retta; sia esso L. Si tracci il cerchio verticale passante per L che tagli l'equatore in N. L'ascensione retta del un punto L dell'eclittica altro non è che l'arco di equatore compreso tra il punto N ed il punto dell'ariete.

Si congiungano i punti EN: la retta EN sarà l'intersezione del piano verticale con il piano dell'equatore. Si conduca dal punto L la perpendicolare al piano dell'equatore che cadrà su EN nel punto O. Da O si conduca la perpendicolare MO a FG che risulterà essere parallela ad AC. Si congiunga allora LM che sarà perpendicolare a FG e parallela a EK. Poiché anche le rette ML, EK sono tra loro parallele ne segue che l'angolo LMO è uguale all'angolo KEC che è l'angolo di inclinazione dell'eclittica rispetto al piano dell'equatore che è noto. A questo punto il problema è risolto e non resta che mostrare come individuare l'ascensione retta di un punto dell'eclittica lavorando nel piano ed utilizzando l'angolo di inclinazione dell'eclittica.

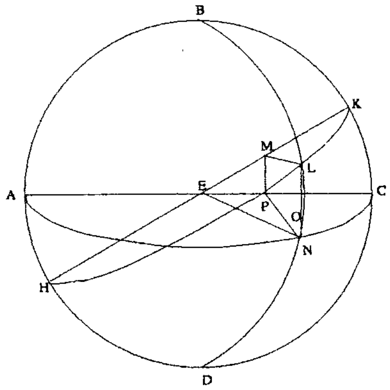


L'*operatio* parte dalla costruzione di un cerchio che verrà inteso in un primo tempo come eclittica e, in un secondo tempo, come equatore. Così, nella prima parte il cerchio AFGC è l'eclittica sulla quale vengono segnati il punto F dell'ariete e il punto L di cui si deve trovare l'ascensione retta. Si ripetono le operazioni precedentemente illustrate: dal punto L si traccia LM perpendicolare a FG.

Si riporti di lato un angolo PQR pari all'inclinazione dell'eclittica, cioè 23 gradi e mezzo, e si prenda QR uguale a LM e dal punto R si conduca RP perpendicolare a QP.

Si consideri ora il cerchio AFCG come equatore in cui il punto F è ancora il punto dell'ariete. Sulla perpendicolare ML si prenda il punto O tale che MO sia uguale a QP. Il punto O sarà il punto sarà il piede della perpendicolare condotta da L sul piano dell'equatore. Si congiungano i punti E, O e sia N l'intersezione di tale retta con la circonferenza. L'arco FN è l'ascensione retta cercata.

L'*aliter* di questo problema che Guidobaldo presenta a pagina 105 e, come problema 2, nell'opera a stampa non differisce notevolmente da questa prima dimostrazione, ma non prevede l'uso dell'angolo d'inclinazione dell'eclittica. In questo caso Guidobaldo traccia le rette LM, perpendicolare al piano ABCD che cadrà su HK, MP perpendicolare ad AC e PO sul piano dell'equatore perpendicolare a AC. Dimostra che i segmenti PO e ML sono uguali e paralleli cosicché il prolungamento di PO cadrà nell'intersezione dei due semicerchicerchi BLD e AFC, ovvero nel punto N. L'arco FN è funque l'ascensione retta cercata.



Il problema inverso di quello appena risolto viene proposto nelle pagine 107–108 in cui, data una qualunque ascensione retta si chiede di individuare l'arco coascendente dell'eclittica corrispondente, ovvero dato sull'equatore l'arco FN, dove F è il punto dell'ariete, si cerca l'ampiezza dell'arco di eclittica FO, dove O è l'intersezione dell'eclittica con il cerchio verticale passante per N.

Come ha già accennato, tutti i problemi fin qui descritti si trovano nei primi due libri dei *Problemi astronomici.* L'unico che, invece, appartiene al terzo libro è quello di pagina 103, in cui l'arco da trovare è ancora l'ascensione retta, ma in questo caso sono date la latitudine e la longitudine rispetto all'eclittica della stella di cui si vuole individuare l'ascensione retta.

Le pagine di astronomia si chiudono con quello che diventerà la prima proposizione dei *Problemi astronomici* in cui si chiede di dividere una porzione di un'arco di circonferenza in parti minori di un grado.

5.4 Conclusioni

Vorremmo concludere questa breve presentazione delle pagine di astronomia presenti nelle *Meditatiunculae* sottolineando il fatto che il materiale raccolto nel manoscritto testimonia degli studi che portarono Guidobaldo alla stesura dei suoi libri astronomici. Le parti di tale testo rinvenute nelle

Meditatiunculae non presentano cambiamenti sostanziali, ma vengono inserite in un contesto più ampio nelle quali ogni singolo problema acquista un pieno significato. Ci siamo limitati qui ad evidenziare questi elementi comuni tra le due opere: solo uno studio approfondito dei *Problemi astronomici* e dei *Planisferi* potrà forse fornire qualche spunto ulteriore che aiuti a capire gli sviluppi di questo nucleo di astronomia presente nelle *Meditatiunculae.*

Capitolo 6

Gli argomenti di geometria nelle *Meditatiunculae*

Le pagine relative ad argomenti di geometria costituiscono una parte significativa delle *Meditatiunculae* pur presentandosi in modo assolutamente frammentario. In effetti, se non è possibile individuare un unico filo conduttore che leghi le varie parti geometriche, è tuttavia possibile individuare localmente gruppi di pagine in qualche modo collegate tra loro così da formare un'unità logica. Proporremo alcuni esempi delle tematiche affrontate da Guidobaldo cercando di mettere in evidenza la varietà di problematiche affrontate ed al tempo stesso di dare una nostra prima valutazione del tipo di conoscenze e di approfondimento degli studi geometrici.

6.1 I problemi sui solidi

Nell'ambito delle pagine di natura geometrica troviamo un gruppo di proposizioni dedicate alle figure solide, in particolare parallelepipedi, cubi e sfere. Si tratta di problemi e teoremi nella cui dimostrazione si fa riferimento alla teoria sviluppata nei libri XI e XII degli *Elementi* di Euclide.

La prima delle proposizioni di questo tipo si trova, isolata, a pagina 27 e chiede, dati due parallelepipedi simili, di trovarne altri due che siano medi proporzionali tra i due dati. Di tale problema viene proposta la soluzione geometrica rigorosa ed una esemplificazione numerica, *operatio in numeris*, come specifica Guidobaldo.

La maggior parte delle proposizioni sui solidi si trova però concentrata nelle pagine 113 - 115^7v che contengono otto problemi e due teoremi. Si tratta di un gruppo di quindici carte di cui solo le prime tre portano la numerazione apposta da Guidobaldo. Le pagine 113, 114 e 115 sono autografe e si presentano in forma ordinata, senza cancellature significative ed accompagnate da figure, generalmente inserite prima dell'enunciato, sufficientemente precise anche se fatte a mano senza l'uso né della riga né del compasso. In esse Guidobaldo presenta tre problemi non numerati.

Seguono le carte prive di numerazione tra le quali compaiono anche alcune pagine non di mano di Guidobaldo: le pagine 115^2r - 115^5r, infatti, sono scritte con una grafia molto diversa da quella che caratterizza il resto del manoscritto non attribuibile a Guidobaldo. Esse contengono quattro problemi numerati a partire dal secondo. Non presentano alcuna cancellatura. Le figure, eseguite accuratamente con la riga, diversamente dal resto del manocritto, non si trovano nel testo, ma in foglietti a parte inseriti nel codice.

Seguono le carte 115^5v - 115^7v in cui si ritrova la grafia di Guidobaldo. Tali carte si presentano estremamente disordinate, con figure fatte a mano in maniera frettolosa. Troviamo inoltre cancellature numerose e consistenti. Queste pagine contengono la dimostrazione di due teoremi ed un problema. Le tre proposizioni sono numerate da uno a tre.

Anche in questo caso si pone il problema di capire il rapporto tra le pagine che seguono la numerazione progressiva del manoscritto e quelle inserite successivamente. Osservando il contenuto delle carte esaminate notiamo che alcuni problemi si trovano ripetuti in due versioni diverse: la prima tra le carte di mano di Guidobaldo, la seconda tra quelle di diversa mano.

Nella tabella 6.1 che segue riportiamo gli enunciati dei problemi risolti nelle varie pagine mettendo in corrispondenza quelli simili.

Possiamo notare come l'enunciato del problema di pagina 113 — dato un parallelepipedo trovare un cubo ad esso uguale — venga generalizzato nell'enunciato del problema di pagina 115^2r in cui si chiede di trovare un cubo uguale ad un qualsiasi prisma dato. Il secondo problema è enunciato nello stesso modo nelle due versioni, mentre il terzo problema è assente nella

Pagine di Guidobaldo	Pagine di attribuzione incerta
113 Dato solido parallelepipedo, aequalem ei cubum constituere	115^2r - 115^2v Dato prismati aequalem cubum constituere
114 Duobus datis cubis simul sumptis aequalem cubum constituere Corollario	115^2v - 115^3r Datis duobus cubis, utrisque simul sumptis aequalem cubum constituere Corollario
115 Datis duarum sphaerarum diametris, alteram spherae diametrum invenire, cuius sphaera datis sphaeris simul sumptis sit aequalis Corollario	?
—	115^3r - 115^3v Dato cubo aequale prisma constituere dato prismati simile
—	115^4r - 115^4v - 115^5r Duos cubos invenire in data proportione, qui simul sumpti aequales sint dato cubo

Tabella 6.1: Confronto problemi sui solidi

seconda versione. La proposizione di pagina 115, infatti, relativa alla sfera non ha corrispondenza con alcuna delle proposizioni riprese nelle pagine non numerate. Dobbiamo notare, tuttavia, che nella parte finale del corollario posto dopo la proposizione di pagina 115^2r, nel quale si generalizza la proposizione al caso in cui i cubi dato siano più di due, compare la frase seguente:

> ita etiam duabus, aut pluribus spheris datis, tam aequalibus quam inaequalibus una sphaera aequalis constitui poterit, quip-

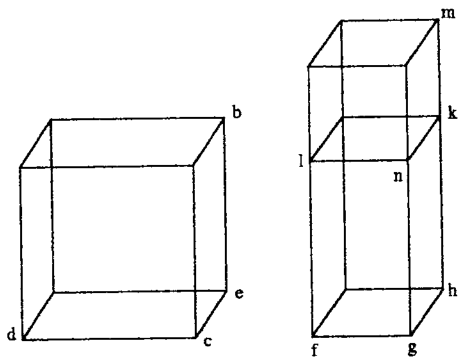
pe cum proportio unim ad alteram sit eadem quae diametri ad diametrum triplicati.

Ci sembra quindi probabile che anche nella seconda versione dovesse comparire un problema sulle sfere corrispondente a quello di pagina 115 delle *Meditatiunculae* con il relativo corollario che, tuttavia, non compare tra le nostre carte.

Nella seconda versione compaiono poi due problemi assenti nella prima che in qualche modo capovolgono la situazione ripetto ai primi due problemi proposti. Naturalmente per poter "invertire" i problemi è necessario porre una condizione ulteriore. Così nel primo caso si richiede di trovare un prisma uguale ad un cubo dato, che sia simile ad un prisma assegnato. Nel secondo, invece, si vuole individuare due cubi che presi insieme siano uguali ad un cubo dato e che stiano tra loro secondo un rapporto fissato.

I legami evidenti tra il materiale autografo di Guidobaldo e le pagine di altra mano trovano ulteriore conferma nell'analisi puntuale delle dimostrazioni. Confrontando le dimostrazioni delle proposizioni corrispondenti possiamo notare, infatti, che le differenze stabiliscono una maggiore elaborazione e talvolta generalità nelle pagine aggiunte, tuttavia la struttura della dimostrazione rimane sostanzialmente inalterata.

Consideriamo il primo problema; nella prima versione Guidobaldo si propone di costruire un cubo uguale ad un parallelepipedo dato. Nella costruzione egli distingue il caso in cui il parallelepipedo sia retto da quello in cui non lo sia. Dimostra, quindi, che il caso del parallelepipedo non rettangolo si può facilmente ricondurre al caso del parallelepipedo rettangolo. Si limita quindi a risolvere questo caso particolare all'interno del quale individua tre situazioni differenti:



la prima, banale, prevede che i rettangoli DE, BC siano entrambi quadrati. In questo caso, naturalmente, il problema è già risolto. La seconda situazione prevede che nessuno dei due rettangoli sia un quadrato; la terza che uno solo dei due sia un quadrato. Guidobaldo dimostra che il secondo caso è facilmente riconducibile al terzo, che risolve. La costruzione si basa sull'inserzione di due rette medie proporzionali tra i due diversi spigoli del parallelepipedo a base quadrata che sta considerando. Così se OPe Q sono scelti in modo tale che

$$MK:OP=OP:OP:Q=Q:KH$$

il cubo di lato OP sarà il cubo cercato.

Vediamo ora la soluzione del problema nella seconda versione; in questo caso, come abbiamo già osservato il problema viene generalizzato ad un prisma generico non necessariamente parallelepipedo. Anche nella seconda versione viene distinto il caso del prisma retto da quello del prisma obliquo, ma si rende necessaria una distinzione ulteriore a seconda del poligono di base del prisma. Il prisma può avere per base un quadrato od un altro tipo di poligono. Ancor prima di dimostrare la riconducibilità di ogni caso a quello del prisma retto a base quadrata, viene affrontato per primo proprio questo caso. La dimostrazione è del tutto analoga a quella proposta nella prima versione ed è seguita dalla seguente generalizzazione:

> Si vero dati prismatis basis sit vel trilatera, vel quadrilatera quidem non autem quadrata, vel plurilatera, vel etiam prisma non sit rectum primo inveniatur ipsius basis aequales superficies quadrata. Deinde super eam statuatur prisma rectum aequali altitudinae quod dato aequale erit ex 31 undecimi cui per modum iam dictum aequalis cubus constitutus erit etiam dato prismati quomodocunque firmato aequalis. Quod facere oportebat[1].

In questo commento finale la generalizzazione si basa sul fatto che una volta individuato un quadrato uguale alla figura di base del prisma, e costruito il parallelepipedo di tale base quadrata e stessa altezza, esso sarà uguale al prisma dato. Per dimostrare questo viene citata la proposizione 31 del

[1] Cfr. p. 375.

libro XI degli *Elementi* di Euclide. Tale proposizione, tuttavia, non sembra adeguata alla situazione. Essa, infatti, afferma:

> Solida parallelepipeda, quae in equalibus sunt basibus, et eadem altitudinem interse sunt aequalia[2]

Si tratta quindi di un teorema valido per i parallelepipedi e non per prismi generici. La generalizzazione del problema al caso generale del prisma risulta, quindi, non provata adeguatamente. A questo punto è interessante notare che il teoréma di pagina $115^6 r$, scritto di mano di Guidobaldo, dimostra esattamente l'enunciato necessario per la generalizzazione del primo problema al caso del prisma.

> Solida rectilinea quae bases habent aequales, aequalemque altitudinem inter se sunt aequalia[3].

Non è chiaro se Guidobaldo abbia aggiunto il teorema perché resosi conto del fatto che la proposizione 31 dell'undicesimo libro non è applicabile ai prismi generici, poiché esso viene citato anche all'interno delle pagine guidobaldiane.

La dimostrazione del teorema viene effettuata da Guidobaldo suddividendo i due solidi dati in prismi a base triangolare ai quali opportunamente applica il corollario alla proposizione 32 del libro undicesimo nell'edizione di Commandino[4]. In questo modo egli può facilmente provare la tesi.

Nel teorema successivo egli estende il suo risultato anche ai cilindri:

> Sit solidum, cuius rectilinea basis sit a, altitudo autem k. Sitque cylindrus cuius basis sit circulus b, altitudoque k. Dico solidum cylindro aequalem esse[5].

La dimostrazione, in questo caso, si ottiene con una doppia riduzione all'assurdo: si dimostra, infatti, che il prisma non può essere né minore né

[2]Riportiamo qui l'enunciato del teorema secondo l'edizione di Federico Commandino, cfr. [13], p. 204v.

[3]Cfr. p. 384.

[4]Ex his igitur et iam demonstratis sequitur prismata triangulares bases habentia aequales, quae vel in eisdem, vel aequalibus basibus constituntur, et eadem altitudine interse aequalia esse. Cfr. [13], p. 205v.

[5]Cfr. p. 385.

maggiore del cilindro. I due teoremi citati vengono applicati da Guidobaldo nella dimostrazione della costruzione proposta nell'ultimo problema del gruppo, a pagina 115^7r, in cui si vuole individuare un cubo uguale ad una sfera data. In esso, infatti, si costruisce il cilindro avente per base il cerchio massimo della sfera e per altezza il diametro. Si trova poi il prisma di stessa altezza e base quadrata uguale al cerchio di base del cilindro. Tale prisma sarà uguale al cilindro. Si taglia il prisma in modo da ottenerne uno pari ai due terzi, che sarà uguale alla sfera per la trentaduesima proposizione del *De sphaera et cylindro* di Archimede. A questo punto basterà trovare il cubo uguale al prisma, problema già risolto, per ottenere la soluzione cercata.

Dobbiamo osservare che la frase *cylindro autem* C *aequalem est solidum* DF è sottolineata e riportata nel margine inferiore con accanto la specificazione *Hoc demonstrato est antea, sed demonstratio considerand...* non completamente leggibile. Questa frase è scritta in sostituzione di un precedente *Hoc demonstrare oportet.* Appare evidente, allora, che le tre ultime proposizioni non sono state scritte nell'ordine indicato dalla numerazione che deve essere stata apposta solo successivamente dal momento che non subisce alcuna modifica.

Ci troviamo di fronte quindi a tre gruppi di proposizioni che, come indica il fatto che la numerazione ricominci ogni volta da uno, vanno intesi come tre unità separate che, tuttavia, hanno molti elementi in comune. Non solo trattano problemi molto simili, ma si appoggiano una sull'altra. Così l'ultimo problema utilizza, senza citarlo esplicitamente, il primo che appartiene ad un gruppo diverso. Abbiamo addirittura carte scritte da una mano diversa, che trattano due problemi pressoché identici

Gli elementi emersi dallo studio delle dimostrazioni, la somiglianza dei problemi affrontati oltre che la strategia dimostrativa, la presenza tra le carte autografe di un teorema necessario per la corretta soluzione di un problema presenta nella seconda versione, ci sembrano sufficienti per supportare l'ipotesi che anche le pagine scritte da un'altra mano siano materiale guidobaldiano, o comunque materiale su cui Guidobaldo ha studiato e lavorato.

Se rileggiamo gli enunciati raccolti nella tabella ci accorgiamo del fatto che Guidobaldo propone, se pure in una forma più generale, uno dei problemi classici della geometria greca: quello della duplicazione del cubo.

Tale problema è equivalente a quello di trovare due medie proporzionali tra due rette date. In effetti leggendo le dimostrazioni ci accorgiamo del fatto che Guidobaldo usa costantemente l'inserzione di due medie proporzionali. Notiano anche che Guidobaldo, generalmente estremamente puntuale nel citare ora gli *Elementi* di Euclide, ora le *Coniche* di Apollonio, ora le opere di Archimede, non dice assolutamente niente su un problema la cui soluzione non è banale.

Questa prima impressione è confermata dall'analisi del problema contenuto a pagina 115^7v che chiede di determinare il cubo uguale ad una sfera data. Nel corso della dimostrazione Guidobaldo chiede di determinare il quadrato uguale al cerchio massimo della sfera senza porsi il problema di come questo si possa fare. Di fronte al problema della quadratura del cerchio Guidobaldo non fornisce alcun tipo di indicazione, né commenta in alcun modo.

6.2 Gli strumenti per la costruzione delle sezioni coniche

Alcune pagine delle *Meditatiunculae* sono dedicate alla presentazione di strumenti che permettono di tracciare le sezioni coniche. In effetti, l'interesse per tale tipo di strumenti fu vivo per tutto il Rinascimento; sia matematici che artisti che si occuparono di tale materia: basterà citare Federico Commandino[6], Francesco Barozzi[7] e Francesco Maurolico[8] tra i matematici, o Leonardo da Vinci, Albert Dürer e Michelangelo tra gli artisti e Fabrizio Mordente tra i costruttori di strumenti scientifici. La teoria dele sezione coniche, infatti, riscoperta nel corso del '500 diventa uno strumento importante in discipline quali l'astronomia, la gnomonica, la cartografia, la meccanica e l'ottica[9]. Questa posizione vien ben riassunta da Francesco

[6] *De horologiorum descriptione*, cfr. [9]

[7] *Admirandum illud geometricum problema*, cfr. [19]

[8] *Francisci Maurolyci abbatis messanensis de lineis horariis libri tres*, cfr. [16], p. 161–285.

[9] Studi circa i metodi per costruire e tracciare le sezioni coniche sono stati esposti da P.L. Rose nel suo *Renaissance Italian Methods of Drawing the Ellipse and Related Curves*, cfr. [46] e da E. Ulivi nel suo *Le fonti di Bonaventura Cavalieri: la costruzione*

Barozzi nella prefazione al suo *Admirandum illud geometricum problema* in cui leggiamo:

> Ex Conicorum enim doctrina multa humano usui emolumenta proveniunt. Diversa nanque Specula tum Conica, tum etiam Columnaria ea Perspectiva scientia pars, quae specularia dicitur, construere docet, quae porro mirabiles effectus nobis suppeditant. Fieri autem non potest ut dicta specula recte construantur ab eo, qui Conicorum Elementorum ignarus existit. Nam speculum illud omnium speculorum alioqui utilissimum, quod per reflexionem radiorum solis magna etiam, et durissima corpora comburit, quo Archimedes quoque in Syracusis naves comburebat, nonne ex conica illa sectione sit, quae parabole appellatur? Praeterea centra gravitatum invenire non possunt sive conicarum sectionum adminiculo, ut patet ex libris Archimedis de aequeponderantibus, seu centris gravium planorum, et ex libro περὶ ὀχονυένων, quem nonnulli inscribunt de insidentibus aquae, alii vero de hiis quae vehuntur in aqua. At centri gravitatis cognitio, nonne admodum necessaria est a multas Machinas cum in bello, tum in pace utilissimas extruendas? Rursus perspectivae scientiae, quae adeo utilis est, omnia fundamenta ex Conicis dependent, quandoquidem omnis visio per conum fit. Quinetiam multas alias utilitates praebet conicorum doctrina astrologiae, mechanicae, et architectura, quas in presentia, ne taesio affictam, silentio pertranseo[10].

Guidobaldo già nel *Planisphaeriorum univarsalium teorica* riassume alcuni metodi sia geometrici che meccanici per tracciare l'ellisse citando il commento di Eutocio alle *Coniche* di Apollonio, Dürer e Federico Commandino. Descrive accuratamente un metodo per tracciare l'ellisse basato sulla proposizione 52 del terzo libro delle *Coniche*. Egli propone, tra l'altro, anche un proprio strumento che permette di tracciare tutte le sezioni coniche[11]. Nelle *Meditatiunculae* alle pagine 7 e 8 egli descrive due modi per tracciare l'iper-

---

delle coniche fino allo Specchio ustorio (1632), cfr. [50].

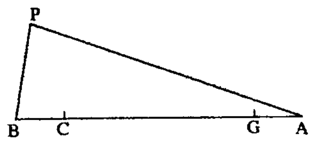
[10] *Admirandum illdu gemetricum problema*, cfr. [19], pag. 10.

[11] *Planisphaeriorum univarsalium teorica*, cfr. [15], p. 99 - 128.

bole, il primo per punti, il secondo in modo continuo *oltre a quelli che ha detto Eutocio, et Alberto Durero, et il Comandino* come egli esplicitamente dichiara citando in margine la *Geometria* di Dürer[12], il *De horologiorum descriptione* di Commandino e il commento di Eutocio alla proposizione 21 del primo libro delle *Coniche*[13].

Entrambi gli strumenti che Guidobaldo presenta nelle *Meditatiunculae* utilizzano una stessa proprietà dell'iperbole, anzi potremmo dire che da un punto di vista puramente teorico si tratta di uno stesso strumento realizzato ora con materiale rigido (costruzione per punti), ora con un materiale facilmente flessibile (costruzione continua).

Per poter utilizzare lo strumento è necessario conoscere l'asse e la figura[14], ovvero l'asse e i fuochi, dell'iperbole che si vuole descrivere. Lo strumento, infatti, utilizza il teorema 51 del terzo libro delle *Coniche*[15].



Dati quindi l'asse dell'ipebole, CG, e la figura, è possibile determinare i punti A e B in modo tale che i rettangoli r(BC, CG) e r(CG, AG) siano uguali

[12]L'opera cui Guidobaldo si riferisce fu pubblicata in lingua tedesca a Norimberga nel 1525 con il titolo *Underweisung der Messung mit dem Zyrkel und Richtsceyt* mentre la traduzione in lingua latina, curata da Joachim Camerarius, vide la luce a Basilea nel 1532 con il titolo *ALbertus Durerus Institutionum geometricarum libri quatuor, lineas, superficies et solida corpa tractavit. adhitis designationibus ad eam rem accomodatis.*

[13]Facciamo notare che lo stesso Commandino nel suo *De horologiorum descriptione* prima di proporre un metodo per la costruzione dell'ellisse e dell'iperbole cita il commento di Eutocio e la *Geometria* di Dürer. Scrive, infatti, "Modus autem describendae hyperbolae et ellipsis ex 21 primi Conicorum elicitur, quemadmodum et modus parabolae describendae ex 20 eiusdem, ut his locis admonet Eutocius Ascalonita. Albertus Durerius in libris, quos conscripsit de institutionibus Geometricis, alios modos tradit. Cfr [9], p. 58v.

[14]Per figura di un'iperbole si intede il rettangolo che ha per lati il lato retto e il lato trasverso dell'iperbole.

[15]Si in hyperbola, vel oppositis sectionibus ad axem comparetur rectangulum aequale quartae parti figurae: excedensque figura quadrata: et a punctis ex comparatione factis ad quamlibet sectionem rectae lineae inclinetur: maior minorem quantitate axis superabit. Cfr. [11], p. 71r.

ad un quarto della figura. I punti A e B sono quindi i fuochi dell'iperbole. Preso comunque un punto P sull'iperbole, per la proposizione 51 citata, la differenza |PA-PB| sarà uguale all'asse dell'iperbole. Questa è la proprietà utilizzata. Per poter individuare nel piano un punto P dell'iperbole basterà quindi valutare le distanze PA e PB e fare in modo che la differenza risulti uguale all'asse.

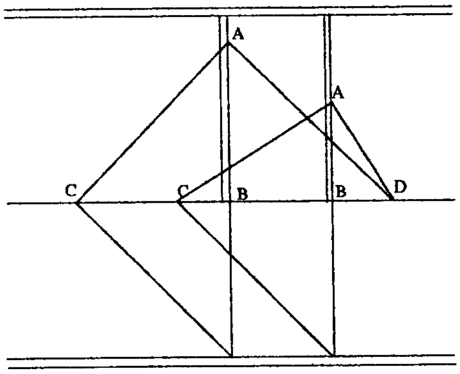
Così, Guidobaldo pensa a due sbarre di un materiale rigido, incernierate una nel punto A l'altra nel punto B, tali che quella posta in A sia più lunga di quella in B. Entrambe portano una scala graduata: la B completamente, la A solo in una sua parte uguale in lunghezza alla B. Sulla sbarra A si muove un cursore che permette di regolare la distanza del punto in cui inizia la scala dal punto in cui la sbarra viene fissata in A. Tale distanza andrà scelta uguale all'asse a dell'iperbole. Si muoveranno le sbarre fino a far sovrapporre i due valori x corrispondenti delle scale graduate. Tale punto P di intersezione starà sull'iperbole poiché si ha

$$\text{PA} = x + a \qquad \text{PB} = x \qquad \text{e quindi} \qquad \text{PA-PB} = a$$

Rispostando le sbarre in un nuovo punto che verifichi le stesse condizioni individueremo un secondo punto dell'iperbole e così via.

Il secondo metodo che Guidobaldo propone a pagina 8 sostituisce le due sbarre rigide con due fili che si fissano ad una punta O, posta inizialmente nel punto C. Da C un filo si porta su A e quindi indietro verso B, l'altro direttamente verso B cosicché la differenza tra i due fili è uguale all'asse dell'iperbole. Tenendo con una mano i due fili in modo che stiano tesi e che la loro differenza si mantenga uguale all'asse, spostando la punta O si descriverà l'iperbole *continuatamente*. Si tratta quindi, anche in questo secondo caso, dell'applicazione della stessa proprietà utilizzata nella pagina precedente.

Diverso è invece il metodo che Guidobaldo espone, o meglio schizza, a pagina 115^5v, in cui troviamo tre disegni rappresentanti strumenti per tracciare le tre sezioni coniche, nell'ordine parabola, iperbole ed ellisse. Si tratta di un foglietto aggiunto, diviso in tre parti in ognuna delle quali, accanto alla figura, sono scritte solo poche righe, senza alcun tipo di spiegazione circa il funzionamento dello strumento a cui si riferiscono. Dalle poche parole di commento inserite, risulta chiaramente che si debbano usare rispettivamente le proposizioni 20[16] e 21[17] del primo libro delle *Coniche*, ed in particolare il Commento di Eutocio alle due proposizioni in cui possiamo trovare una chiara indicazione circa un possibile strumento. Vediamo brevemente il caso della parabola: si usa il fatto che in tale curva l'ordinata è media proporzionale tra l'ascissa e il lato retto. Nel disegno il lato retto è rappresentato dal segmento BC, costante, l'ordinata è AB e l'ascissa DB:



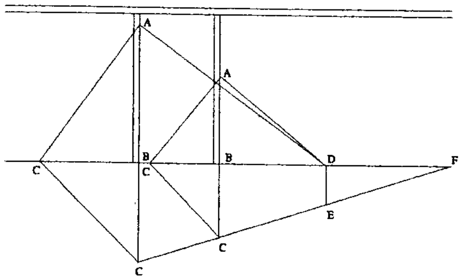
è chiaro quindi che il triangolo inferiore di base BC si sposta parallelamente a se stesso e che l'angolo CÂB debba essere sempre retto affinché si abbia

$$BC:AB = AB:BD$$

Si può immaginare quindi che la distanza BC si possa scegliere uguale al lato retto e fissata con un cursore, mentre in C e D si muovono due sbarre: il punto in cui esse si intersecano perpendicolarmente appartiene alla parabola. Da notare che il triangolo BCK è rettangolo isoscele: in questo caso il fatto che BC sia uguale a BK non è essenziale, mentre lo sarà per quanto riguarda iperbole ed ellisse.

[16]Si in parabola duae rectae lineae sectione ad diametrum ordinatim applicentur, ut eorum quadrata inter sese, ita erunt et lineae, quae ab ipsis ex diametro ad verticem abscinduntur. Cfr. [11], p. 19r.

[17]Si in hyperbola, vel ellipsi, vel circuli circumferentia, rectae lineae ordinatim ad diametrum applicentur: erunt quadrata earum ad spacia contenta lineis; quae inter ipsas, et vertices transversi lateris figurae interiiciuntur, ut figurae rectum latus ad transversum: inter sese vero, ut spacia, quae interiectis, ut diximus lineis, continetur. Cfr. [11], p. 19r



Nel caso dell'iperbole il triangolo rettangolo isoscele non sarà costante, ma spostandosi cambiera dimensione in modo tale che il rapporto BK:BF si mantenga costante ed uguale al rapporto DE:DF cioè al rapporto del retto al lato trasverso. Essendo l'angolo in Â retto si avrà q(AB)=r(BC,BD) ed essendo BK=BD si avrà q(AB)=r(BK,BD). Per la proposizione 21 del primo libro delle *Coniche* il punto A sarà un punto dell'iperbole. In maniera del tutto analoga si può ragionare nel caso dell'ellisse.

Se è quindi chiaro il principio che su cui si fonda lo strumento schizzato nelle tre parti del foglietto 115^5v, risulta tuttavia impossibile dedurre dalla sola figura come Guidobaldo intendesse realizzare nella pratica lo strumento. Il fatto che si tratti di uno strumento e non di una costruzione geometrica risulta, tuttavia, dalla presenza nella figura di guide, sulle quali evidentemente è previsto che scorrano aste rigide, che esulano dalla costruzione puramente geometrica. Vorrei osservare che nel *Degli horologi* di Muzio Oddi, pubblicati molto più tardi, troviamo tre strumenti per la costruzione delle sezioni coniche molto simili, se non addirittura identici a quelli appena accennati da Guidobaldo[18].

L'interesse per gli strumenti che permettono di tracciare curve e linee in generale si ritrova anche in altri punti delle *Meditatiunculae*: alle pagine 110–112, ad esempio, Guidobaldo presenta una spiegazione dell'utilizzo del compasso di Fabrizio Mordente nel caso di linee rette, molto simile al relativo capitolo capitolo dell'opera di Mordente.[19]

[18]Cfr. [23], p. 187, 189, 190. Si veda anche l'articolo di Ulivi, cfr. [50], p. 138.

[19]Il compasso del Signor Fabrizio Mordente con altri istromenti mathematici, ritrovati da Gasparo suo fratello, Anversa apresso Christophano Plantino Stampatore Regio, 1584. Cap II, libro I. L'edizione del testo di Mordente è stata recentemente curata da Filippo Camerota, in *Il compasso di Fabrizio Mordente. Per la storia del compasso di proporzione*, Leo S. Olschki, Firenze 2000. Nelle nostre citazioni riportiamo le pagine riferendoci a questa edizione. Cfr. [67], p. 146–147.

Seguono, a pagina 112, le descrizioni di due strumenti per tracciare linee parallele. Si tratta di due strumenti molto semplici, la descrizione di uno dei quali si trova, tra l'altro, anche nell'opera di Mordente al capitolo VII, *La fabrica del terzo istromento, col quale si tirano linee parallele*[20].

Il funzionamento di questo strumento si basa sul fatto che un quadrilatero avente una coppia di lati opposti uguali e paralleli è un parallelogramma[21]. Il secondo strumento, leggermente diverso, sfrutta invese la similitudine di due triangoli isosceli i cui lati giacciano rispettivamente uno sul prolungamento dell'altro. In entrambi i casi Guidobaldo si limita ad una raffigurazione con poche significative parole di commento senza una esposizione formale. Si ha l'impressione di trovarsi di fronte ad appunti scritti per sé, più che di una sistemazione di materiale di lavoro. Non è da escludere, quindi, vista anche la collocazione prossima alle pagine relative al compasso, che Guidobaldo stia annotando qualche idea tratta dall'opera di Mordente.

6.3 Del Misurar

Alcune pagine delle *Meditatiunculae*, ben ordinate, chiaramente frutto di una sistemazione in bella copia di materiale precedentemente elaborato, portano il titolo *Del misurar*. Si tratta delle pagine 9–12. In esse Guidobaldo espone un metodo per misurare con la vista le altezze, le profondità e le inclinazioni ed effettuare misurazioni nel piano. Egli avverte il lettore che dal punto di vista teorico tutti i metodi si rifanno allo stesso principio, ma nella pratica alcuni sono più comodi di altri. Tra i migliori, nel caso di misure di distanze nel piano, egli segnala il metodo di Gemma Frisio riportato anche da Leon Battista Alberti.

Nel descrivere il metodo per le altezze e le profondità egli osserva come

[20]L'istromento per tirare le linee parallele è il sotto scritto, et si avertirà che le due stanghette sieno di eguale lunghezza; et grossezza, et si nascondino dentro alle fue righe; le quali similmente in tutte le lor parti sono eguali, et li chiodi che conficano quelle, si porranno leggiermente, acciò possino aprirsi, et serrarsi con facilità, et si toccheranno per di dentro da un' capo all'altro. *Il compasso di Fabrizio Mordente*, cfr. [67], pag. 158.

[21]Per la proposizione 33 del primo libro degli *Elementi* il cui enunciato è il seguente: "Quae aequales, et parallelas ad eandem partem coniungunt rectae lineae, et ipsae aequales, et parallelae sunt." Cfr. [13], p. 21r.

si usi lo stesso procedimento nei due casi. Si deve distinguere, tuttavia, il caso in cui dal punto di osservazione risulti visibile il piede dell'altezza che si vuol misurare, ad esempio una torre, dal caso in cui questo non succeda. In entrambe le situazioni il problema si risolve utilizzando la quarta proposizione del secondo libro del *De triangulis* di Regiomontano[22]. Guidobaldo suggerisce, inoltre, per praticità, di riportare in una raffigurazione in scala le misurazioni effettuate, cosicché facilmente si avrà anche la misura reale dell'altezza della torre.

Per quanto riguarda le inclinazioni, basterà applicare il metodo precedentemente descritto per le altezze. Riportando in scala la situazione ottenuta si potrà facilmente conoscere anche l'inclinazione della distanza calcolata rispetto all'orizzonte.

A questo punto inizia la descrizione del metodo per misurare le distanze nel piano utilizzando i teoremi sulla similitudine dei triangoli: rifacendosi a Gemma Frisio e Leon Battista Alberti, Guidobaldo insegna come si possano misurare le distanze tra due punti C e D guardando DC da due posizioni A e B nota che sia la distanza AB. Con tale metodo si potrà anche misurare la lunghezza di una qualsiasi retta tracciata tra AB e CD.

La trattazione si chiude con la descrizione di un metodo per misurare distanze nel piano utilizzando lo *squadro tagliato in otto parti*, uno strumento che permette di vedere un oggetto sotto un angolo di 90 o 45 gradi. Cambiando la posizione dell'osservatore e l'angolo sotto cui si vedono i diversi punti si possono facilmente misurare distanze e quindi tracciare piante.

6.4 Proposizioni su cerchi e un problema

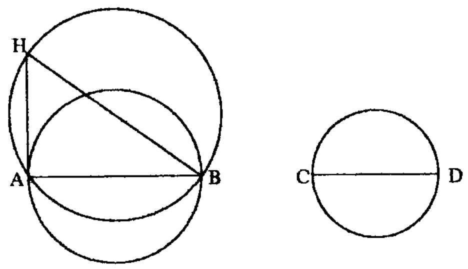
Alcune pagine delle *Meditatiunculae* sono dedicate a teoremi e problemi relativi ai cerchi. Si tratta, in generale, di semplici applicazioni della teoria esposta nel terzo libro degli *Elementi* di Euclide, con l'applicazione dei teoremi sul parallelismo del primo libro e quelli sulla similitudine dei triangoli del sesto puntualmente citati da Guidobaldo. Così alle pagine 65 - 68[23] Guidobaldo dimostra che in un cerchio segmenti congiungenti corde parallele

[22]Si quis trianguli varii duos angulos seorsum dederit cum uno latere eius quodlibet, reliqua latera faciliter metiemur. Cfr [8], p. 5.

[23]Ricordo che le pagine 66 e 67 non compaiono in quanto risultano tagliate.

sono tra loro uguali e, viceversa, rette congiungenti corde uguali sono tra loro parallele.

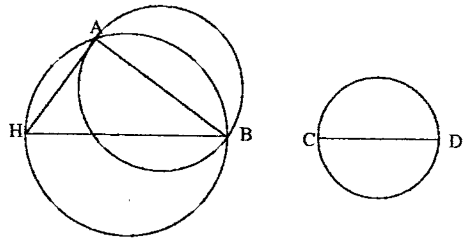
A pagina 102 troviamo un problema, anch'esso piuttosto semplice: trovare un cerchio uguale a due cerchi disuguali dati presi insieme. Segue un corollario in cui si generalizza il problema dal caso di due cerchi dati a quello di n cerchi. Nella soluzione Guidobaldo utilizza, senza rinvio esplicito, la seconda proposizione del dodicesimo libro degli *Elementi* e la quarantasette del primo, oltre ad alcuni teoremi del quinto. L'idea della soluzione è la seguente:



sono dati i cerchi di diametro AB e CD. Si traccia AH perpendicolare ad AB ed uguale a CD. Il cerchio di diametro HB è il cerchio cercato[24].

Ci siamo soffermati su questa soluzione, per quanto semplice, perché a pagina 137 troviamo un secondo problema molto simile a quello appena discusso. Si chiede, infatti, dati due cerchi diseguali, di trovarne un terzo la cui somma con il minore dato sia uguale al maggiore. Si tratta quindi di trovare il cerchio differenza. Osserviamo che anche in questo caso Guidobaldo avrebbe potuto proporre un soluzione pressoché identica a quella del problema di pagina 122. In questo caso, infatti, sono dati i cerchi HB e CD.

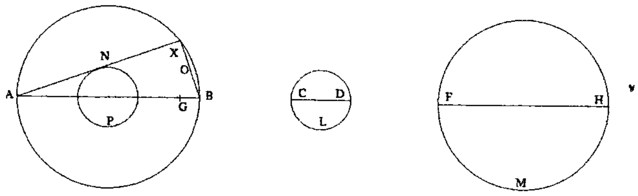
[24] Si ha infatti:
$cerchio(AB) : cerchio(CD) = q(AB) : q(CD)$
$[cerchio(AB) + cerchio(CD)] : cerchio(CD) = [q(AB) + q(CD)] : q(CD)$
Essendo
$[q(AB) + q(CD)] = q(HB)$
si ha:
$[cerchio(AB) + cerchio(CD)] : cerchio(CD) = q(HB) : q(CD)$
Ma anche
$cerchio(HB) : cerchio(CD) = q(HB) : q(CD)$
Ne segue che
$cerchio(AB) + cerchio(CD) = cerchio(HB)$



Si costruisca il triangolo HAB rettangolo in A avente HA = CD.

Essendo q(AB) = [q(HB) - q(CD)] si ottiene facilmente che il cerchio AB è il cerchio cercato[25].

Questa soluzione, tuttavia, è inserita solo in margine, ed aggiunta quindi in un secondo momento, con esplicito rinvio a quanto spiegato a pagina 122. La prima soluzione presentata, invece, appare piuttosto macchinosa, sicuramente più complicata rispetto a quella in margine. Si individua, infatti, il segmento BG, terzo proporzionale dopo HB e CD e quindi FH medio proporzionale tra AB BG per concludere che il cerchio FH è il cerchio cercato.

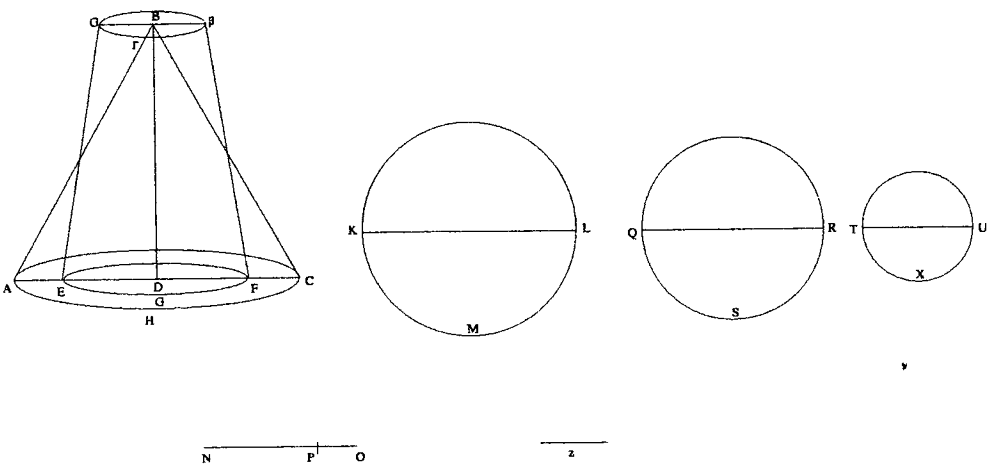


Il fatto che la prima soluzione sia così diversa da quella di pagina 122 induce a credere che, nonostante la somiglianza tra i due problemi, essi non siano stati scritti insieme, come indica anche la loro posizione nel manoscritto. In effetti, il problema di pagina 137 fa parte di una serie di proposizioni aventi ruolo lemmatico per il problema, piuttosto complesso, enunciato pagina 139. Esso, infatti, è preceduto da 4 lemmi, uno dei quali ridimostrato nella pagina successiva[26] Il problema è il seguente:

> Trovare un tronco di cono uguale ad un cono dato; di tale tronco inoltre sia data una delle basi e l'altezza sia uguale a quella del cono. È necessario che la base data sia minore della base del cono

[25]Si ripete, con le oportune modifiche, quanto già esposto in dettaglio alla nota 24.
[26]A proposito di questo lemma si veda il primo capitolo, p. 25.

Si tratta di un problema di soluzione piuttosto complessa di cui Guidobaldo presenta solo la sintesi. Tutta la costruzione è volta a creare le condizioni necessarie per poter applicare la proposizione 25 del *De centro gravitatis solidorum* di Federico Commandino[27] Nel corso della dimostrazione di tale prosizione, Commandino prova che se AD è il tronco di cono avente base maggiore AB e minore CD, ed EF è il cerchio, ottenuto sezionando in tronco con un piano parallelo alla base, tale che AB:EF=EF:CD, allora tale frusto sarà uguale al cono avente per base un cerchio uguale alla somma dei tre cerchi AB,EF eCD ed altezza uguale a quella del tronco[28].



Sono dati il cono ABC di altezza BD e la base maggiore EF del tronco di cono cercato, la cui altezza deve essere uguale a quella del cono.

Una volta costruito il cerchio uguale alla differenza delle due basi note AC e EF dobbiamo scomporlo in due cerchi TU e QR tali che

q(EF):q(QR)=q(QR):q(TU) e

[27]L'enunciato della proposizione citata è il seguente:
Quodlibet frustum pyramidis, vel coni, vel coni portionis ad pyramidem, vel conum, vel coni portionem, cuius basis eadem est, et aequalis altitudo, eandem proportionem habet, quam utraeque bases, maior, et minor simul sumptae una cum ea, quae inter ipas sit proportionalis, ad basim maiorem. Cfr [12], p. 31v.

[28]Frustum vero *ad* aequale esse pyramidi, vel cono, vel coni portioni, cuius basis constat ex basibus *ab*, *cd*, *ef*, et altitudo frusti altitudini est aequale, hoc modo ostendemus. Cfr [12], p. 32v.

cerchio(TU)+*cerchio*(QR)+*cerchio*(EF)=*cerchio*(AC)[29].

Fatto questo il problema è risolto.

Seguendo la dimostrazione della proposizione 25 citata, continua Guidobaldo, il problema può essere esteso anche al caso in cui sia dato un tronco di cono e non un cono.

Chiudono la soluzione del problema una serie di corollari relativi a sottoproblemi risolti all'interno di questa lunga costruzione. Si è risolto, infatti, il problema di trovare due cerchi che stiano in proporzione continua con il minore di due assegnati sommati al quale risultano ugulali al maggiore. Basterà considerare i cerchi AC, EF, QR e TU nel problema appena risolto. Ma, aggiunge Guidobaldo, la dimostrazione si può generalizzare dal problema dal caso dei cerchi a quello di figure simili: *Similes construere figuras, quae inter sese datas habeant proportiones.*

L'ultima proposizione sui cerchi si trova a pagina 148. Si chiede, dato un numero generico di cerchi, di trovarne un altro la cui circonferenza sia uguale alla somma delle circonferenze dei cerchi dati. La costruzione in questo caso appare ancora più semplice, dal momento che le circonferenze

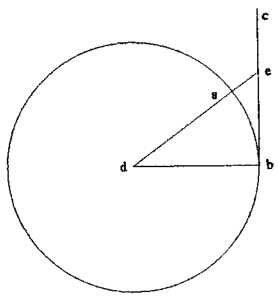
[29]Riportiamo in nota la costruzione: Si costruisce il cerchio KLM ŭguale alla differenza tra il cechio ACH il cerchio EFG. Sia poi NO quarto proporzionale dopo EF e KL: (1) EF:KL=KL:NO. Si ha allora che q(EF):q(KL)=EF:NO e quindi (1*) *cerchio*(EF):*cerchio*(KL)=EF:ON. Si divida il segmento NO nel punto P in modo tale che NP risulti medio proporzionale tra EF e PO: (2) EF:NP=NP:PO. Sia QR media proporzionale tra EF e NP: (3) EF:QR=QR:NP. Consideriamo allorail cerchio QRS. Sia Z media proporzionale tra NP e PO: (4) NP:Z=Z:OP. Ed ancora sia TU quarta proporzionale dopo NP, Z e QR: (5) NP:Z=QR:TU. Si descriva quindi il cerchio TUX. Si tracci il cerchio GβΓ di centro B ed ugulae al cerchio TUX. Il tronco EGβF sarà uguale al cono dato ABC. Si ha infatti, per il punto (3), che: q(EF):q(QR)=EF:NP e quindi *cerchio*(EF):*cerchio*(QR)=EF:NP Dalla (4) segue poi che q(NP):q(Z)=NP:OP e per la (5) q(QR):q(TU)=NP:OP. Si può allora concludere, per la (2), che q(EF):q(QR)=q(QR):q(TU) e quindi, per la seconda del dodicesimo libro degli *Elementi*, (6) *cerchio*(EF):*cerchio*(QR)=*cerchio*(QR):*cerchio*(TU) Dalle due relazioni (2) e (6), applicando il lemma dimostrato a pagina 138, si ottiene EF:(NO):*cerchio*(EFG):[*cerchio*(TU)+ *cerchio*(QR)] Per la (1*) si ha allora che *cerchio*(TU)+*cerchio*(QR)=*cerchio*(KL) Per costruzione si ha che *cerchio*(KL)=*cerchio*(AC)-*cerchio*(EF). Ne consegue che *cerchio*(TU)+*cerchio*(QR)=*cerchio*(AC)-*cerchio*(EF) e quindi *cerchio*(TU)+*cerchio*(QR)+*cerchio*(EF)=*cerchio*(AC) Per la proposizione 25 del *De centro gravitatis solidorum* di Commandino segue allora che il tronco di cono EGβF è uguale al cono ABC.

dei cerchi stanno tra loro come i diametri come dimostra Pappo nelle sue *Mathematicae collectiones*, nella proposizione 22 dell'ottavo libro[30] e nella undicesima del quinto[31]: il cerchio soluzione, quindi, avrà per diametro la somma dei diametri dei cerchi dati.

6.5 L'angolo di contatto è una grandezza

A pagina 121 Guidobaldo si schiera dalla parte di Cristoforo Clavio nel sostenere la tesi che l'angolo di contatto, ovvero l'angolo formato da un semicerchio e dalla tangente ad esso in un'estremità del diametro, è una grandezza.

La discussione nasce dalla proposizione 16 del terzo libro degli *Elementi* in cui Euclide dimostra che la retta tracciata da un'estremità del diametro perpendicolarmente ad esso non taglia il cerchio in altri punti e non è possibile inserire un'altra retta tra essa ed il cerchio.



L'angolo che il semicerchio forma con tale retta, aggiunge Euclide, è più grande di un qualsiasi angolo rettilineo acuto mentre l'angolo residuo, in figura l'angolo curvilineo ABC, sarà più piccolo di un qualsiasi angolo rettilineo. Proprio da quest'ultima specificazione prende origine la controversia: è infatti chiaro che gli angoli di contatto non possono essere intesi come grandezze omogenee rispetto agli angoli rettilinei, poiché violano la quarta definizione del quinto libro degli *Elementi* di grandezze aventi rapporto tra loro:

[30] Circumferentias autem circulorum interse ita esse, ut eorum diametri, nunc ostedenmus. Cfr. [21], p. 327r.

[31] Circulorum circumferentiae inter se sunt, ut diametri. Cfr. [21], p. 80v.

> Proportionem habere interse magnitudines dicuntur, quae multiplicatae se invicem superare possunt[32].

Ogni angolo di contatto è minore di un qualsiasi angolo rettilineo, quindi per quanto moltiplicato non potrà essere mai superiore ad esso.

Nel 1557 Peletier nella sue edizione degli *Elementi* arriva ad affermare che l'angolo di contatto non solo non è una grandezza dello stesso tipo degli angoli rettilinei — si violerebbe infatti il primo teorema del decimo libro degli *Elementi* — ma non può essere inteso come grandezza. L'angolo di contatto, afferma Peletier è un nulla. Egli considera non solo il caso del cerchio e di una retta tangenti, ma anche i casi di due cerchi tangenti internamente ed esternamente. Per ognuno di essi egli giunge alla stessa conclusione[33].

Contrario alla posizione di Peletier è Cristoforo Clavio che, in un lungo *scholium* a commento della sedicesima proposizione del terzo libro della sua edizione degli *Elementi*, ripropone testualmente le argomentazioni di Peletier e confuta tutte le prove da egli addotte a sostegno della sua tesi[34].

La dimostrazione di Guidobaldo si basa sul fatto che se si ammette che l'angolo ABC sia un nulla, seguendo Peletier, allora anche il segmento AE non è una grandezza. Si può dedurre allora che i punti A ed E sono lo stesso punto. Se così non fosse, infatti, esisterebbero due punti per cui non passa nessuna retta, in contraddizione con il primo postulato di Euclide.

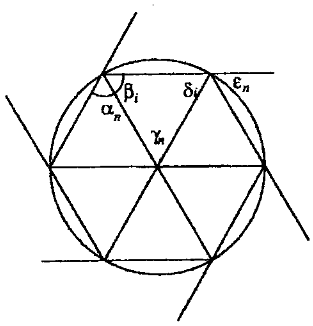
La dimostrazione, aggiunge Guidobaldo, può essere addattata anche al caso di cerchi tangenti, sia internamente che esternamente.

6.6 Teoremi sui poligoni inscritti in un cerchio

Nell'ambito delle proposizioni sui cerchi troviamo, alle pagine 182–184, alcuni teoremi sui poligoni equilateri inscritti in un cerchio, con particolare riferimento agli angoli esterni di tali poligoni.

[32]Cfr. [13], p. 57v.
[33]Cfr. [5], p. 73–78.
[34]Cfr. [22], p. 360 - 396.

Nel seguito indicheremo con α_n l'angolo interno di un generico poligono equilatero inscritto in un cerchio, con ε_n l'angolo esterno e con γ_n l'angolo al centro insistente su uno dei lati[35]. Utilizzando la notazione moderna, inoltre, indicheremo con π l'angolo piatto.



Il contenuto del primo dei teoremi proposti può allora essere riassunto dicendo che ε_n è uguale a γ_n.

La dimostrazione, peraltro piuttosto macchinosa, si basa sul fatto che un poligono equilatero inscritto in un cerchio è anche equiangolo. Ne segue quindi che tutti gli angoli esterni sono tra loro uguali, così come gli angoli al centro, uguali tra loro perché insistono su archi uguali. Osserviamo che Guidobaldo non utilizza nella sua dimostrazione il fatto che i triangoli in cui il poligono è scomposto sono isosceli e tutti uguali tra loro, cosicché la somma dei due angoli alla base, β_i e δ_i, è uguale all'angolo interno del poligono. Se consideriamo questo la dimostrazione segue banalmente osservando che

$$\alpha_n+\varepsilon_n=\pi \qquad \text{e} \qquad \gamma_n+\alpha_n=\pi$$

Guidobaldo, invece, osserva che la somma di tutti gli angoli degli n triangoli in cui il poligono è scomposto, risulta uguale ad $n\pi$, e la somma degli n angoli esterni con gli n angoli al centro anch'essa uguale ad $n\pi$. Si ha allora che

$$n\gamma_n+\sum_{i=1}^{n}(\beta_i+\delta_i)=n\epsilon_n+n\alpha_n.$$

Essendo poi

[35]Questa notazione ha un senso dal momento che i poligoni di cui stiamo parlando sono poligoni regolari.

$$\sum_{i=1}^{n}(\beta_i + \delta_i) = n\alpha_n$$

ne segue

$$n\gamma_n = n\epsilon_n \text{ e quindi } \gamma_n = \epsilon_n.$$

La strada scelta da Guidobaldo complica anche l'esposizione stessa della dimostrazione: si può notare, infatti, che pur proponendo una dimostrazione valida in generale, Guidobaldo fa riferimento nella sua esposizione al caso particolare del poligono rappresentato in figura, un esagono. Egli, infatti, non dispone di una notazione, come quella che per semplicità abbiamo introdotto, che permetta di trattare il caso generale, cosicché deve proporre una trattazione universalmente vera esponendola attraverso un caso che è al tempo stesso particolare ed universale. Così, ad esempio, egli non parla di $2n\frac{\pi}{2}$ ma di dodici angoli retti e così via.

Nella seconda proposizione Guidobaldo confronta l'angolo di un poligono regolare inscritto in un cerchio con l'angolo retto. Il teorema può essere così riassunto:

Se $\alpha_n < \frac{\pi}{2}$	allora	$\frac{\pi}{2} - \alpha_n = \gamma_n - \frac{\pi}{2}$
Se $\alpha_n = \frac{\pi}{2}$	allora	$\alpha_n = \gamma_n$
Se $\alpha_n > \frac{\pi}{2}$	allora	$\alpha_n - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - \gamma_n$

Mentre l'ultima distinzione considerata nel teorema comprende un numero infinito di casi, le prime due si dimostrano considerando separatamente prima il caso del triangolo, unico poligono a verificare la prima ipotesi, e quindi quello del quadrato che soddisfa la seconda. Tutti gli altri poligoni rientrano nel terzo caso. Guidobaldo non esplicita tutto questo, ma direttamente affronta le dimostrazioni relative al triangolo e al quadrato e, quindi, il terzo caso che non può che essere generale. Tale prova si basa sull'uguaglianza tra l'angolo al centro e l'angolo esterno appena dimostrata[36].

Tutta questa trattazione permette di concludere che dati due poligoni regolari con lo stesso numero di lati essi hanno uguale angolo al centro. A partire da questo teorema, inoltre, è possibile trovare l'angolo al centro di un poligono regolare se ne conosce l'angolo alla circonferenza. Con questa applicazione, infatti, si chiude la trattazione guidobaldiana dell'argomento.

[36] $\epsilon_n + \alpha_n = 2\frac{\pi}{2}$. Essendo $\gamma_n = \epsilon_n$ ne segue $\gamma_n + \alpha_n = 2\frac{\pi}{2}$ e quindi $\frac{\pi}{2} - \alpha_n = \gamma_n - \frac{\pi}{2}$.

6.7 Conclusioni

Non è semplice tirare le fila di questa esposizione circa le pagine di geometria nelle *Meditatiunculae*, né siamo certi di avere presentato tutti i problemi che Guidobaldo propone: talvolta si tratta di semplici applicazioni delle proposizioni dei primi libri di Euclide, di brevi appunti probabilmente presi più per sé che con l'intento di pubblicare o inserire in un'opera sistematica. Presentarli tutti avrebbe significato riproporre un nuovo indice, un semplice elenco e niente di più. Per questo abbiamo focalizzato la nostra attenzione sulle parti più interessanti, su cui Guidobaldo si sofferma più a lungo. Ciò che emerge è la conoscenza delle principali opere della geometria greca tradotte in latino e pubblicate, in maggioranza, nella seconda metà del '500. Così i teoremi e i problemi che propone trovano il loro fondamento nei teoremi delle *Coniche* di Apollonio, sulle opere di Archimede, in particolare le *Spirali*, *La sfera e il cilindro*, i *Conoidi e sferoidi*, sulle *Mathematicae collectiones* di Pappo, sui *dei triangoli* di Regiomontano oltre naturalmente che sugli *Elementi* di Euclide. Il riferimento ad esse è costante e da esse nascono e si sviluppano i problemi o i teoremi che Guidobaldo inserisce nei suoi appunti.

Capitolo 7

Suggestioni galileiane nelle *Meditatiunculae*

7.1 Introduzione

Concludiamo la presentazione del contenuto delle *Meditatiunculae* soffermandoci su un gruppo di carte che hanno la caratteristica comune di presentare temi ed argomentazioni simili a quelle individuabili in, più famose, pagine galileiane.

L'amicizia tra Galileo e Guidobaldo è nota: la corrispondenza pervenutaci testimonia di uno scambio intellettuale che a partire dal 1587, anno in cui Galileo scrisse a Guidobaldo sottoponendogli alcuni suoi lavori sui centri di gravità, si protrae e si approfondisce nel tempo. Basta pensare alle lettere citate nel primo capitolo per rendersi conto dell'esistenza di un confronto intellettuale supportato dalla comunanza degli interessi scientifici, oltre che dalla stima reciproca. Non può sorprendere, quindi, che alcune delle riflessioni che Guidobaldo raccoglie nei suoi appunti risentano dello scambio intellettuale sopra descritto. Ciò che emerge, tuttavia, è che il rapporto che si configura, in un primo momento, come quello tra allievo e maestro, con Galileo che chiede il parere di Guidobaldo circa il proprio lavoro, ricevendone l'incoraggiamento, sembra trasformarsi in una sorta di comunicazione di idee, quasi di una collaborazione, in cui i ruoli di allievo e maestro spariscono.

Nei precedenti capitoli abbiamo avuto modo di accennare alla presenza nelle *Meditatiunculae* di pagine vicine ad alcuni passi galileiani. In particolare, alla fine del terzo capitolo, abbiamo sottolineato la somiglianza tra alcune pagine delle *Meditatiunculae*, relative alla soluzione del problema della corona con l'uso di una bilancia, e la *Bilancetta* di Galileo. In questo capitolo ci proponiamo di presentare le altre pagine del manoscritto che, a nostro avviso, potrebbero risentire del rapporto che legò Galileo e Guidobaldo. Riporteremo, quindi, i testi guidobaldiani accanto alle pagine galileiane che ci sembrano contenere osservazioni simili a quelle delle *Meditatiunculae.*

Le pagine delle *Meditatiunculae* di cui stiamo parlando si trovano raggruppate nelle carte 229–237. Il fatto che si trovino così vicine l'una all'altra può farci riflettere circa il fatto che, pur nella diversità dei temi trattati, esse possono avere una radice comune. Alcune di esse sono già state pubblicate, ma altre, tra le quali quella sulla bilancia idrostatica già descritta, sembrano fino ad ora essere sfuggite all'attenzione degli studiosi.

7.2 Le riflessioni sull'infinito

La prima delle pagine galileiane nelle *Meditatiunculae*, pagina 129, contiene alcune riflessione sull'infinito, in particolare sulla infinità dei punti di una retta e, nella seconda parte, sulla impossibilità di confrontare gli infiniti come normalmente si fa con le grandezze finite. La pagina si apre con la dimostrazione della "infinita infinità" dei punti di una qualunque retta che può essere divisa da infiniti punti tra i quali si troveranno altri infiniti punti. Il testo di questa prima parte è il seguente:

> *In linea esse puncta actu infinita sic probatur.*
>
> Linea in infinitum dividi potest, ergo in ipsa sunt puncta infnita. Probatur consequentia quia divisio in linea fit in punctis. Quod si linea non haberet puncta actu infinita in ipsa non posset fieri divisio in infinitum.
> Neque obstat, quia divisio non fit tota simul, ergo neque puncta sunt infinita actu. Quia quoniam divisio fieri potest in infinitum, idcirco oportet, qui semper in linea reperiatur aliud, atque aliud,

> atque aliud punctum, in quo fieri possit divisio. Ergo puncta infinita. Vero autem infinitum non fiat totum simul, pervenit ex ipsa divisione infinita, et non ex punctis in linea existentibus. Si enim divisio debet esse infinita non potest absolvi aliter enim esset terminata, et non infinita, ut in successivis patet.
> Praeterea in qualibet linea, puncta sunt infiities infinita. Omnis enim linea dividi potest in infinita puncta, inter quae sunt similiter puncta infinita. Ergo, et caetera.
> Immo propter hoc in qualibet linea sunt puncta infinities infinita, inter quae sunt puncta infinities infinita, et iterum, et sic semper in infinitum.

Nella seconda parte della pagina un breve paragrafo, titolato *de infinito*, riprende la discussione, riflettendo sulla possibilità di poter confrontare gli infiniti. Con un paradosso viene dimostrato come le categorie di confronto utilizzate per gli insiemi finiti non possono essere utilizzate per gli infiniti. Se confrontiamo l'insieme dei numeri quadrati con quello di tutti i numeri, siamo portati a dire che l'insieme di tutti i numeri è più grande dell'insieme dei quadrati, giacché ci sono numeri che non sono quadrati. D'altra parte, se pensiamo che ogni numero ha un quadrato, siamo portati a concludere che tanti sono i numeri quadrati quanti i numeri. Arriviamo quindi ad una contraddizione, dal momento che avevamo precedentemente affermato che i numeri fossero più dei quadrati. Non resta che concludere che non è possibilire confrontare gli infiniti come siamo abituati a fare con le grandezze finite. Il testo è il seguente:

> *Infinitum cum infinito comparari non potest, ut alterum altero sit aequale, vel inaequale, ut per maius et minus, et aequale determinari possint.*
>
> Hoc primum patet ex iis, quae dicta sunt de lineis.
> Praeterea numeri quadrati sunt infiniti, sed plures sunt numeri non quadrati, quam quadrati. Ergo quadrati sunt minores aliis numeris. Et per consequens, numeri omnes sunt quadratis numeris maiores.
> At vero omnis numerus est radix, et omis radix habet quadratum, ergo tot sunt numeri quot sunt quadrati numeri. Patet

> igitur quod oppositum fuerat. Cum probatum sit quadrata, et minora, et aequalia esse aliis numeris et ipsismet quadratis Omnes vero numeri, et maiores, et aequales ipsis quadratis. Quae sunt absurda, et esse non possunt.
> Ex his patet infinitum non esse proprie sub genere quantitatis

Questa pagina ricorda alcuni passi della prima giornata dei *Discorsi* in cui anche Galileo propone uno scambio di battute tra i protagonisti della sua opera relativamente al tema dell'infinito, esponendo lo stesso esempio dei numeri e dei numeri quadrati descritto da Guidobaldo nelle *Meditatiunculae*. Le parti dei *Discorsi* cui ci stiamo riferendo sono le eguenti:

> *SIMP.* Qui nasce il dubbio che mi sembra, che mi pare insolubile: ed è, che sendo noi sicuri trovarsi linee una maggior dell'altra, tutta vola che amendue contenghino punti infiniti, bisogna confessare trovarsi nel medesimo genere una cosa maggiore dell'infinito, perché la infinità de i punti della linea maggiore eccederà l'infinità de i punti della minore. Ora questo darsi un infinito maggior dell'infinito mi par concetto da non poter esser capito in verun modo.
>
> *SALV.* Queste son di quelle difficoltà che derivano dal discorrer che noi facciamo col nostro intelletto finito intorno a gl'infiniti, dandogli quegli attributi che noi diamo alle cose finite e terminate; il che penso che sia inconveniente, perché stimo che questi attributi di maggioranza, minorità ed egualità non convenghino a gl'infiniti, de i quali non si può dire, uno esser maggiore o minore o eguale all'altro. Per prova di che già mi sovvenne un sì fatto discorso, il qual per più chiara esplicazione proporrò per interrogazioni al Sig. Simplicio, che ha mossa la difficoltà.
> Io suppongo che voi benissimo sappiate quali sono i numeri quadrati, e quali i non quadrati.
>
> *SIMP.* So benissimo che il numero quadrato è quello che nasce dalla moltiplicazione d'un altro numero in sé medesimo: e così il quattro, il nove, etc., son numeri quadrati nascendo quello dal dua, e questo dal tre, in sé medesimi moltiplicati.

SALV. Benissimo: e sapete ancora, che ì come i prodotti si dimandano quadrati, i producenti, cioè quelli che si multiplicano, si chiamano lati o radici; gli altri poi, che non nasconon da numeri multiplicati in se stessi, non sono altrimenti quadrati. Onde se io dirò, i numeri tutti, comprendendo i quadrati e i non quadrati, esser più che i quadrati soli, dirò proposizione verissima: non è così?

SIMP. Non si può dir altrimenti.

SALV. Interrogando io di poi, quanti siano i numeri quadrati, si può con verità rispondere, loro esser tanti quante sono le proprie radici, avvenga che ogni quadrato ha la sua radice, ogni radice il suo quadrato, né quadrato alcuno ha più d'una sola radice, né radice alcuna più d'un quadrato solo.

SIMP. Così sta.

SALV. Ma se io domanderò, quante siano le radici, non si può negare che elle siano quante tutti i numeri, poiché non vi è numero alcuno che non sia radice di qualche quadrato; e stante questo, converrà dire che i numeri quadrati siano quanti tutti i numeri, poiché tanti sono quante le lor radici, e radici son tutti i numeri: e pur da principio dicemmo, tutti i numeri esser assai più che tutti i quadrati, essendo la maggior parte non quadrati. E pur tuttavia si va la moltitudine de i quadrati sempre con maggior proporzione diminuendo, quanto a maggior numeri si trapassa; perch 'e sino a cento vi sono dieci quadrati, che è quanto a dire la decima parte esser quadrati; in dieci mila solo la centesima parte son quadrati, in un millione solo la millesima: e pur nel numero infinito, se concepir lo potessimo, bisognerebbe dire, tanti essere i quadrati quanti tutti i numeri insieme.

SAGR. Che dunque si ha da determinare in questa occasione?

SALV. Io non veggo che ad altra decisione si possa venire, che a dire, infiniti essere tutti i numeri, infiniti i quadrati, infinite le loro radici, né la moltitudine de' quadrati esser minore di quella di tutti li numeri, né questa maggior di quella, ed in

> ultima conclusione, gli attributi di eguale maggiore e minore non aver luogo ne gl'infniti, ma solo nelle quantità terminate. E però quando il Sign. Simplicio mi propone più linee diseguali, più punti che delle minori, io gli rispondo che non ve ne sono né più né manco né altrettanti, ma in ciascheduna infiniti: o veramente se io gli rispondessi, i punti dell'una esser quanti sono i numeri quadrati, in un'altra maggiore quanti tutti i numeri, in quella piccolina quanti sono i numeri cubi, non potrei io avergli dato soddisfazione col porne più in una che nell'altra, e pure in ciascheduna infiniti? E questo è quanto alla prima difficoltà[1]

Proseguendo nella lettura troviamo alcune considerazioni anche relativamente alla possibilità di dividere la retta nelle sue parti indivisibili:

> *SALV.* [...] passo ora ad un'altra considerazione, ed è che stante che la linea ed ogni continuo sian divisibili non veggo come si possa sfuggire, la composizione essere di infiniti divisibili, perché una divisione e subdivisione che si possa proseguir perpetuamente, suppone che le parti siano infinite, perché altramente la subdivisione sarebbe terminabile; e l'esser le parti infinte si tira in consequenza l'esser non quante, perché quanti infiniti fanno un'estensione infinita: e così abbiamo il continuo composto d'infiniti indivisibili[2].

ed ancora più avanti:

> *SALV.* Qui voglio dirvi una cosa che forse vi farà maravigliare, in proposito del volere o poter risolvere la linea ne'suoi infiniti tenendo quell'ordine che altri tiene nel dividerla in quaranta, sessanta o cento parti, cioè con l'andarla dividendo in due e poi in quattro etc.: col qual ordine chi credesse di trovare i suoi infiniti punti, s'ingannerebbe indigrosso, perché con tal progresso né men alla division di tutte le parti quante si perverrebbe in eterno; [...][3]

[1]Cfr. [42], Vol. VIII, p. 77–79.
[2]Cfr. [42], Vol. VIII, p. 80.
[3]Cfr. [42], Vol. VIII, p. 82.

Leggendo i due testi credo non possa non colpire la somiglianza tra le argomentazioni addotte da Galileo attraverso il dialogo tra Salviati e Simplicio e quelle proposte da Guidobaldo, pur nella diversità dello stile espositivo.

7.3 Il suono di due corde

Proseguendo nell'analisi del gruppo di pagine che abbiamo segnalato troviamo qualche altro spunto di riflessione, oltre che nelle pagine 232–234 già analizzate nel terzo capitolo, nella pagina 235[4] in cui Guidobaldo si occupa del suono prodotto da una corda. In particolare egli spiega il motivo per cui una corda più sottile produce un suono più acuto rispetto ad una corda più grossa ugualmente tesa. La spiegazione consiste nel fatto che la corda più leggera, se pizzicata, riceve un movimento più veloce e produce quindi un suono più acuto. Questo è il motivo per cui se due corde sono accordate suonano bene insieme, perché hanno lo stesso movimento; se una si scorda, invece, esse si urtano una con l'altra, poiché il moto di una risulta essere più veloce.

Nella seconda parte della pagina Guidobaldo propone il tema della corde tese all'unisono: se abbiamo due strumenti vicini e si pizzica una corda di uno strumento, la corda del secondo strumento in unisono con la prima inizierà a vibrare, mentre le altre non si muoveranno. Solo quella tesa all'unisono, infatti, riceve il movimento dalla corda pizzicata.

Il testo della pagina è il seguente:

> Le corde tirate egualmente, quella che è più leggiera fa il suono più acuto essendo lunga egualmente, come per esperienza si prova con una corda di ottone, o acciaio, et una di leuto alle quali se gli pò attaccar due pesi eguali, essendo gl'intervalli eguali, se quella di leuto sarà più leggiera, ancorché più grossa dell'altra, farà il suono più acuto. La ragione è che percotendole tutte due, quella più leggiera riceve il moto più veloce nell'andar e tornar che fa la corda e però fa il suono più acuto. E di qui è, che

[4]Tale carta è stata pubblicata da Libri e da Gamba e Montebelli. Cfr. [25], tomo IV, p. 369–398 e [62], p. 182–184.

> due corde in unisono, sonano bene insieme, e non si percoteno tra loro, mentre sonano. Che nasce, per che hanno il medesimo moto nell'andar e tornar, che se se ne scorda, e muove una, non sonano bene insieme, ma si percoteno, et urtano insieme l'una con l'altra, perché il moto dell'una non è come il moto dell'altra, che per essere un moto più veloce dell'altro è causa, che si urtano, come si sente per esperienza con due corde di leuto vicine. Di qui ancora si pò render ragione per che causa, se saranno due instrumenti vicini, che habbiano più corde, e posta una paglia sopra le corde di uno, e con l'altro si tocchi una corda, si sente, che quella corda dell'altro instrumento che sarà unisono con quella che si tocca suona ancor lei, e le altre non suonano. E questo potrebbe nascer da questo, che l'aere della corda che è sonata per la sua agitazione ne muove tutte le altre corde, ma perché quelle che non sono in unisono non possono ricevere il medesimo moto di quella che è sonata, e quella che è in unisono lo pò ricevere, però ancor'ella suona, e le altre non sonano. La paglia poi, che se gli mette sopra fa, che movendosi la corda, urta nella paglia spesso e si sente il suono, favorisce questa ragione, che bisogna, che gl'instrumenti siano fra loro vicini, che come sono lontani, non segue l'effetto.

Anche in questo caso possiamo individuare argomentazioni simili in una pagina della prima giornata dei *Discorsi*:

> *SALV.* Esempio che dichiara 'l mio intento di non meno acconciamente di quel che questa mia premessa si accomodi a render la ragione del meraviglioso problema della corda della cetera o cimbalo, che muove e fa realmente sonare quella non solo che all'unisono gli è concorde, ma anche all'ottava e alla quinta. Toccata, la corda comincia e continua le sue fibrazioni per tutto 'l tempo che si sente durar la risonanza: queste vibrazioni fanno vibrare e tremare l'aria che gli è appresso, i cui tremori e increspamenti si distendono per grande spazio e vanno a urtare in tutte le corde del medesimo strumento, ed anco li altri vicini: la corda che è tesa all'unisono con la tocca, essendo disposta a

> far le sue vibrazioni sotto 'l medesimo tempo comincia al pirmo impulso a muoversi un poco; e sopraggiungendogli il secondo, il-terzo, il ventesimo e più altri, e tutti negli aggiustati e periodici tempi, riceve finalmente il medesimo tremore che la prima tocca, e si vede chiarissimamente andar dilatando le sue vibrazioni giusto allo spazio della sua motrice. Quest'ondeggiamento che si va distendendo per l'aria, muove e fa vibrar non solamente le corde, ma qualsivoglia altro corpo disposto a tremare e vibrarsi sotto quel tempo della tremante corda; sì che se si ficcheranno nelle sponde dello strumento diversi pezzetti di setole e di altre materie flessibili, si vedrà, nel sonare il cimbalo, tremare or questo or quel corpuscolo, secondo che verrà toccata quella corda le cui vibrazioni van sotto 'l medesimo tempo: gli altri non si muoveranno al suono di questa corda, né quello tremerà al suono d'altra corda[5].

Naturalmente, nei *Discorsi* la trattazione dell'argomento presenta uno sviluppo ben più ampio e Galileo potrà precisare, da un punto di vista matematico, il rapporto tra l'altezza del suono e la grossezza e il peso della corda. Tuttavia, ci sono elementi simili nelle due pagine, l'idea di porre un corpuscolo o una pagliuzza sulla corda per osservare la vibrazione, ad esempio, che contrariamente a quanto è avvenuto per la pagina delle *Meditatiunculae* relativa all'infinito, non sono sfuggiti agli studiosi. Proprio per la vicinanza a temi galileiani la pagina sulle corde è una delle pochissime pagine del manoscritto fino ad ora pubblicate.

7.4 Il moto dei proietti

La pagina più famosa delle *Meditatiunculae*, pubblicata per la prima volta da Libri[6], è la 236. In essa Guidobaldo si interroga circa la traiettoria percorsa da un grave tirato con un qualsiasi strumento. Inizialmente tale traiettoria viene paragonata alla curva rovesciata che forma una corda non tesa, o meglio una catena. Nella seconda parte, poi, Guidobaldo descrive una

[5] Cfr. [42], Vol. VIII, p. 141–142.

[6] Cfr. [25], tomo IV, p. 369–398.

possibile *esperienza* che può mostrare quanto appena affermata: si prenda una palla intinta nell'inchiostro e si tiri su un piano quasi perpendicolare rispetto all'orizzonte: la palla muovendosi descriverà sulla tavola alcuni punti dai quali si vede qual è la curva descritta dalla palla in movimento. Il testo è il seguente:

> Se si tira una palla, o con una balestra, o con artiglieria, o con la mano o con altro instrumento, sopra la linea dell'horizonte, il medesimo viaggio fa nel callar che nel montar, e la figura è quella, che rivoltata sotto la linea horizontale fa una corda, che non stia tirata, essendo l'un e l'altro composto di naturale, e di violento, et è una linea in vista simile alla parabola, et hyperbole [Disegno]. E questo si vede meglio con una catena, che con una corda per che la corda *abc* [Disegno] quando *ac* sono vicini la parte *b* non si accosta come doverebbe, percioché la corda resta in se dura. Che non fa così una catena, o catenina. La esperienza di questo moto si pò far pigliando una palla tinta d'inchiostro, e tirandola sopra un piano di una tavola, il qual stia quasi perpendicolare all'horizonte, che se ben la palla va saltando, va però facendo li punti, dalli quali si vede chiaro, che sicome ella ascende, così anco descende, et è così ragionevole, perché la violentia che ella ha acquistata nell'andar in su, fa che nel callar vadi medesimamente superando il moto naturale nel venire in giù. Che la violentia che superò da *b* al *c* conservandosi fa che dal *c* al *d* sia eguale a *cb*, e descendendo di mano in mano perdendosi la violentia fa che dal *d* al *e* sia eguale a *ba*. Essendo che non vi è ragione, che dal *c* verso *de* mostri, che si perda a fatto la violentia, che se ben va continuamente perdendo verso *e*, nondimeno sempre se ne resta, che è causa, che verso *e* il peso non va mai per linea retta.

Anche in questo caso è una pagina dei *Discorsi*, in particolare della seconda giornata, che riporta alcuni passaggi molto simili alla descrizione dll'esperienza presentata da Guidobaldo. Salviati riferensosi alle parabole afferma:

> Modi di disegnar tali linee ce ne son molti, ma due sopra tutti

> gli altri speditissimi glie ne dirò io: uno de i qualli è veramente meraviglioso, poiché con esso, in manco tempo che col compasso altri disegnerà sottilmente sopra una carta quattro o sei cerchi di diffrenti grandezze, io posso disegnare trenta o quaranta linee paraboliche, non men giuste sottili e pulite delle circonferenze di essi cerchi. Io ho una palla di bronzo esquisitamente rotonda, non più grande di una noce; questa, tirata sopra uno specchio di metallo, tenuto non eretto all'otizzonte, ma alquanto inclinato, sì che la palla nel moto vi possa camminar sopra, calcandolo leggiermente nel muoversi, lascia una linea parabolica sottilissimamente e pulitissimamente descritta, e più larga e più stretta secondo che la proiezione sarà più o meno elevata. Dove anco abbiamo chiara e sensata esperienza, il moto de i proietti farsi per linee paraboliche: effetto non osservato prima che dal nostro amico, il quale ne arreca anco la dimostrazione nel suo libro sul moto. [...] L'altro modo per disegnar la linea, che cerchiamo , sopra il prisma procede così. Fermisi ad alto due chiodi in una parete, equidistanti all'orizzonte e tra loro lontani il doppio della larghezza del rettangolo su 'l quale vogliamo notare la semibarabola, e da questi due chiodi penda una catenella sottile, e tanto lunga che la sua sacca si stenda quanta è la lunghezza del prisma: questa catenella si piega in figura parabolica, sì che andando punteggiando sopra 'l muro muro la strada che vi fa essa catenella, aremo descritta un'intera parabola, la qual con un perpendicolo, che penda dal mezzo di quei chiodi, si dividerà in parti eguali[7].

Anche in questo caso in questo caso non passa inosservata la somiglianza tra i due testi considerati pur nel diverso contesto in cui sono inseriti: Guidobaldo si propone di individuare la curva descritta da un proietto; Galileo vuole indicare un metodo veloce ed efficace per disegnare una parabola, ma osserva che questa è una *chiara e sensata esperienza* che mostra che il moto dei proiettili avviene lungo curve paraboliche.

[7]Cfr. [42], Vol. VIII, p. 185–186.

Questa pagina delle *Meditatiunculae* è stata citata anche in un recente studio di Renn, Damerow e Rieger[8] in cui gli autori ipotizzano che Galileo e Guidobaldo abbiano effettuato insieme l'esperimento descritto da entrambi, in maniera così simile nei loro lavori. Basandosi inoltre su uno dei pensieri di Paolo Sarpi, datato 1592, in cui viene descritta in maniera molto simile a quanto avviene nelle *Meditatiunculae* l'idea circa la forma "parabolica" della curva percorsa dal proietto, gli autori di questo lavoro datano l'esperimento, e presumibilmente anche la pagina delle *Meditatiunculae*, in un periodo prossimo al 1592.

Vorremmo osservare che la carta 236 delle *Meditatiunculae* contiene un ulteriore breve appunto, di poche righe, che rimanda ad un'altra pagina della seconda giornata dei *Discorsi*: in essa Guidobaldo sostiene che la capacità di una corda di sostenere un peso non dipende dalla lunghezza. Egli afferma:

> È ben vero che nella longa, prima per la sua gravità, poi perché nella lunga ci possono esser molte parti deboli, pò essere che ella si tronchi più facilmente e da minor peso. Ma se dove ella si stronca per la sua distrattione, la corda fusse sostenuta poco di sopra, e poco di sotto fusse stato il peso senza dubbio ella medesimamente si sarebbe stroncata, perché si sarebbe nel medesimo modo distratta.

Nei *Discorsi* leggiamo:

> *SALV.* Dubito, Sig. Simplicio, che in questo punto voi, con molti altri, v'inganniate, se però ho ben compreso il vostro concetto, sì che voi vogliate dire che una corda lunga, v. g., quaranta braccia non possa sostenere tanto peso, quanto se fusse un braccio o due della medesima corda.
>
> *SIMP.* Cotesto ho voluto dire, e sin qui mi par proposizione assai probabile.
>
> *SALV.* Ma io l'ho per falsa, non che per improbabile; e credo di potervi assai agevolmente cavar d'errore. Però ponghiamo questa corda AB, fermata sopra del capo A, e dall'altro sia il peso

[8]J. Renn, P. Damerow, S. Rieger, *Hunting the White Elephant: When and How did Galileo Discover the Law of Fall?*, in "Science in Context 13, 3–4 (2000), p. 299–419.

C, dalla cui forza debba essa corda essere rotta: assegnatemi voi, Sig. Simplicio, il luogo particolare dove debba seguir la rottura.

SIMP. Sia nel luogo D-

SALV. Vi domando qual sia la cagione dello strapparsi in D.

SIMP. È la causa di ciò, perché la corda in quella parte non era potente a reggere, v. g., cento libbre di peso, quanto è la parte DB con la pietra C.

SALV. Adunque, tutta volta che tal corda nella parte D venisse violentata dalle medesime cento libbre di peso, ella lì si strapperebbe.

SIMP. Così credo.

SALV. Ma ditemi ora: chi attaccasse il medesimo peso non al fine della corda B, ma vicino al punto D, come sarebbe in E, o vero legasse la corda non nella altezza A, ma più vicina e sopra al punto medesimo D, come sarebbe in F, ditemi, dico, se il punto D sentirebbe il medesimo peso delle cento libbre.

SIMP. Sentirebbelo, accompando però il pezzo di corda EB con la pietra C.

SALV. Se dunque la corda nel punto D vien tirata dalle medesime cento libbre di peso, si romperà, per la vostra concessione: e pure la FE è un piccolo pezzo della lunga AB; come dunque volete più dire che la corda lunga sia più debole della corta? Contentatevi dunque d'esser cavato d'un errore nel quale avete auto molti compagni, et anco per latro molto intelligenti, e seguitiamo innanzi.

Ci sembra che la coincidenza in così poche pagine di argomentazioni simili, talvolta identiche, ad osservazioni riscontrabili nelle opere galileiane non possa che portarci a conludere ipotizzando la possibilità che esse siano state scritte in un momento in cui il un rapporto tra i due scienziati divenne più stretto: in questa prospettiva l'ipotesi sopra descritta di un possibile incontro tra i due sembra tutt'altro che remota.

Non era nostro intento presentare qui un'analisi approfondita dei passi sopra citati: ci premeva mostrare queste pagine, per le quali le *Meditatiunculae* sono note ai più. Vorremmo osservare, tuttavia, che per quanto interessanti, esse non rappresentano che una minima parte di un manoscritto vasto, in cui l'autore tocca i temi più vari, passando con disinvoltura da una disciplina all'altra, da un linguaggio all'altro. Non crediamo sia giusto estrapolare queste poche pagine dal contesto in cui esse sono inserite, dal "quaderno di appunti" di cui fanno parte, dallo studio del quale emerge la figura di uno scienziato che mostra una conoscenza profonda della scienza del suo tempo, di padroneggiare le principali opere della tradizione scientifico–matematica dalle quali, principalmente, trae la sua ispirazione.

Capitolo 8

Conclusioni

L'analisi delle *Meditatiunculae* esposta nei precedenti capitoli ci permette ora di delineare alcune risposte alle domande che ci eravamo posti relativamente alla genesi del manoscritto ed al significato che esso ebbe per il suo autore.

Tra gli elementi emersi vorremmo sottolineare l'importanza di aver potuto stabilire un arco temporale relativamente limitato per la stesura del materiale del manoscritto, che sarebbe stato redatto tra il 1587 e il 1592, come abbiamo mostrato in dettaglio nel primo capitolo.

Lo studio del contenuto ci ha permesso, inoltre, di approfondire l'impressione iniziale circa la natura miscellanea e composita del manoscritto, una sorta di zibaldone in cui Guidobaldo andava via via annotando osservazioni e commenti che potevano scaturire dalla lettura di un testo di altri autori, così come dalla riflessione sulle sue stesse opere. Pur trattandosi di un materiale eterogeneo nella forma e nel contenuto, esso trova una propria unità nella volontà dello stesso Guidobaldo di legare le pagine una all'altra, non solo attraverso una numerazione progressiva comune a tutto il manoscritto, ma anche attraverso una serie di rinvii che collegano le varie parti inserendole così in un contesto unitario. Alla base di tale unità troviamo la varietà degli interessi scientifici che Guidobaldo coltivò e che si riflettono non solo nelle carte private delle *Meditatiunculae*, ma anche nelle opere edite che tramandano il maturo compimento della produzione scientifica di Guidobaldo. Dalla lettura delle *Meditatiunculae* emerge, infatti, l'immagine di uno studioso curioso verso i problemi della scienza del suo tempo, interessa-to alla lettura delle opere dei suoi contemporanei, talvolta critico anche nei confronti del suo stesso lavoro sul quale in alcuni casi ritorna presentando aperture verso prospettive diverse. Non sono rari, infatti, i casi in cui Guidobaldo affronta in forma manoscritta temi già trattati in maniera ampia in opere edite, quasi a voler ulteriormente chiarire concetti o problemi che gli appaiono particolarmente importanti.

Talvolta è proprio a partire da testi già pubblicati che la riflessione di Guidobaldo si sviluppa per riaprire tematiche che evidentemente contenenvano ulteriori spunti di approfondimento. In questa prospettiva s'inquadrano le pagine del *De libra* in cui Guidobaldo ritorna su quanto aveva già sviluppato nel suo *Mechanicorum liber*, o le pagine che aprono la sezione relativa all'astronomia in cui Guidobaldo riprende quanto già inserito nella parte iniziale della sua *Planisphaeriorum univarsalium teorica*.

In altri casi le pagine manoscritte contengono una fase dell'elaborazione di una teoria che troverà solo in seguito una sistemazione compiuta e coerente. Ci riferiamo alle pagine di prospettiva e di astronomia, ma anche, in maniera diversa, ad alcune pagine di meccanica. Evidentemente gli appunti raccolti nelle *Meditatiunculae* vanno in alcuni casi ben al di là della semplice annotazione, ma custodiscono momenti importanti del processo di scoperta e di sistemazione di intere teorie.

Per noi l'interesse delle *Meditatiunculae* consiste nell'opportunità che esse ci offrono di individuare i problemi sui quali l'attenzione del loro autore si soffermò e di studiare le incertezze che caratterizzarono l'approfondirsi e l'evolversi delle sue elaborazioni. Questo ci sembra particolarmente importante in un periodo in cui l'acquisizione del patrimonio di conoscenze scientifiche, proveniente dal mondo greco e reso disponibile in forma latina, passava attraverso la comprensione di concetti tutt'altro che semplici da assimilare e inquadrare in un contesto teorico chiaro. Questo processo di assimilazione si accompagnava quindi al bisogno di chiarire il significato dei concetti alla base delle teorie che si andavano scoprendo e di esplicitare le proprietà degli oggetti che di questa teoria fanno parte. Non solo, ma tale comprensione implicava talvolta anche la fusione con una cultura scientifica diversa con cui era pur necessario confrontarsi. Ed ecco allora che Guidobaldo non solo si interroga circa la natura del centro di gravità, sul significato dell'equilibrio e sulle condizioni che lo rendono possibile, ma cerca anche di fondere, in qualche modo, la statica geometrica di Archimede con la fisica aristotelica, e, allo stesso modo, pensa alla teoria archimedea del galleggiamento quale ausilio per una descrizione del moto di un corpo in un mezzo liquido che resta all'interno del paradigma aristotelico.

Di questi tentativi le *Meditatiunculae* sono preziose custodi, così come mostrano l'acquisizione da parte del loro autore di una vasta conoscenza delle opere matematiche greche a partire da quelle geometriche per arrivare a quelle astronomiche. Se ci soffermiamo ad analizzare le opere che Guidobaldo richiama nel manoscritto troviamo citate quasi tutte le opere di Archimede, dalle *Spirali* all'*Equilibrio dei piani*, ai *Galleggianti*. Numerosi sono poi i rinvii alle *Coniche* di Apollonio, alle *Collezioni matematiche* di Pappo, ai libri di geometria sferica di Teodosio, all'*Analemma* di Tolomeo. Le conoscenze scientifiche di Guidobaldo che emergono dalla lettura delle *Meditatiunculae* non si limitano, tuttavia, alle sole opere classiche come confermano i numerosi rinvii ad a opere quasi contemporanee: troviamo infatti citazioni di opere di Regiomontano, Clavio, Benedetti, Barozzi, Commandino, Finé, Mordente, Piccolomini ed altri matematici del tempo, a conferma ulteriore della vasta cultura scientifica di Guidobaldo.

Un ultimo importante elemento che è emerso nel corso della tesi è la presenza nelle *Meditatiunculae* di passi molto simili a pagine appartenenti ad opere galileiane. Su tali parti del manoscritto ci siamo soffermati nel settimo capitolo in cui abbiamo avanzato l'ipotesi, suggerita proprio dalla vicinanza delle argomentazioni, di un possibile rapporto di collaborazione e di scambio scientifico tra Guidobaldo e Galileo che andasse al di là del rapporto tra protettore e discepolo. Vorremmo chiudere questa breve nota conclusiva indicando proprio nello studio di questo particolare aspetto un possibile sviluppo di questa ricerca che ha avuto fino ad ora lo scopo principale di rendere disponibile agli studiosi un testo ricco di suggestioni interessanti: per gli studiosi di Guidobaldo perché può aiutare a chiarire l'evoluzione del suo pensiero e la genesi di alcune sue opere; per gli studiosi del '500 perché indubbiamente raccoglie materiale attinenente a importanti problemi che accomunano la riflessione scientifica del periodo.

Parte III

Appendici

Appendice A

Indici delle *Meditatiunculae de rebus mathematicis*

A.1 Indice “carta per carta”

Pagine	Argomento	Lingua
1-5	Degl’horologgi	volgare
6	Problema proposto dal Conte Giulio da Thiene	latino
7-8	Dell’hyperbola	volgare
9-12	Del misurar	volgare
12	Misurar con lo squadro tagliato in otto parti	volgare
13-19	Degl’horologgi	volgare
20	In dato semicirculo quadratum describere	Latino
21	Super data recta linea triangulum aequicrure constituere, angulum ad verticem dato angulo aequalem habens.	latino
22	Problema geometrico: sint *ab cd* lineae aequidistantes et in *ab* duo quaevis puncta accipiantur *a b*, et inter *ab cd* accipiatur quodvis punctum *e*. Oportet circuli portionem describere, per tria puncta *a b e*, ita, tamen ut operatio semper fiat in plano per *ab cd* ducto, et semper inter lineas *ab cd*. Oportet autem lineas *ab cd*, tantum esse intersese distantes, ut portio circuli describenda intra ipsas cadat.	latino
23-26	De horologiorum descriptione	latino
27-28	Duobus datis solidis similibus parallelepipedis, duo media solida parallelepipeda in continua proportione invenire	latino
29	Duobus datis quadratis rectangulum ex diametris contentum, duplum simileque est ei, quod ex lateribus continetur	latino
30	De libra: libra horizonti aequidistans, spartum sursum, cum mota fuerit, in aequilibrium horizonti aequidistans redit. Si vero libra habet spartum deorsum, non redit in aequilibrium sed deorsum tendit.	latino

Pagine	Argomento	Lingua
31	Pondera aequalia in libra appensa eam in gravitate proportionem habene; quam distantiae, ex quibus appenduntur. Si vero libra *bac* secetur utcumque in *d*, et in *d c* appendantur pondera aequalia *e f*. Dico [simile] pondus *f* ad pondus *e* eam in gravitate proportionem habere, quam habet distantia *ca* ad distantiam *ad*.	latino
33	Sint lineae *ab cd*, quae ex parte *ac* concurrant. Oportet super *ab* et *cd* rectam lineam ducere quae angulos ex parte *ac* aequales efficiat et operatio fiat semper a punctis *a c* versus *bd*. Sint aequidistantes lineae *ab cd*, ductaque *bd* sit quoque data. Ducatur *ace*, quae productam lineam *bd* in *e* secet. Dico lineam *de* cognitam esse.	latino
34	Theorema ex Pappo suppositum: Sit *ab* recta linea transiens per centrum *c* circuli *aef*. In lineaque *fb* extra circulum summatur quodvis punctum *b*, a quo ducatur linea *be* circulum contingens in puncto *e*, a quo ipsi *ab* perpendicularis ducatur *eg*. Dico *ab* ad *bf* ita esse, ut *ag* ad *gf*.	latino
35	A Pappo suppositum proposto dal Commandino: Sit triangulum acutiangulum *abc*, et a puncto *a* ad *bc* perpendicularis ducatur *ad*, a puncto autem *b* ad *ac* rursus perpendicularis ducatur *be*, secans ad in *f*, et iuncta *cf* producatur ad *g*. Dico *cg* ad *ab* perpendicularem esse.	latino
36	In triangulo *abc* rectangulo ducatur *cd* perpendicularis ad *ab*, et perpendicularis a puncto *a* ad latus *bc* est ipsa *ac*, similiter a puncto *b* ad latus *ac* est ipsa *bc*, quae omnes perpendiculares in puncto *c* conveniunt, sicut in prima et secunda figura in unum ed eundem punctum conveniebant.	latino
37-38 (37 bis)	Problema a Commandino propositum ad Pappum pertinens: tribus datis circulis inaequalibus sese tangentibus circulum describere qui omnes contingat.	latino

Pagine	Argomento	Lingua
39-40	Sia un pezzo d'artiglieria, il qual si ha da tirar nel muro *hk* nel punto *e*.	volgare
41-42	Solidae magnitudines eiusdem speciei, et eiusdem figurae humido graviores, demissae in humidum, eodem tempore aequale spatium pertransibunt.	latino
43-44	mancano	—
45-46	Contra Orontii Finei libellum, de multangularum omnium et regularium figurarum descriptione	latino
47-50	Immaginis species in speculo recipitur in puncto	latino
51-52	Ut unica tantum altitudinis horizontalis observatione et in horizonte declinatione (quae omnium facillima est) in quo caeli situ, cometa, sidusve aliquod collocatum sit; inveniamus hoc modo assequemur	latino
53	Pappus in quarto Collectionum Mathematicarum per lineam quadrantem angulos incommensurabiles invenire docet. [..] Caeterum hoc per lineam spiralem hoc modo assequemur.	latino
54	Terram moveri hoc modo ostendetur	latino
55-56	In principio Questionum Mechanicarum infert Aristotelis maiores libras minoribus exactiores esse, quod ex iisdemmet verbis elicitur hoc prius demonstrato	latino
57, 57 bis, 58	Cochlea	volgare
59	Ruote	latino
60	Item de scytalis	latino
61	Ruote	latino
62-63	Proprietà della tangente ad una circonferenza ed ad un'ellisse dimostrata considerando nel primo caso la sfera di cui la circonferenza data è la circonferenza massima, nel secondo caso l'ellissoide di rotazione.	latino

Pagine	Argomento	Lingua
64	Potentiam invenire quae datam sphaeram subiectum planum horizonti inclinatum tangentem in dato puncto sustineat	latino
65-68	Quae in circulo rectas aequidistantes lineas coniungunt intersese sunt aequales	latino
68	Quae in circulo aequales rectas lineas coniungunt, intersese sunt, vel aequales, vel aequidistantes	latino
69-70	Poli altitudinem supra circulum maximum ad planum horizonti inclinatum invenire	latino
71	Communem sectionem coluri solstitiorum et cuiuscumque solis paralleli. Data solis maxima inclinatione cuiuscumque eclipticae puncti declinationem invenire.	latino
77	Si maximus circulus quempiam circulum ed rectos angulos secet communis sectio alii circuli diameter erit.	latino
79-81	Ad meridianos circulosque horarios deveniamus, et quod sint in astrolabo ostendamus. Nam eos nonnulli vocant circulos, alii lineas anomalas, quae neque sunt, neque [..] Nobis vero facile ostendere erit [..] ellipseos esse.	latino
82-85	Poli altitudinem absque solis observatione meridiana, ac sine cognitione Zodiaci gradus in quo sol reperitur	latino
86	Cognito gradu, in quo sol recipitur. Data poli altitudine. Qualibet die maximam solis declinationem invenire	latino
87	Idem invenire, absque solis observatione meridiana	latino
88	Stellarum fixarum ab aequinoctiali declinationem invenire	latino
89-92	Qualibet hora, lineam meridianam invenire	latino
92	Qualibet hora lineae positione datae aspectu invenire	latino

Pagine	Argomento	Lingua
93-95	Quomodo quandolibet altitudinem solis, nec non circumferentia in horizonte, quantum sol a meridiano sit distans inveniri possit.	
96-98	Lemma; cuiuscumque astri arcum quem supra horizontem, et sub horizontem describit, invenire.	latino
99-100	Stellarum ortus, occasusque amplitudinem inveni-re	latino
101-102	Cuiuscumque eclipticae puncti rectam invenire ascensionem	latino
103-104	Data in ecliptica cuiscumque stellae longitudine, et latitudine, rectam eius ascensionem invenire	latino
105-106	Aliter invenire quid in 101 propositum est	latino
107-108	Cuiuslibet rectae ascensioni arcum eclipticae coascendentem invenire	latino
109-111	Datae circuli portionis uno gradu minoris, minuta, secunda, tertia et caetera invenire	latino
112	Per far linee parallele	volgare
112	Quod propositum fuit pagina 45, 46 contra' Orontius ulterius hoc modo ostendemus	latino
113	Dato solido parallelepipedo, aequale ei cubum constituere	latino
114	Duobus datis cubis simul sumptis aequalem cubum constituere	latino
115	Datis duarum sphaerarum diametris, alteram sphaerae diametrum invenire, cuius sphaera datis sphaeris simul sumptis sit aequalis	latino
115/1-115/2	Dato prismati aequalem cubum constituere	latino
115/2-115/3	Datis duobus cubis, utrisque simul sumptis aequalem cubum constituere	latino
115/3-115/5	Dato cubo aequale prisma consituere dato prismati simile	latino
115/5-115/7	Duos cubos invenire in data proportione, qui simul sumpti aequales sint dato cubo.	latino
115/8	Figure rappresentanti le tre sezioni coniche con commenti illustranti le proprietà fondamentali	latino

Pagine	Argomento	Lingua
115/9	Solida rectilinea quae bases habent aequales, aequalemque altitudinem inter se sunt aequalia	latino
115/10	Sit solidum, cuius rectilinea basis sit a, altitudo autem k. Sitque cylindrus cuius basis sit circulus b, altitudoque k. Dico solidum cylindrum aequalem esse.	latino
115/11	Data sphaera, quis cubus sit ipsae aequalis determinare	latino
116	Figura per centrum gravitatis in duas partes secta non semper in partes dividitur aequales	latino
117	Sit linea ab ipsi *cd* perpendicularis, similiter da ipsi ca perpendicularis. Dico angulum bad angulo bca aequalem esse	latino
118	Parallelogrammum ita dividere, ut gnomon sit reliquo aequalis, hoc est, sit totius ipsius dimidium	latino
119-120	Per trovare com'Archimede ritrovò quant'oro, et argento era nella corona di Hierone re di Siracusa	volgare
121	Angulum contingentiae quantitatem non esse contra Peletarium sic ostendeteur	latino
122	Circulum invenire duobus inaequalibus datis aequalem	latino
123-125	Ultima propositio Federici Commandini de centro gravitatis solidorum, ut notavimus in ipso libro, falsa existit; ac ratione restitui poterit. Et haec demonstratio est Christophori Clavii e Sociatate Jesu.	latino
126	De usu astrolabii Ptolomei	latino
127-128	Ex horologio horizontali quodlibet verticale describere	latino
129-133	De horologiis italicis conficiendis absque divisione tropicorum	latino
134	Per far, che una cochlea da se alzi l'acqua da un fiume	volgare
135-136	Comodità e incomodità delle rote erette, et equidistanti all'horizonte, con le quali si moveno li pesi	volgare

Pagine	Argomento	Lingua
137	Duobus datis circulis inaequalibus alium invenire circulum cui una cum minore dato maiori dato sit aequalis	latino
138	Duabus datis lineis rectis alteram ita dividere ut ipsius partes cum altera data sint in continua proportione. Sint quotcumque magnitudines a b c, totidemque numero pares d e f, et in eadem proportione, nempe, ut a ad b, ita d ad e, et ut b ad c ita e ad f. Dico a ad omnes simul bc ita esse, ut d ad omnes simul e f.	latino
139-140	Coni frustum invenire dato cono aequale; cuius quidem frusti altera basis sit data, altitudoque sit aequalis altitudini dati coni	latino
141	Datis duobus circulis inaequalibus duos alios circulos invenire in continua sint proportione, atque tres simul omnes scilicet duo una cum minori dato maiori dato sint aequales.	latino
141-142	Duabus datis rectis lineis, alteram ita dividere, ut ipsius partes una cum altera data in continua sunt proportione	latino
143	Data recta linea utcumque divisa, alterum segmentum in duas partes ita dispescere, ut reliquum segmentum ad minorem partem sit, ut data linea ad maiorem partem.	latino
143	Data recta linea utcumque in partes inaequales secta; lineam invenire, quae ad minorem partem eandem habet proportionem, quam data cum inventa maiorem	latino
144	Si intra lineas parallelas duae ductae fuerunt lineae aequales, suos terminos in aprallelis possidentes, erunt intersese parallela. Oportet ut [?] tendant ad easdem partes (cancellato)	latino
144	Si duo triangula duo latera duobus lateribus habuerunt aequalia, unumque angulum uni angulo sibi respondentem aequalem, non autem eum, qui aequalibus continetur datis lineis, erit triangulum triangulo aequale, et latera angulisque unius lateribus angulisque alterius aequales erunt (cancellato)	latino

Pagine	Argomento	Lingua
145	Contra cap. II Jo. De Benedecti de Mechanicis	latino
146	Contra cap. 3 eiusdem	latino
147	Circa le machine ...	volgare
147	In circulo *bcd*, cuius centrum *a*. Sit brachium *ab*. Iam constat ex nostro Mechanicorum libro, tractatum de axe in peritrochio pondus *b* ad pondus *d*. Libra existente *bad* ita esse, ut *de* ad *eb*.	latino
148	Quotcumque datis circulis circulum invenire circumferentiam omnibus datis circulis circumferentiis simul sumptis aequalem habentem	latino
149-151	Error Francisci Barocii	latino
152	Sit ellipsis *abcd* cuius axes *ab dc*. [..] Dico ita esse rectangulum *nem* ad *npm*, ut *dec* rectangulum ad rectangulum *dlc*.	latino
153	De horologiis describendis	latino
155-158	Della prospettiva: 6 modi da tirar in perspettiva	volgare
159	Modo di mettere l'ombre in piano per tirarle in perspettiva	volgare
160–162	Immagine prospettica di un quadrilatero (proposizioni 1 e 2)	volgare
162–167	Rappresentazione prospettica di alcune figure solide (proposizioni 3–5)	volgare
168–169	Rappresentazione prospettica di figure nel caso in cui la sezione si trovi al di là dell'oggetto da rappresentare (prop. 6) o l'occhio sia posto al di sotto della linea di terra (prop. 7 e 8)	volgare
170–172	Rappresentazione prospettica su superficie curve, in aprticolari su superfici cilindriche (prop. 9–13)	volgare
173	L'immagine prospettica di rette parallele alla linea di terra è ancora una linea parallela alla linea di terra (prop. 14)	volgare
174	7° modo da tirare in perspettiva (prop. 15)	volgare
175–177	Applicazione del settimo modo alla risoluzione di alcni semplici problemi prospettici (prop. 16–17)	volgare
178	Rappresentazione prospettica di tre cerchi tra loro perpendicolari	volgare
179	Indicazioni utili per la riproduzioni di immagini complicate in cui si rende necessaria la determinazione di molti punti	volgare

Pagine	Argomento	Lingua
180	Motodo per iscrizioni su muro o su colonna	latino
181	Quadrilatera, quae duo latera sese tangentia duobus lateribus sese tangentibus aequalis habeant, et tre angulos tribus angulis aequales, qui lateribus adiacent aequalibus; erit reliquus angulus reliquo angulo aequalis, et reliqua latera reliquis lateribus aequalia	latino
181	Sit *ab* ad *ad*, ut *bc* ad *be*, sintque *bc de* parallelae. Iungatur *ce ea*. Dico *cea* rectam lineam esse.	latino
182	Cuiuslibet aequilatera figurae in circulo inscriptae angulus exterior aequalis est angulo ad centrum facto, basim figurae latus subtendenti.	latino
183	Si angulus cuiuslibet aequilaterae figurae in circulo descriptae minor fuerit angulo recto quantitate qua superatur ab angulo recto eadem et rectua angulus ab angulo ad centrum facto superabitur. Si vero sit recto aequalis, et angulus ad centrum recto erit aequalis. Quod si fuerit maior, quantitate, quàm superat angulum rectum; eadem, et rectus angulus angulum ad centrum factum superabit.	latino
184	Sit aequilatera figura in circulo inscripta *ag* quotcumque laterum, cuius angulus *abc* ad centrum vero sit angulus *adb*. Dico angulum *abc* eadem quantitate superare angulum rectum, qua rectus angulus superat *adb*.	latino
185-187	De horologiis, praecipue italicis describendis, absque divisione tropicorum et aequinoctialis.	latino
188	Rette parallele al piano prospettico hanno immagini parallele tra loro e alle rette date. (Prop. 1)	latino
189–190	Dato un piano prospettico verticale rette appartentei al piano di terra e non parallele alla linea di terra hanno immagini concorrenti in un unico punto posto alla stessa altezza dell'occhio sul piano di terra. (Prop. 2)	latino
191	Corollari alla proposizione 1.	latino

Pagine	Argomento	Lingua
192	Corollari alla proposizione 2.	latino
193–194	Rette appartenenti al piano di terra e ortogonali alla linea di terra hanno immagini concorrenti in un unico punto posto alla stessa altezza dell'occhio sul piano di terra. (Prop. 3)	latino
195	Corollario alla proposizione 3	latino
196	Data una linea e un punto fuori di essa tracciare una retta passante per il punto e che formi con la retta data un angolo dato. (prop. 4)	latino
197–198	Rette appartenenti al piano di terra e non parallele alla linea di terra hanno immagini concorrenti in un unico punto posto alla stessa altezza dell'occhio sul piano di terra. (Prop. 5)	latino
199	Dato un piano prospettico inclinato rispetto all'orizzonte trovare il punto di concorso di rette giacenti sul piano di terra e ortogonali. (Prop.6)	latino
200	In un piano prospettico esistono infiniti punti di concorso posti alla stessa altezza sul piano di terra. (Prop. 7)	latino
201	*Aliter* delle proposizioni 3 e 5.	latino
202	Rette verticali hanno immagini verticali su un piano prospettico verticale. (Prop. 8)	latino
203	Rette appartenenti a piani verticali e passanti per l'occhio hanno immagini verticali. (Prop. 9)	latino
203–204	Rette appartenenti a un piano passante per la linea di terra ed inclinato rispetto all'orizzonte hanno immagini concorrenti in un unico punto posto alla setssa altezza dell'occhio sul piano delle rette date. (Prop. 10)	latino
205	In un piano prospettivo esistono infiniti punti di concorso posti ad altezze diverse sul piano di terra. (Prop. 11)	latino
229	In linea esse puncta actu infinita sic probatur.	latino
229	De infinito	latino
230 ?	Oculo in superficie sphaerae dato a quo recta linea in centrum ducta sit plano per centrum ducto erecta, omnes circuli in sphaera in dicto plano circuli apparebunt	latino

231	Cylindri, quorum superficies sunt aequales, ita se habent, ut eorum altitudines permutatim	latino
232°	Gravitatum proportionem cuislibet gravis humido gravioris ad humidum libra notam reddere	latino
233-234°	Mixti proportionem invenire	latino
235°	Le corde tirate egualmente, quella che è più leggiera fa il suono più acuto	volgare
236°	Quando una caduta sarà alta 10, per dar acqua a un molino la canala vuol essere 15 [..]	volgare
236°	Se si tira una palla, o con una balestra [..] sopra la linea dell'horizonte, il medesimo viaggio fa nel callar che nel montar, e la figura è quella che rivoltata sotto la linea horizontale fa una corda, che non stia tirata, essendo l'un e l'altro composto di naturale, e di violento, et è in vista simile alla parabola, et hypebole.	volgare
236	Una corda che sostanta un peso, tanto sostien essendo corta quanto lunga	volgare
237	Sit *abc* triangulum obtusum habens angulum ad *b*. Dico fieri posse, ut a punctis *b c* latera duo erigantur, ut *bd cd*, ita ut sit maius *ba*, *cd* vero sit maius *ca*, angulus vero *bdc* maior angulo *bac*.	latino
243-245	Proposta di saper quati [stara] di grano sta in una fossa ...	volgare

A.2 Indice per argomenti

A.2.1 Orologi solari

Pag. 1-5	Degl'horologgi
Pag. 13-19	Degl'horologgi
Pag. 23-26	De horologiorum descriptione
Pag. 127-128	Ex horologio horizontali quodlibet verticale describere
Pag. 129-133	De horologiis italicis conficiendis absque divisione tropicorum
Pag. 153-154	De horologiis describendis
Pag. 185-187	De horologiis, praecipue italicis describendis, absque divisione tropicorum et aequinoctialis

A.2.2 Astronomia

Pag. 51-52	Ut unica tantum altitudinis horizontalis observatione et in horizonte declinatione (quae omnium facillima est) in quo caeli situ, cometa, sidusve aliquod collocatum sit; inveniamus hoc modo assequemur
Pag. 69-70	Poli altitudinem supra circulum maximum ad planum horizonti inclinatum invenire
Pag 71	Communem sectionem coluri solstitiorum et cuiuscumque solis paralleli. Data solis maxima inclinatione cuiuscumque eclipticae puncti declinationem invenire.
Pag 77	Si maximus circulus quempiam circulum ed rectos angulos secet communis sectio alii circuli diameter erit.
Pag 79-81	Ad meridianos circulosque horarios deveniamus, et quod sint in astrolabo ostendamus. Nam eos nonnulli vocant circulos, alii lineas anomalas, quae neque sunt, neque [..] Nobis vero facile ostendere erit [..] ellipseos esse.
Pag. 82-85	Poli altitudinem absque solis observatione meridiana, ac sine cognitione Zodiaci gradus in quo sol reperitur
Pag. 86	Cognito gradu, in quo sol recipitur. Data poli altitudine. Qualibet die maximam solis declinationem invenire
Pag. 87	Idem invenire, absque solis observatione meridiana
Pag. 88	Stellarum fixarum ab aequinoctiali declinationem invenire

Pag. 89-92	Qualibet hora, lineam meridianam invenire
Pag. 92	Qualibet hora lineae positione datae aspectu invenire
Pag. 93-95	Quomodo quandolibet altitudinem solis, nec non circumferentia in horizonte, quantum sol a meridiano sit distans inveniri possit.
Pag. 96-98	Lemma; cuiuscumque astri arcum quem supra horizontem, et sub horizontem describit, invenire.
Pag. 99-100	Stellarum ortus, occasusque amplitudinem invenire
Pag. 101-102	Cuiuscumque eclipticae puncti rectam invenire ascensionem
Pag. 103-104	Data in ecliptica cuiscumque stellae longitudine, et latitudine, rectam eius ascensionem invenire
Pag. 105-106	Aliter invenire quid in 101 propositum est
Pag. 107-108	Cuiuslibet rectae ascensioni arcum eclipticae coascendentem invenire
Pag. 109-111	Datae circuli portionis uno gradu minoris, minuta, secunda, tertia et caetera invenire

A.2.3 Geometria

Pag. 6	Problema proposto dal Conte Giulio da Thiene
Pag. 7	Dell'hyperbole
Pag. 20	In dato semicirculo quadratum describere
Pag. 21	Super data recta linea triangulum aequicrure constituere, angulum ad verticem dato angulo aequalem habens.
Pag. 22	Problema geometrico: sint *ab cd* lineae aequidistantes et in *ab* duo quaevis puncta accipiantur *a b*, et inter *ab cd* accipiatur quodvis punctum *e*. Oportet circuli portionem describere, per tria puncta *a b e*, ita, tamen ut operatio semper fiat in plano per *ab cd* ducto, et semper inter lineas *ab cd*. Oportet autem lineas *ab cd*, tantum esse intersese distantes, ut portio circuli describenda intra ipsas cadat.
Pag. 27-28	Duobus datis solidis similibus parallelepipedis, duo media solida parallelepipeda in continua proportione invenire
Pag. 29	Duobus datis quadratis rectangulum ex diametris contentum, duplum simileque est ei, quod ex lateribus continetur
33	Sint lineae *ab cd*, quae ex parte *ac* concurrant. Oportet super *ab* et *cd* rectam lineam ducere quae angulos ex parte *ac* aequales efficiat et operatio fiat semper a punctis *a c* versus *bd*. Sint aequidistantes lineae *ab cd*, ductaque *bd* sit quoque data. Ducatur *ace*, quae productam lineam *bd* in *e* secet. Dico lineam *de* cognitam esse.
34	Theorema ex Pappo suppositum: Sit *ab* recta linea transiens per centrum *c* circuli *aef*. In lineaque *fb* extra circulum summatur quodvis punctum *b*, a quo ducatur linea *be* circulum contingens in puncto *e*, a quo ipsi *ab* perpendicularis ducatur *eg*. Dico *ab* ad *bf* ita esse, ut *ag* ad *gf*.

35	A Pappo suppositum proposto dal Commandino: Sit triangulum acutiangulum *abc*, et a puncto *a* ad *bc* perpendicularis ducatur *ad*, a puncto autem *b* ad *ac* rursus perpendicularis ducatur *be*, secans ad in *f*, et iuncta *cf* producatur ad *g*. Dico *cg* ad *ab* perpendicularem esse.
36	In triangulo *abc* rectangulo ducatur *cd* perpendicularis ad *ab*, et perpendicularis a puncto *a* ad latus *bc* est ipsa *ac*, similiter a puncto *b* ad latus *ac* est ipsa *bc*, quae omnes perpendiculares in puncto *c* conveniunt, sicut in prima et secunda figura in unum ed eundem punctum conveniebant.
Pag. 37-38	Problema a Commandino propositum ad Pappum pertinens: Tribus datis circulis inaequalibus sese tangentibus circulum describere qui omnes contingat.
Pag. 45-46	Contra Orontii Finei libellum, de multangularum omnium et regularium figurarum descriptione
Pag. 53	Pappus in quarto Collectionum Mathematicarum per lineam quadrantem angulos incommensurabiles invenire docet. [..] Caeterum hoc per lineam spiralem hoc modo assequemur.
Pag. 62-63	Proprietà della tangente ad una circonferenza ed ad un'ellisse dimostrata considerando nel primo caso la sfera di cui la circonferenza data è la circonferenza massima, nel secondo caso l'ellissoide di rotazione.
Pag. 65-68	Quae in circulo rectas aequidistantes lineas coniungunt intersese sunt aequales. Quae in circulo aequales rectas lineas coniungunt, intersese sunt, vel aequales, vel aequidistantes
Pag. 112	Per far linee parallele Quod propositum fuit pagina 45, 46 contra Orontius universalium hoc modo ostendemus
Pag. 113	Dato solido parallelepipedo, aequale ei cubum constituere
Pag. 114	Duobus datis cubis simul sumptis aequalem cubum constituere
Pag. 115	Datis duarum sphaerarum diametris, alteram sphaerae diametrum invenire, cuius sphaera datis sphaeris simul sumptis sit aequalis

Pag. 115/1-115/2	Dato prismati aequalem cubum constituere
Pag. 115/2-115/3	Datis duobus cubis, utrisque simul sumptis aequalem cubum constituere
Pag. 115/3-115/5	Dato cubo aequale prisma consituere dato prismati simile
Pag. 115/5-115/7	Duos cubos invenire in data proportione, qui simul sumpti aequales sint dato cubo.
Pag. 115/8	Figure rappresentanti le tre sezioni coniche con commenti illustranti le proprietà fondamentali
Pag. 115/9	Solida rectilinea quae bases habent aequales, aequalemque altitudinem inter se sunt aequalia
Pag. 115/10	Sit solidum, cuius rectilinea basis sit a, altitudo autem k. Sitque cylindrus cuius basis sit circulus b, altitudoque k. Dico solidum cylindrum aequalem esse.
Pag. 115/11	Data sphaera, quis cubus sit ipsae aequalis determinare
Pag. 117	Sit linea ab ipsi *cd* perpendicularis, similiter da ipsi ca perpendicularis. Dico angulum bad angulo bca aequalem esse
Pag. 118	Parallelogrammum ita dividere, ut gnomon sit reliquo aequalis, hoc est, sit totius ipsius dimidium
Pag. 121	Angulum contingentiae quantitatem non esse contra Peletarium sic ostendeteur
Pag. 122	Circulum invenire duobus inaequalibus datis aequalem
Pag. 137	Duobus datis circulis inaequalibus alium invenire circulum cui una cum minore dato maiori dato sit aequalis
Pag. 138	Duabus datis lineis rectis alteram ita dividere ut ipsius partes cum altera data sint in continua proportione. Sint quotcumque magnitudines a b c, totidemque numero pares d e f, et in eadem proportione, nempe, ut a ad b, ita d ad e, et ut b ad c ita e ad f. Dico a ad omnes simul bc ita esse, ut d ad omnes simul e f.
Pag. 139-140	Coni frustum invenire dato cono aequale; cuius quidem frusti altera basis sit data, altitudoque sit aequalis altitudini dati coni

Pag. 141 — Datis duobus circulis inaequalibus duos alios circulos invenire in continua sint proportione, atque tres simul omnes scilicet duo una cum minori dato maiori dato sint aequales.

Pag. 141-142 — Duabus datis rectis lineis, alteram ita dividere, ut ipsius partes una cum altera data in continua sunt proportione

Pag. 143 — Data recta linea utcumque divisa, alterum segmentum in duas partes ita dispescere, ut reliquum segmentum ad minorem partem sit, ut data linea ad maiorem partem.

Pag. 143 — Data recta linea utcumque in partes inaequales secta; lineam invenire, quae ad minorem partem eandem habet proportionem, quam data cum inventa maiorem

Pag. 144 Si intra lineas parallelas duae ductae fuerunt lineae aequales, suos terminos in aprallelis possidentes, erunt intersese parallela. Oportet ut [?] tendant ad easdem partes (cancellato)

Si duo triangula duo latera duobus lateribus habuerunt aequalia, unumque angulum uni angulo sibi respondentem aequalem, non autem eum, qui aequalibus continetur datis lineis, erit triangulum triangulo aequale, et latera angulisque unius lateribus angulisque alterius aequales erunt (cancellato)

Pag. 148 — Quotcumque datis circulis circulum invenire circumferentiam omnibus datis circulis circumferentiis simul sumptis aequalem habentem

Pag. 149-151 — Error Francisci Barocii

Pag. 152 — Sit ellipsis *abcd* cuius axes *ab dc*. [..] Dico ita esse rectangulum *nem* ad *npm*, ut *dec* rectangulum ad rectangulum *dlc*.

Pag. 181 — Quadrilatera, quae duo latera sese tangentia duobus lateribus sese tangentibus aequalis habeant, et tre angulos tribus angulis aequales, qui lateribus adiacent aequalibus; erit reliquus angulus reliquo angulo aequalis, et reliqua latera reliquis lateribus aequalia

Sit *ab* ad *ad*, ut *bc* ad *be*, sintque *bc de* parallelae. Iungatur *ce ea*. Dico *cea* rectam lineam esse.

Pag. 182	Cuiuslibet aequilatera figurae in circulo inscriptae angulus exterior aequalis est angulo ad centrum facto, basim figurae latus subtendenti.
Pag. 183	Si angulus cuiuslibet aequilaterae figurae in circulo descriptae minor fuerit angulo recto quantitate qua superatur ab angulo recto eadem et rectua angulus ab angulo ad centrum facto superabitur. Si vero sit recto aequalis, et angulus ad centrum recto erit aequalis. Quod si fuerit maior, quantitate, quam superat angulum rectum; eadem, et rectus angulus angulum ad centrum factum superabit.
Pag. 184	Sit aequilatera figura in circulo inscripta *ag* quotcumque laterum, cuius angulus *abc* ad centrum vero sit angulus *adb*. Dico angulum *abc* eadem quantitate superare angulum rectum, qua rectus angulus superat *adb*.
Pag. 231	Cylindri, quorum superficies sunt aequales, ita se habent, ut eorum altitudines permutatim
Pag. 237	Sit *abc* triangulum obtusum habens angulum ad *b*. Dico fieri posse, ut a punctis *b c* latera duo erigantur, ut *bd cd*, ita ut sit maius *ba cd* vero sit maius *ca*, angulus vero *bdc* maior angulo *bac*.

A.2.4 Prospettiva

155-158	Della prospettiva: 6 modi da tirar in perspettiva
159	Modo di mettere l'ombre in piano per tirarle in perspettiva
160–162	Immagine prospettica di un quadrilatero (prop. 1 e 2)
162–167	Rappresentazione propsettica di alcune figure solide (prop. 3–5)
168–169	Rappresentazione prospettica di figure nel caso in cui la sezione si trovi al di là dell'oggetto da rappresentare (prop. 6) o l'occhio sia posto al di sotto della linea di terra (prop. 7 e 8)
170–172	Rappresentazione prospettica su superficie curve, in aprticolari su superfici cilindriche (prop. 9–13)
173	L'immagine prospettica di rette parallele alla linea di terra è ancora una linea parallela alla linea di terra (prop. 14)
174	7° modo da tirare in perspettiva (prop. 15)
175–177	Applicazione del settimo modo alla risoluzione di alcni semplici problemi prospettici (prop. 16–17)
178	Rappresentazione prospettica di tre cerchi tra loro perpendicolari
179	Indicazioni utili per la riproduzioni di immagini complicate in cui si rende necessaria la determinazione di molti punti
180	Motodo per iscrizioni su muro o su colonna
188	Rette parallele al piano prospettico hanno immagini parallele tra loro e alle rette date. (Prop. 1)
189–190	Dato un piano prospettico verticale rette appartentei al piano di terra e non parallele alla linea di terra hanno immagini concorrenti in un unico punto posto alla stessa altezza dell'occhio sul piano di terra. (Prop. 2)
191	Corollari alla proposizione 1.
192	Corollari alla proposizione 2.

193–194	Rette appartenenti al piano di terra e ortogonali alla linea di terra hanno immagini concorrenti in un unico punto posto alla stessa altezza dell'occhio sul piano di terra. (Prop. 3)
195	Corollario alla proposizione 3
196	Data una linea e un punto fuori di essa tracciare una retta passante per il punto e che formi con la retta data un angolo dato. (prop. 4)
197–198	Rette appartenenti al piano di terra e non parallele alla linea di terra hanno immagini concorrenti in un unico punto posto alla stessa altezza dell'occhio sul piano di terra. (Prop. 5)
199	Dato un piano prospettico inclinato rispetto al-l'orizzonte trovare il punto di concorso di rette giacenti sul piano di terra e ortogonali. (Prop.6)
200	In un piano prospettico esistono infiniti punti di concorso posti alla stessa altezza sul piano di terra. (Prop. 7)
201	*Aliter* delle proposizioni 3 e 5.
202	Rette verticali hanno immagini verticali su un piano prospettico verticale. (Prop. 8)
203	Rette appartenenti a piani verticali e passanti per l'occhio hanno immagini verticali. (Prop. 9)
203–204	Rette appartenenti a un piano passante per la linea di terra ed inclinato rispetto all'orizzonte hanno immagini concorrenti in un unico punto posto alla setssa altezza dell'occhio sul piano delle rette date. (Prop. 10)
205	In un piano prospettivo esistono infiniti punti di concorso posti ad altezze diverse sul piano di terra. (Prop. 11)

A.2.5 Meccanica

Pag. 30	De libra: Libra horizonti aequidistans, spartum sursum, cum mota fuerit, in aequilibrium horizonti aequidistans redit. Si vero libra habet spartum deorsum, non redit in aequilibrium sed deorsum tendit.
Pag. 31	Pondera aequalia in libra appensa eam in gravitate proportionem habene; quam distantiae, ex quibus appenduntur.
Pag. 32	Si vero libra bac secetur utcumque in d, et in d c appendantur pondera aequalia ef. Dico [simile] pondus f ad pondus e eam in gravitate proportionem habere, quam habet distantia ca ad distantiam ad.
Pag. 41-42	Solidae magnitudines eiusdem speciei, et eiusdem figurae humido graviores, demissae in humidum, eodem tempore aequale spatium pertransibunt.
Pag. 54	Terram moveri hoc modo ostendetur
Pag. 55-56	In principio Questionum Mechanicarum infert Aristotelis maiores libras minoribus exactiores esse, quod ex iisdemmet verbis elicitur hoc prius demonstrato
Pag. 57-58	Cochlea
Pag. 59	Ruote
Pag. 60	Item de scytalis
Pag. 61	Ruote
Pag. 64	Potentiam invenire quae datam sphaeram subiectum planum horizonti inclinatum tangentem in dato puncto sustineat
Pag. 116	Figura per centrum gravitatis in duas partes secta non semper in partes dividitur aequales
Pag. 119-120	Per trovare com'Archimede ritrovò quant'oro, et argento era nella corona di Hierone re di Siracusa
Pag. 123-125	Ultima propositio Federici Commandini de centro gravitatis solidorum, ut notavimus in ipso libro, falsa existit; ac ratione restitui poterit. Et haec demonstratio est Christophori Clavii e Sociatate Jesu.

Pag. 134	Per far, che una cochlea da se alzi l'acqua da un fiume
Pag. 135-136	Comodità e incomodità delle rote erette, et equidistanti all'horizonte, con le quali si moveno li pesi
Pag. 145	Contra cap. II Jo. De Benedecti de Mechanicis
Pag. 146	Contra cap. 3 eiusdem
Pag. 147	Circa le machine ...
Pag. 147	In circulo bcd, cuius centrum a. Sit brachium ab. Iam constat ex nostro mechanicorum libro, tractatum *de axe in peritrochio* pondus *b* ad pondus *d*. Libra existente bad ita esse, ut de ad eb.
Pag. 232	Gravitatum proportionem cuislibet gravis humido gravioris ad humidum libra notam reddere
Pag. 233-234	Mixti proportionem invenire
Pag. 235	Le corde tirate egualmente, quella che è più leggiera fa il suono più acuto
Pag. 236	Quando una caduta sarà alta 10, per dar acqua a un molino la canala vuol essere 15 [..]. Se si tira una palla, o con una balestra [..] sopra la linea dell'horizonte, il medeismo viaggio fa nel callar che nel montar, e la figura è quella che rivoltata sotto la linea horizontale fa una corda, che non stia tirata, essendo l'un e l'altro composto di naturale, e di violento, et è in vista simile alla parabola, et hypebole. Una corda che sostanta un peso, tanto sostien essendo corta quanto lunga

A.2.6 Ottica

Pag. 47-50	Immaginis species in speculo recipitur in puncto
Pag. 230	Oculo in superficie sphaerae dato a quo recta linea in centrum ducta sit plano per centrum ducto erecta, omnes circuli in sphaera in dicto plano circuli apparebunt

A.2.7 "Pratica"

Pag. 9-12	Del misurar
Pag. 12	Misurar con lo squadro tagliato in otto parti
Pag. 39-40	Sia un pezzo d'artiglieria, il qual si ha da tirar nel muro hk nel punto e.
Pag. 243-245	Proposta di saper quati [stara] di grano sta in una fossa ..

A.3 Elenco dei "foglietti" aggiunti

Posizione nel manoscritto	Segnatura nella trascrizione
Pag. 37-38	37 bis
Pag. 57-58	57 bis
Pag. 85-86	86 bis contiene una figura
Pag. 96	96 bis contiene una figura
Pag. 97-98	98 bis contiene una figura
Pag. 115/116	115/1; 115/2; ...; 115/11
Pag. 128	128 bis contiene figure
Pag. 145-146	145 bis

A.4 I rimandi interni

Pagina del ms	Pagina del ms citata	Posizione del richiamo
19	129	aggiunta
34	62	aggiunta
46	112	aggiunta
62	34	nel testo
105	101	aliter
112	45,46	nel testo
120	233	aggiunta
129	133	margine
132	130	interlinea
133	129	nel testo
137	122	aggiunta
138	141, 142	aggiunta
141	138	aggiunta
158	173, 174	aggiunta
185	129	nel testo
187	130, 131,132	nel testo
190	181	margine
191	189	nel testo
192	190	nel testo
193	188	margine
197	190	nota
197	193	nel testo
199	196	margine
201	193, 197	nel testo
204	193, 197, 198, 199	nel testo
205	188	nel testo

Pagina del ms	Pagina del ms citata	Posizione del richiamo
209	190, 197	margine
209	193	nel testo
209	208	nota
213	207	interlinea
213	207, 209	nel testo
215	207, 209	nel testo
217	207	nel testo
221	209, 210	nota
222	211, 212	nota
227	221	nel testo
228	221	nota
243	33	interlinea

Appendice B

Alcune pagine del manoscritto 170/624 University of California Library

B.1 Carta 86r

[1] Modo di descriver l'hyperbole. 7, 8
In dato semicirculo quadratrum describere, con quel che segue. 20, 21
Duobus datis solidis similibus parallelepipedis duo media solida parallelepipeda in continua proportione invenire. 27
Duobus datis quadratis, rectangulum ex diametris contentum, duplum, simileque est ei quod ex lateribus existet. 29
Quello che Apollonio nella 36 del primo demonstra per l'impossibile, io lo dimostro directe. 34, 62, 63
Un theorema supposto da Pappo. 35
Tribus datis circulis inaequalibus sese tangentibus, circulum describere, qui omnes contingat. 37 ad Pappum pertinens
Et quando non se contingunt idem *** invenire. 38
Solidae magnitudines eiusdem speciei, et eiusdem figurae humido graviores, in humidum demissae eodem tempore aequale spatium pertransibunt [4?]

[1] Nelle note a pie' pagina la sigla L indica il manoscritto 170/624 della University of California Library.

Immaginis [species] in speculo recipitur in puncto. 47
Dato puncto, positoque oculo punctum in speculo invenire, per quem oculo datum punctum [vidat] in doi modi 49, 50
Angulum invenire, ad quem datum angulus datam habeat proportionem
Maiores libras minoribus exactiores esse secundum Aristotelem 55
Maioribus rotis { orbiculis} [quo] ad praxim facilius pondera movent 59
Idem de scytalis 60[2]
De rotis 61
Potentiam invenire, quae datam sphaeram [subiectum] planum horizonti inclinatum tangentem in dato puncto sustineat 64
Parallelogrammum[3] ita dividere, ut gnomon sit reliquo aequalis, hoc est sit totius dimidium 118
Coni frustum invenire dato cono aequale, cuius quidem frusti altera basis sit data, altitudoque sit aequalis altitudini dati coni et c. 139
Datis duobus circulis inaequalibus duos alios circulos invenire, qui [primi] tres[4] in continua sint proportione, atque tres circuli omnes, [de] duo inventi cum minori dato maiori dato sint aequales. 141
Utcumque datis circulis circulum invenire circumferentiam omnibus datis circulorum circumferentiis simul sumptis aequalem habentem. 148
Un theorema dell'ellisse 152
[Artimento] del dividere un muro per l'altezza avrò[5] che le divisioni paiino *** eguali 180

B.2 Carta 89

[89*r*] | Condurre un pezzo d'artiglieria in per un ***
Due *** modi ad *** *** ***
[113][6] Dato solido parallelepipedo aequale ei cubum constituere
[114] Datis duobus cubis simul sumptis aequalem cubum constituere

---

[2] *post* 60 *del.* *aliquot literas L*

[3] *ante* Parallelogrammum *del.* *** in circulo aequidistantes lineas coniungentes intersese sunt aequales *L*

[4] [primi] tres *in interl. L*

[5] avrò *in interl. L*

[6] *ante* [113] *del.* 9 Del misurare 39 del tiro dell'artiglieria lontano e giusto *L*

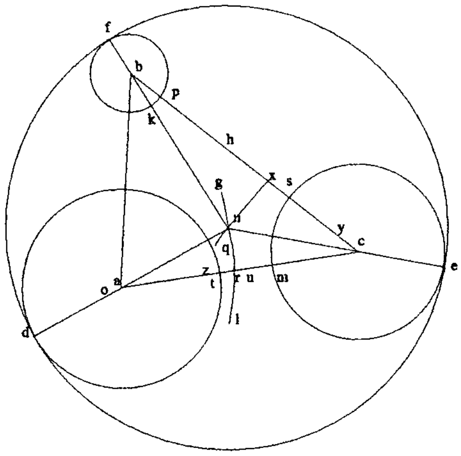
[115] Datis duarum sphaerarum diametris alteram sphaeram diametrum invenire cuius sphaera datis sphaeris simul sumptis sit aequalis.
Solida[7] rectilinea quae bases habent aequales aequalem altitudinem interse sunt aequalia. Propositioni prima 2ª et 3ª paiono abbozzate
119 Per provare come Archimede trovò quant'oro et argento era nella corona 119[8]
122 Circulum invenire duobus inaequalibus datis aequalem
141 Duabus datis rectis lineis alteram ita describere ut a [ipsius] partes secta [cum] altera data in continua sint proportione
[39] Duobus datis circulis inaequalibus alium invenire qui cum minore dato maiori sit aequalis.
Duabus ...
| D'altra mano [89*v*]
Dato prismati aequalem cubum constituere
Datis duobus cubis utrisque [simul] sumptis aequalem cubum constituere
Dato cubo aequale prisma constituere dato prismati simile
Duos cubis invenire in data proportionem qui simul sumpti aequales sint dato cubo.
232 Gravitatum proportionem cuiuslibet gravis humido gravioris ad humidum libra[9] notam reddere.
Mixti proportionem invenire.
Idem aliter

---

[7]*ante* Solida *del.* Inoltre a questo puncto seguono d'altra mano quattro problemi e [tre corollari] *L*
[8]*ante* 119 *del.* 232 *L*
[9]libra *ex* libram *L*

B.3 Il problema dei tre cerchi: la pagina 90*r* del codice di Los Angeles

[90*r*] | Tribus datis circulis inaequales[10] qui se non contingant [neuter tunc alterum incidat][11] circulum describere qui omnes contingat.



Sint ut antea tres[12] circuli[13] quorum centra *a b c* coniungantur[14] dividatque *ps* bifariam in *h* fiatque *cx* aequalis *bh* et[15] a puncto *x* describatur hyperbole *xnq* cuius axis sit *xh* et quartae parti figurae sit aequale utrumque rectangulorum *bcx xbh*. Similiter dividatur *mt* in *u* bifariam, fiatque *ar* ipsi *cu* aequalis et per punctum *r* describatur hyperbole *grnl*, cuius axis sit *ru*, et quartae parti figurae sit aequale utrumque rectangulum *uar rcu*. Hyperbolae vero secent se invicem in *n*. Ducaturque *nbf nad nce*. Dico centro *n* circulum *def* datos circulos contingere. Fiat *bk* aequalis *hx* et[16] *ao* aequalis *ru*. Deinde[17] fiat *xy* aequalis *hs* fiatque *r*[18]*z* aequalis *tu*. Quoniam enim *bn*

[10]inaequales *in interl. L*
[11][neuter tunc alterum incidat] *in interl. L*
[12]antea tres *in interl. post corr. L*
[13]*post* circuli *del.* *a b c* iunganturque *ab bc ca L*
[14]quorum centra *a b c* coniungantur *in interl. L*
[15]*ante* et *del.* superabit *L*
[16]*ante* et *del. aliquot literas L*
[17]Deinde ∼ *tu*: *in interl. L*
[18]*r post corrrectionem L*

maior est [*cn*] quantitate *hx*, hoc est *bk* aut *nk* aequalis *nc* at *** quoniam *nc* maior est quam [*na*], quantitate *ru*, hoc est [*** erit] *no* aequalis *nc*. Quare[19] tres lineae[20] *nk nc no* interse sunt aequales. Quoniam autem *xy* est aequalis *hs* erit *sy* aequalis *hx* et er consequens ipsi *bk* [quia] vero *xy* est aequalis *hb*, et [cum sit aequalis *h*?][21] et *xc* ipsi *hb* [erit] aequalis[22] *yc* ipsi *bp* aequalis[23] quare [*bp bk* simul hoc est erit ipsi *sc* hoc est *ce* aequalis][24]. [Similiter] autem *rz* est aequalis *tu*, erit *tz* ipsi *ru* hoc est ipsi *ao* aequalis. Quoniam[25] *rz* est aequalis *um*, *ra* est ipsi *uc* aequalis, erit *za* ipsi *mc* et ipsi[26] *ce* aequalis, ergo *od* ipsi *az* hoc est ipsi *ce* est aequalis. Quare tres lineae *kf*[27] *ce od* interse sunt aequales, ac propterea *nf ne nd* interse sunt aequales. Circulus igitur[28] *def* cuius centrum *n* datos circulos contingit. Quod facere oportebat.
Alii casus ex his facile patent.

[19] Quare *in interl. L*
[20] *ante* lineae *del. aliquot literas L*
[21] [cum sit aequalis *h*?] *in interl. L*
[22] aequalis *in interl. L*
[23] *post* aequalis *del.* *** *bf* ipsa *bp* aequalis ergo *kf* ipsi se (hoc est ipsi *** aequales existit *L*
[24] quare [*bp bk* simul hoc est erit ipsi *sc* hoc est *ce* aequalis] *in interl. L*
[25] *ante* Quoniam *del.* itaque *L*
[26] et ipsi *in interl. L*
[27] *kf correxi kb L*
[28] *ante* igitur *del. aliquot literas L*

Parte IV

Il testo

Meditatiunculae Guidi Ubaldi ex Marchionibus Montis Sanctae Mariae De Rebus Mathematicis

Criteri adottati per l'edizione del testo

Abbiamo ricostruito il testo delle *Meditatiunculae* cercando di mantenermi il più fedele possibile all'originale per quanto riguarda l'ortografia, la punteggiatura e la disposizione del testo nelle varie carte.
Le aggiunte e le citazioni a margine sono state integrate nel testo solo se un esplicito segno di rinvio indiva il punto esatto per l'inserimento, mentre, abbiamo preferito riportare a margine le parti del teso per le quali non è presente alcun segno di richiama.
La punteggiatura è stata rispettata, nonostante essa sia spesso diversa da quella cui il lettore moderno è abituato; abbiamo tuttavia adottato l'uso costante della lettera maiuscola dopo il punto non sempre presente nel manoscritto ed in alcuni casi abbiamo sostituito il punto e virgola o il punto con una virgola.
Nelle parti in volgare, al fine di facilitare la lettura, abbiamo introdotto l'uso sistematico degli accenti spesso assenti nel manoscritto.

Convenzioni adottate

Abbiamo inserito:

1. doppie parentesi quadre [[ ]] per le citazioni a margine per le quali un segno di rinvio, generalmente una crocetta sulla parola del testo prima della quale deve essere collocata la citazione, indica il punto di inserimento nel testo;

2. parentesi uncinate ⟨ ⟩ per le parti che risultano sottolineate e per quelle lasciate nel testo ma con indicazione di una possibile sostituzione

3. parentesi quadre [ ] le parole di lettura dubbia. Abbiamo utilizzato tre asterischi *** in sostituzione delle parole illeggibili.

La sigla M che compare nelle note a pie' pagina sta per *Meditatiunculae* ed indica la lezione del manoscritto.

| Degl'horologgi [1]

Modo di descrivere gl'horologgi in tutte le superficie piane solamente con le circonferenze horizontali, e descensive, cioè farli con quelle medesime circonferenze che si fanno quelli in piano equidistanti all'horizonte e gli horizontali inclinati, delle quali non dirò il modo di farli per non dire il medesimo, che ha detto Tolomeo nel libro *de analemmate* et il Comandino nel libro *de horologiorum descriptione*, ma dirò solo il modo di descriverli in tutte le superficie piane perpendicolari all'horizonte, cioè tanto verticali quanto meridiani, e quanto a questi inclinati.

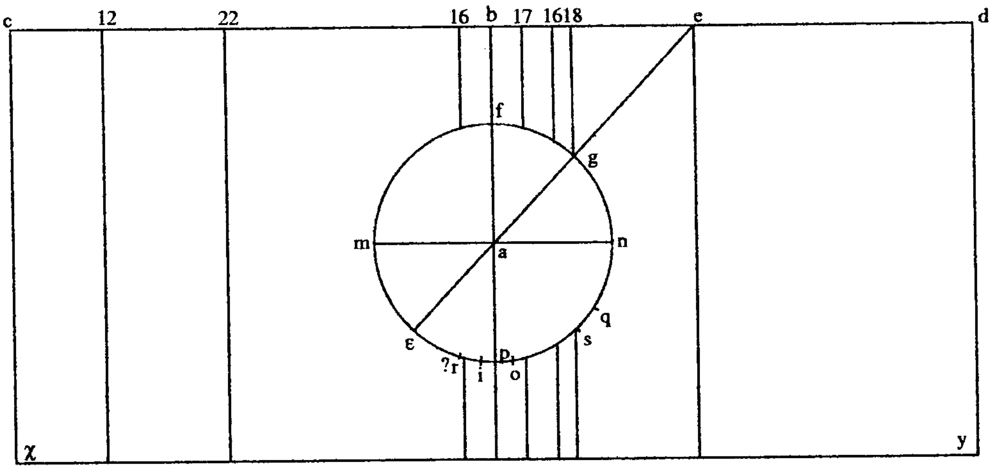
Sia il piano perpendicolare all'horizonte *cdxy*, sia la linea *cd* commune settione del piano e dell'horizonte, sia la lunghezza dello stile *ba*, ilqual ce lo immagineremo perpendicolar'al piano et alla linea *cd*, adunque sarà nel medesimo piano con la linea *cd*, hora io metto il centro del circolo nella punta del detto stile e lo metto equidistante all'horizonte, ilqual verrà ad esser nel medesimo piano dello stile e della linea *cd* et metto la commune settione del meridiano, e dell'horizonte, cioè la linea meridiana al suo luogo cioè secondo la dispositione del cielo, dipoi rapresento tutte le circonferenze horizontali nella linea *cd*. Ma per la difficultà del metter'il centro del circolo nella punta dello stile, e per la difficultà che ci saria nell'operar in questo modo, ci potemo immaginar lo stile abassato, e disteso nel piano dell'horologio, ma chel sia perpendicolare alla linea *cd*, tirisi adunque dal punto *b* una linea perpendicolar alla linea *cd*, et sia *ba*, laqual sia equale allo stile, poi atorn'al centro *a* descrivo il circolo *fnpm*, nel qual siano tutte le linee e circonferenze dell'analemma, e questo bisogna situarlo in modo chel venghi a corrisponder al circolo situato in piano equidistante all'horizonte, e si po far in questo modo. Trovisi la declination della linea *cd* overo di tutto il piano dell'horologio dalla linea meridiana, come per esempio sia la *cd* 45 gradi verso levante, trovisi la sua perpendicolare, che sarà 45 gradi verso ponente, sia la linea *ag* la meridiana, e posto il centro del circolo in *a*, e sia da *gf* 45 gradi verso ponente bisogna metter'il punto *f* nella linea *ab* per essere commune sectione del piano dell'horologio, e del circolo maggior che passa per li 45 gradi fra ponente e tramontana e subito il circolo, le linee, e le circonferenze saranno situate secondo le loro disposizioni | et secondo che [2]

per 2ª dell'11mo

qui il circolo se intende per l'analemma

Et avverrà il medesimo perché si formano sempre triangoli simili et equali, per essere la linea *ba* equale al stile e gli angoli si fanno equali

si havevano da rapresentar le circonferenze horizontali dalla punta del stile come s'è detto di sopra, così medesimamente dal punto *a*, si rapresentaranno nella linea *cd*.



Et essendo *ag* la linea meridiana, vedasi dove *ag* sega la *cd*, e sia *e*, sia *pk* la circonferenza horizontale delle 28 hore di capricorno, et *pi* quella delle 17, et *po* delle 15 et per rappresentar queste nella linea *cd*, tirisi dalli punti *kio* per il centro *a* linee rette, e dove segaranno la *cd*, in quelli punti saranno rappresentate, e siano dove sono, 16, 17, 18 di ♑, sia *pq* la circonferenza horizontale delle 11 hore di cancro, *po* delle 12, et *pr* delle 16, e nel medesimo modo[29] siano rappresentate nella linea *cd* nelli punti 11, 12, 16 di ♋; similmente si rappresentaranno tutte l'altre circonferenze horizontali di cancro e di capricorno dell'equinottiale e degli altri circoli, purché le seghino la linea *cd* e quelle che non la segano lasciarle che sarà segnale [chel] sole non mostrava quelle hore nel dato piano, dipoi da tutti li punti rappresentati nella linea *cd* si tirino tante perpendicolari alla linea *cd*, lequali saranno anche perpendicolare all'horizonte[30], et purché la linea *cd* è commune sectione del piano dell'horologgio e dell'horizonte, però se li rappresentano tutte le circonferenze horizontali, accioché le perpendicolari che cascano da questi punti vengano a esser commune sectione del piano dell'horologio e delli circoli maggiori, che passano per le loro circonferenze horizontali, che per essere maggiori vengono a passar per la punta dello stile, per esser nel cen-

perché il dato piano è perpendicolar'al horizonte

per la 6ª del primo di Theodosio

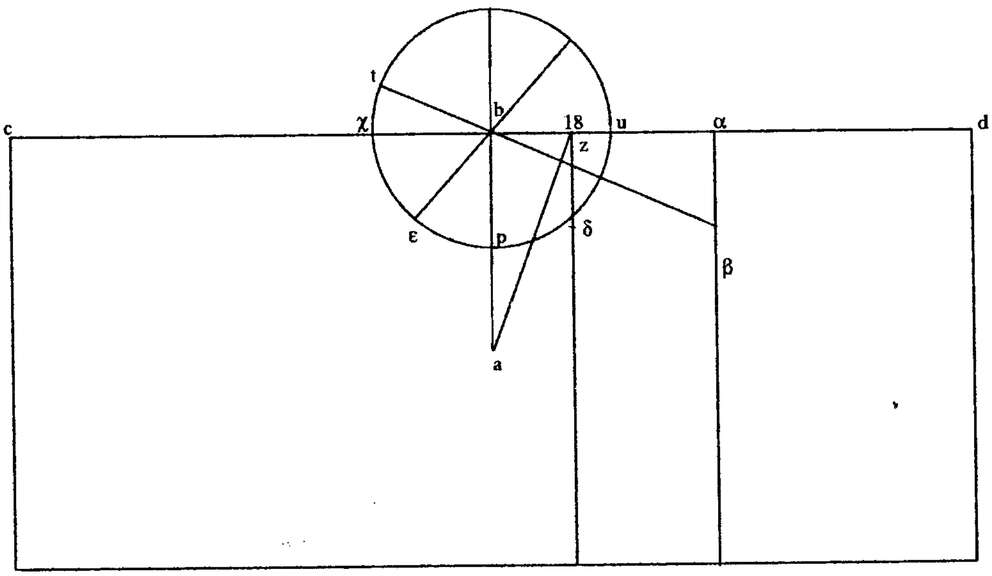
[29]modo *in interl. M*

[30]all'horizonte *post corr. M*

tro del mondo e da questo è manifesto, che essendo il sole in qualsivoglia di questi circoli maggiori e dove si voglia, cioè o alto o basso, purché 'l sia sopra l'horizonte, sempre farà l'ombra della punta del stile nella commune sectione del piano e del circol maggior dove lui si trova per esser tutti in un medesimo piano, et ogni volta per la medesima ragione [chel] sole sarà nel circolo meridiano, l'ombra della punta del stile sarà nella perpendicolare che nasce da e, per esser'ella commune sectione del piano dell'horologio e del meridiano.

| Ci resta a trovar i termini delle ombre nelle commune sectioni con le [3]
circonferenze descensive, et prima immaginiamoci il stile perpendicolar'al piano dell'horologio metteremo il centro del circolo nella punta del stile, et lo metteremo perpendicolar'all'horizonte; et per essere εg la linea meridiana, la metteremo alta dal'horizonte quanti gradi è la elevation del polo, et a quanta elevatione e fatto l'analemma, e poniamo ch'ella sia gradi 44, e da g verso l nummero 44 gradi che siano gu, e dal punto u per il centro b, tiro una linea retta ubx la qual mi rappresentarà l'horizonte, et essend'il circolo perpendicolar'all'horizonte, bisogna metter questa linea ubx, equidistante all'horizonte anzi per esser la punta dello stile nel centro del mondo, la linea ubx sarà nel medesimo piano dell'horizonte, e nelle operationi bisogna avertir sempre ch'ella sia sempre equidistante all'horizonte, accioché le circonferenze descensive siano sempre al suo luogo, e volendo sempre essend'il sole in capricorno, dove l'ombra della punta dello stile farà l'ombra alle 18 hore, voltisi il circolo che è nella punta dello stile verso la perpendicolar delle 18 hore di ♑, finché 'l piano del circolo, et al linea perpendicolar che nasce dalle 18 di ♑, sia in un medesimo piano, il qual circolo verrà a esser nel medesimo piano del circolo maggior, che passa per la circonferenza horizontale delle 18 ore di ♑. Sia la circonferenza descensiva delle 18 hore di ♑, equale alla ft, e tirando da quel punto una linea retta che passi per il centro laqual segarà la commune sectione del piano dell'horologio e del circolo maggiore che passa per la circonferenza horizontale dell 18 hore di ♑ cio è la perpendicolar delle 18 di ♑; per essere tutti in un medesimo piano et in quel punto dove sarà segata detta perpendicolar, essend'il sole in ♑; la punta dello stile alle 18 hore farà l'ombra; la dimostratione di questo è facile, perchè essendo il circolo grande, che passa per la circonferenza horizontale delle 18 hore di ♑ et il circolo dell'analemma, et la perpendicolar commune

sectione del circolo grande, e del piano dell'horologio, tutti in un medesimo piano, et essendo la punta del stile centro di tutti doi li circoli, et centro del mondo, et l'angolo fatto nel centro dell'analemma, è equale anzi commune all'angolo fatto dal nostro Zenit, et il centro del mondo e dove si trova il sole, bisogna di necessità, che essend'il sole in ♑ alle 18 hore, l'ombra della punta del stile sia nel detto punto, fatto nella perpendicolare delle 18 hore di ♑ e nel medesimo modo, si operi con le altre perpendicolari, voltand'il
[4] circolo dello |

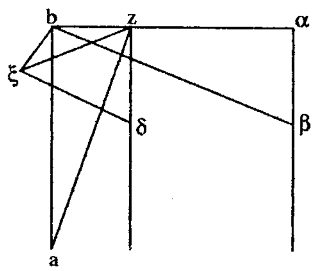


analemma, accio sia nel medesimo piano della perpendicolare[31] che si ha da trovar la determinazione dell'ombra della punta del stile, dipoi trovar la sua circonferenza descensiva, laqual ne mostra, la latitudine, e l'altezza del sole sopra l'horizonte et dalla circonferenza et il centro tirar una linea, che seghi la perpendicolar e notar li punti di poi congiunger le 16 hore di ♑ con le 16 di ♋, et le 17, con le 17 , et similmente le altre, e così determinaremo, e finiremo l'horologio, ma per la difficultà che saria nel operar bene in questo modo, si potrà formar nel piano dell'horologio il circolo, e dove si voglia, ma per comodità nella linea *cd*, et il suo centro nel punto *b*. Et sia *fnpx* e far che *xu* sia nella linea *cd* perché tutte due ci rappresentano l'horizonte, e per trovar dove vadi segata la perpendicolar delle 18 hore di ♑, piglisi la

[31] perpendicolare *post corr. M*

lunghezza della linea che è dalla parte del stile alle 18 di ♑ che sia *z*, che è la medesima che è da *az*, per essere triangoli simili et equali, e si facci a detta linea equale la *bα*, e dal punto α sia tirata la perpendicolare *αb* alla linea *cd*, et essendo *ft* la circonferenza descensiva delle 18 hore di ♑, si tiri dal punto *t* et *b* una linea retta, che seghi αβ nel β, et sia segata la perpendicolare delle 18 di ♑ nel punto Ω, et sia equale la linea *z*Ω alla αβ, dico che l'ombra della punta del stile quand'il sole sarà nel ♑ alle 18 hore sarà nel punto Ω, e questo medesimo si farà in tutte le altre perpendicolari con le loro circonferenze descensive, et ritornarà il medesimo, come se havessimo fatto stand'il centro del circolo nella punta del stile si come s'è detto di sopra, perché essendo li doi angoli *bαβ* retto; et *abβ* del triangolo *bαβ* equali agl'angoli fatti dalla linea Ω*z*, e dalla linea che va da *z* alla punta del stile che è angolo retto, et all'angolo fatto dalla linea | che va da *z* alla punta del stile, e dalla linea [5]
che va dalla punta del stile a Ω del triangolo Ω*z*, et della punta del stile, et essendo *bα* equale alla linea che va da *z* alla punta del stile, adunque tutti gli angoli, e tutti i lati saranno equali, e tutt'il triangolo al triangolo, adunque la linea αβ sarà equale alla *z*Ω, si come per maggiore intelligentia di quanto s'è detto e per esempio.

per la 26 del primo



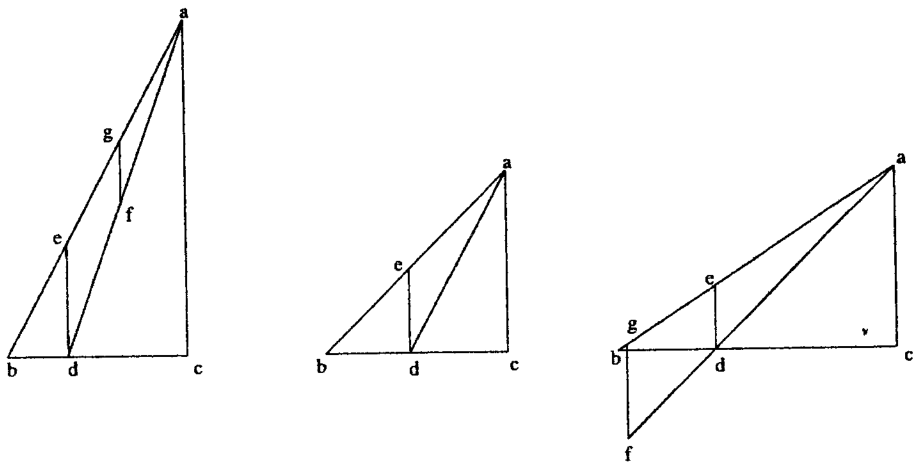
Sia la linea *bα* la commune sectione del piano dell'horologio, e dell'horizonte, sia *bξ* il stile perpendicolar'al piano dell'horologio et alla linea *bα* et *ba* sia equale a *bξ* et sia *ab* perpendicolar'a *bα*; sia *z*Ω la perpendicolar delle 18 hore di ♑, sia *bα*, equale a *za* et a *zξ* perché l'angolo *zba* del triangolo *baz* è retto et equale all'angolo *zbξ*, et la linea *ba* è equale a *bξ*, e la *bz*, è commune a tutti doi li triangoli, adunque *za* è equale a *zξ* adunque *bα* è equale a *azξ*, et essendo l'angolo *bαβ* angolo retto del triangolo *bαβ* equale all'angolo ξ*z*Ω angolo retto del triangolo ξ*z*Ω, perché le linee *bξ*, et *bz* sono equidistante all'horizonte o vogliam dire nel horizonte medesimo, et ξ*z* è nel medesimo

per la 4ª del primo

per la 2ª del 11º

piano delle linee ξb et bz, et la linea $z\Omega$ è perpendicolare all'horizonte e alla
per la 4ª del 11° linea bz, adunque Ωz sarà perpendicolar'al piano $b\xi z$; adunque alla linea
$z\xi$, et l'angolo $\alpha b\beta$ del triangolo $b\alpha\beta$ si fa equale all'angolo $z\xi\Omega$ del triangolo
per la 26 del primo $\xi z\Omega$, et la linea ba è equale alla linea ξz adunque tutti gli angoli e tutti lati
del triangolo $b\alpha\beta$ saranno equali a tutti gli angoli e a tutti i lati del triangolo
$\xi z\Omega$, adunque la linea $\alpha\beta$ sarà equale alla linea $z\Omega$.

[6] | Problema proposto dal Conte Giulio da Thiene



Sit triangulum abc, et ac latus maius latere bc, sit autem ed ipsi ac aequidi-
12 sexti *Elementorum* stans, et connectatur ad, et fiat ut de ad db, sic ad ad aliam quae sit af, et
a signo f ducatur fg ipsi ed aequidistans. Dico lineam fg aequalem esse db.
Quoniam enim fg est aequidistans ipsi ed, triangulum aed, aequiangulum,
per 4 sexti et simile erit triangulo agf, quare eandem habet proportionem da ad af,
quam ed ad gf, proportio vero quam habet ad ad af, eandem est, quam
per 11 quinti; per 9 quinti habet ed ad db sicut igitur[32] ed ad gf, sic ed ad db, ergo gf ipsi db est
aequalis, quod erat demonstrandum.
per quartam sexti ob similitudinem triangulorum Sit ac aequalis cb, erit et ed equalis db et fiat ut ed ad db, sic ad ad aliam,
quae erit ad, punctum d erit punctum quaesitum.
Sit ed minor db, et fiat, ut ed ad db, sic ad ad aliam, quae sit af, et a signo
f ducatur fg ipsi ed aequidistans, erit fg aequalis db.

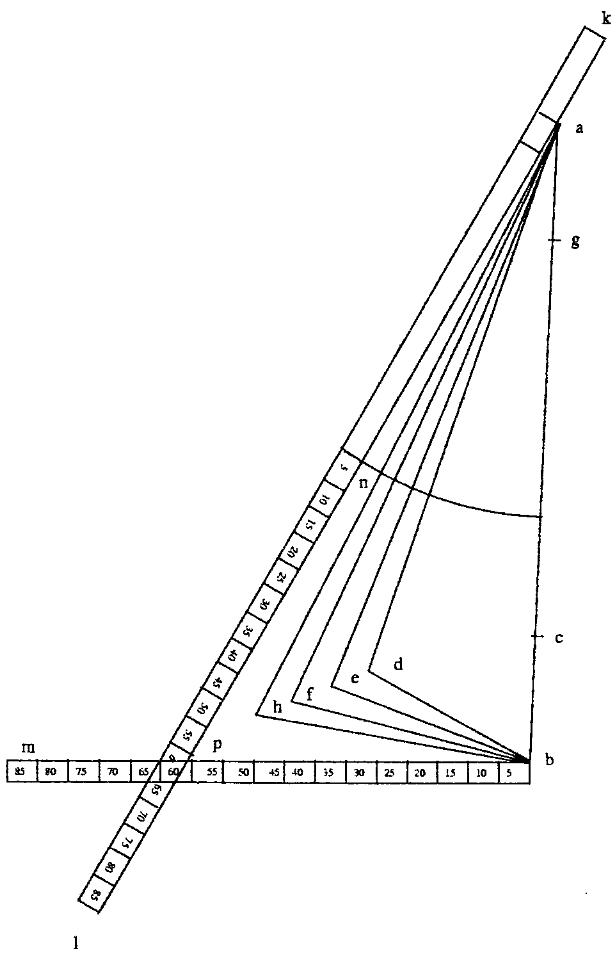
[32] sicut igitur *ex* igitur sicut *M*

Questo[33] problema serve assai alla prospettiva che essendo l'occhio in *a* e vedendosi la linea *db*, trovar la linea *fg*, laqual paia et sia equale alla *db*, e la settione sia sempre equidistante alla *de*.

| Dell'hyperbola [7]

Doi modi di descriver l'hiperbola (oltre a quelli che ha detto Eutocio, et Alberto Durero, et il Comandino) l'uno per punti l'altro continuatamente.

nella 21 del primo d'Appollonio. Nella sua geometria. Nel libro *de horologiorum descriptione*



[33]Questo ∼ *de:* *diverso atramento M*

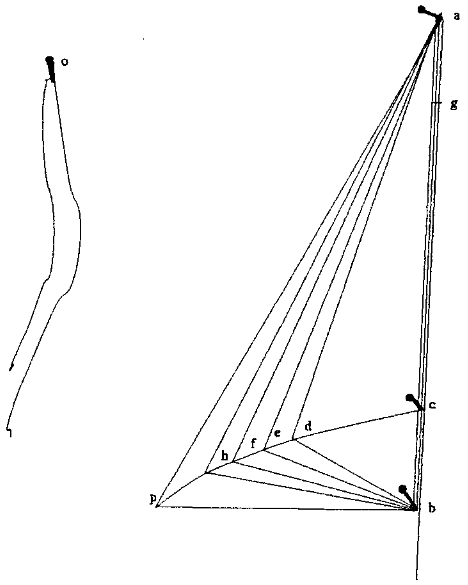
Sia l'asse dell'hyperbola *cg*, sia il rettangolo *gbc* equale al rettangolo *cag*, et l'uno e l'altro sia equale alla quarta parte della figura. Siano *kl* et *bm* doi righe di qual si voglia materia inequale et sia *kl* maggiore *bm* sia la parte *nl* equale a *bm*, et siano *bm* et *nl* divise equalmente, et si notino le divisioni[34] et nella parte *nk*, ci sia un cursore con una punta, accio si possa fermare dove si vuole, et nella riga *bm*, nel *b* ci sia una punta stabile. Per descriver l'yperbola della quale sia l'asse *cg* et *cbg* rettangolo, sia equale alla quarta parte della figura, mettasi la punta che è in *b* della riga *bm* nel punto *b*, accio si possa voltar la riga *bm* atorn'atorno, e la punta stia sempre nel punto *b*; si metta dipoi la punta del cursor che è nella riga *kl*, nel punto *a* e si mandi tanto innanzi, et in dietro, fin che dal cursor, et *n*, cio è, *an* sia equale all'asse *cg*. Dipoi facendo intersecar le righe, segnando tutti li punti, dove si confrontano le divisioni, cio è il 20 dell'una con il vinti dell'altra, et così il 30, con il 30 e siano li punti *cdefhpp*. Dico che *cdefhp* sono punti dell'hyperbola, perché le linee che vengono fatte dalla riga *al*, superano sempre quelle che vengono fatte dalla riga *bm* di una medesima quantità equale all'asse dell'hyperbola, per esser *an* equale a *eg*, et *nl* equale a *bm*, e similmente equale dove le si fanno intersecare, cio è la quantità, che è da *n* a 20, è equale a quella che è da *b* a 20, e così da *n* a 30. Adunque li punti *cdefhp* sono nell'hyperbola, et in tal modo sarà fatta per punti.

per la 51 del 3º di Appollonio

[8] | Ma per descriverla continuatamente, mettasi nelli punti *a b* doi punte sottilissime, e si pigli doi fili e si leghino a una punta come sta *o*, la qual ci descriverà l'hyperbola; mettasi *o* nel punto *c* et un filo si tiri verso *a*, et da *a* ritorni verso *b*, l'altro filo si tiri verso *b*, e con una mano si pigli la punta *o* che è in *c* e con l'altra si pigli tutti doi li fili, facendoli star tirati, tirando la punta *o* et accompagnando con l'altra mano lassando scorrer li fili pian piano li quali sempre passano per li punti *a b* la punta *o* ci descriverà l'hyperbola per la medesima ragione che habbiamo detto delle righe essendo che il filo che nasce da *a* sempre eccede quel che vien da *b* d'una medesima quantità equale all'asse dell'hyperbola, cio è tanto il filo *ad* eccede *db* quanto *ac cb*, et *ae eb*; perché mentre che cammina la punta *o* si allungano li fili et sempre si allungano equalmente, e però quel che da principio era più lungo si mantiene sempre più lungo dell'altro quant'egli era da principio più

[34]divisioni *ex* divisione *M*

lungo[35] et da principio eccedeva quanto era la lunghezza dell'asse dell'asse *cg*, adunque il più lungo sempre[36] eccederà l'altro quanto è la lunghezza dell'asse *cg*.

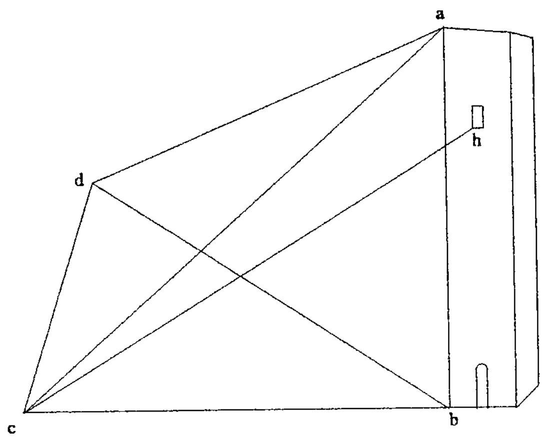


Adunque la punta *o* descriverà continuamente l'hyperbola. In cambio delle punte che sono in *a b*, si pò far passar li fili per doi bugi, ovvero in qual si voglia altro modo, pur che li fili passino sempre per li punti *a b*. per la 51 del 3° di Appollonio

[35] più lungo *in interl. M*
[36] sempre *in interl. M*

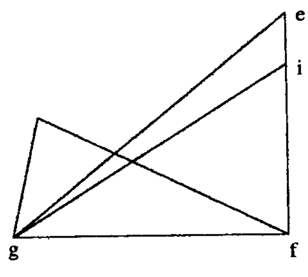
[9] | Del misurar

Per voler misurar è d'avertir che tutti li modi che son già stati scritti, ancor che paiano diversi, sono però quasi tutti conformi, ma è ben vero che nell'operar uno viene meglio dell'altro, et a mio giudizio meglio di tutti, quello di Gemma Phrisio, che è il medesimo di quello che mette Leon Battista Alberti nelli suoi opuscoli, volendo però misurare le cose in piano, perché con quello si può senza dubbio sicuramente misurar qualsi voglia lunga distanza, e descrivere le regioni sicome ognun di loro insegna benissimo.



Per voler misurar l'altezze, profondità, et inclinationi si farà in questo modo. Essend'io nel *c*, e volendo misurar l'altezza della torre *ab* perpendicolar' all'horizonte, nel modo che insegna Leon Battista e Gemma Phrisio con le due positioni *c d*, saprò quant'è da *c* a *b* pie' della torre, e quant'è da *d* a *b* vedendosi però il pie' della torre, e presupponendo che'l pie' della torre *b* et *c* et *d* siano in un medesimo piano equidistante all'horizonte, overo nell'horizonte medesimo, di poi essend'io in *c* osservo la quantità dell'angolo *bca*. Dico che essend'a noi cogniti li doi angoli *acb* e *abc* retto del triangolo *abc*, et cognito il lato *cb*, sapremo quanto sarà alta la torre *ab*.

per la quarta del secondo *dei triangoli* del Monteregio

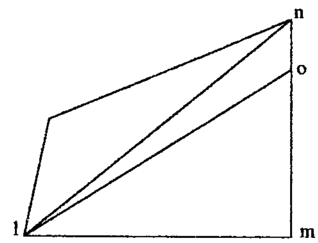


Ma nell'operar ci sarà più facile tirar una linea separatamente che sia gf, et a questa sia perpendicolar ef, e poniamo che da c a b vi sia 30 piedi facciamo che da f a g siano 30 misure equali di qual si voglia grandezza, et dal punto g faccio l'angolo fge equale all'angolo *bca* li triangoli *abc* et efg sono equiangoli, adunque sono simili e proportionali, haverà adunque la medesima proportione ef a fg che ha *ba* a *bc* e di quante misure che sono nella linea fg, sarà ef, di tante sarà *ab* di quelle che sono nella *cb*; e se subbito volemo saper quant'è alta la finestra h nella torre, osservate la quantità dell'angolo *bch*, et si faccia a lui equale fgi, et dove vien segata la linea ef, ciò è nel punto i. fi darà l'altezza di *bh*.

dalla 32 del primo

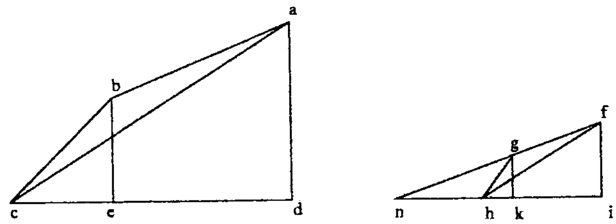
per la 4 del sesto

| [10]



| Ma non si vedendo il pie' della torre et essendo inacessibile con le due positioni c d saprò quanto è da c all'a, et da d all'a sommità della torre, facend'il triangolo *acd*, similmente sapendo la quantità dell'angolo *bca*, et *cba* retto, et havendo cognito il lato *ca*, sapremo la quantità della torre, ma all'operation più facile, tirisi la linea *lm*, la qual ci rappresentava il piano *cb*, et faccio l'angolo *mln*, equal'all'angolo *bca* già asservato, e poniamo che da c all'a, siano 40 piedi, facciamo che da l a n siano 40 misure equali di che grandezza si voglia, si tiri poi dal punto n una perpendicolare *nm* alla linea *lm*, dico che *nm* per le ragioni dette ne darà l'altezza della torre *ab*, et essendo l'angolo *mlo* equale all'angolo *bch*, *om* ci darà l'altezza *bh*. Et è d'avertir, che se non saremo in sito piano, ma aspro e montuoso, essendo nel punto c osservaremo il punto d et b che siano tutti in un medesimo piano equidistanti all'horizonte, et operaremo come si è detto. [10]

per la quarta del secondo *delli Triangoli* del Monteregio



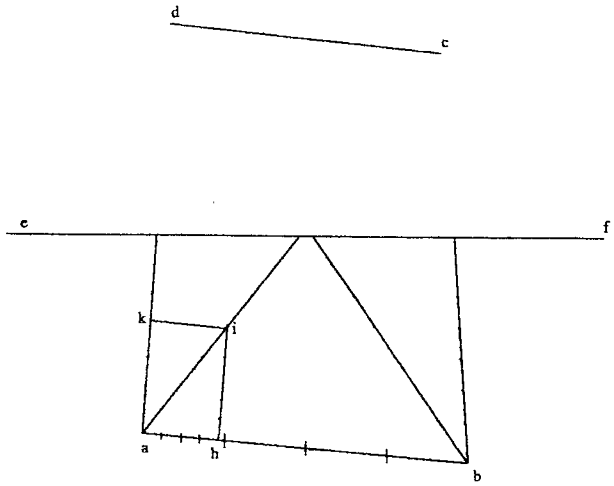
Nelle profondità operaremo nel medesimo modo, ma quasi contrariamente, cioè che secondo che nelle altezze si opera all'in su, nelle profondità si opera all'ingiù.

Da quel che si è detto: sarà facil cosa misurar l'inclinazioni che volendo saper quant'è da *b* all'*a*, e quant'è la sua inclinatione, essendo in *c*, per le cose dette sapremo, quanto è *ad*, et quanto è *be*, et quanto è *cd* et *ce*, e se separatamente operaremo come si è detto, sapremo quanto è *ba*[37], et quant'è la sua inclinatione sopra l'horizonte si come per esempio facendo li triangoli simili fhi, all'*acd* et, ghk, al *bce*; congiungendo gf, e di quante parti sarà fg di quelle che sono nell'hi, di tante sarà *ab* di quelle che sono in *cd*, e slungato il lato fg fin che seghi hi, nel punto n, l'angolo inf darà l'inclinatio di gf che sarà la medesima di quella di *ab*.

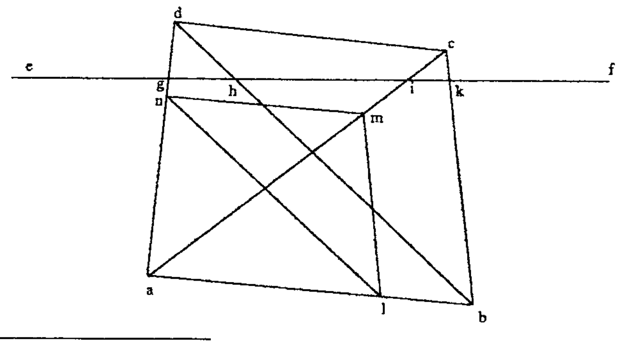
E tutte queste operationi si possono far con qual si voglia instrumento che ci paia a ciò più accomodato.

Dalle altre misure in piano, cioè quant'è da un luogo a un altro, Gemma Phrisio e Leon Battista l'hanno benissimo insegnato, e molti altri che hanno usato il medesimo modo.

[37] *ante ba del.* da *M*



| Siano le doi positioni *a b* et sia cognita *ab* poniamo 4 canne, et essendo in *a* e guardando *cd*, similmente nel *b* e guardando *cd*. Dico che si potrà saper quanto è la *cd* e quanto è ognuna delle distanze, che è da *ab* a *cd* havendo solamente cognita la *ab*, ancorché non si possa slongar le linee dilà dalla *ef*. Tirisi da qual si voglia punto della linea *ab*, una parallela a quella che si vol aver cognita, pur che la non ecceda *ef*, come dal punto *h* tirisi *hi* parallela alla distanza *bc*, e dividasi[38] *ah* in tante parti quante è *ab*, cio è in 4, e di queste misure vedasi quanto è *hi*, et tanto sarà la distanza da *b* a *c* di quelle di *ab*, per la 4 del sesto per essere i triangoli simili, e nel medesimo modo saranno cognite tutte le distanze, dividasi poi *ac* in *i* et *ad* in *k* delle misure *ah*, cioè di quante della *ab* sono *ac ad*, e congiungasi *ki* e dividasi delle misure *ah*, *cd* sarà tante misure della *ab* quanto è *ki* della *ah*, e per essere *ki* equidistante a *cd* si saprà la sua positione, cioè per qual [vento] vada, e similmente le altre. [11]

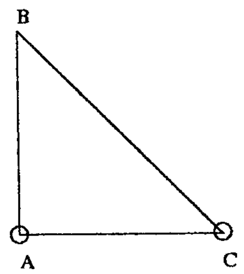


[38] *ante* e dividasi *del.* e dividasi *M*

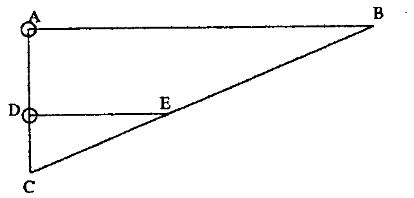
Per tirar una parallela a *cd* non potendo andar di là dalla *ef*, tirisi *ab* in qual si voglia modo, e si guardi *cd*, e si tirino *ag ai bh bk*, e da qual si voglia punto della *ac*, cioè da *m* si tiri *ml* parallela a *kb*, e da *l* si tiri *ln* parallela a *hb* e congiunta *nm*. Dico che *nm* è parallela a *dc*, per che slungando le
per la seconda del sesto
linee *ag ac bh bk* in *dc*, et essendo *ml* parallela a *cb* haverà la medesima proportione *am* a *mc*, che ha *al* a *lb*, e per essere *nl* parallela a *db*, *al* haverà
per la 11ª del quinto
medesima proportione a *lb*, che ha *an* a *nd*, adunque *am* haverà la medesima proportione a *mc*, che ha *an* a *nd*, adunque *nm* sarà parallela a *dc*.

per la seconda del sesto

[12] | Misurar con lo squadro tagliato in otto parti

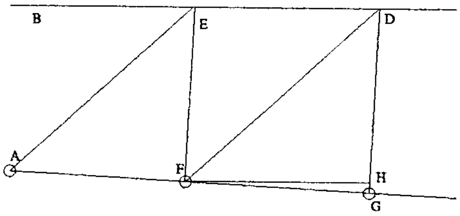


Prima per saper una distanza come *ab* mettasi lo squadro in *a*, et si veda ad angoli retti *bc*, poi si metta lo squadro in *c*, et si veda *a* et *b* con mezzo squadro. Dico che essendo gli angoli *b c* mezzi retti et eguali, che lo *ac* sarà eguale a *ab*. Si che misurata *ac* sapremo la distanza di *ab*. E questo è comodo quando la distanza che si ha da misurare non è molto lontana.

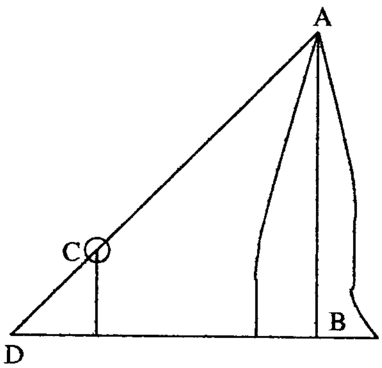


Ma per una distanza lunga come *ab*, si guardi in squadro dall'*a* li punti *b c*, e non vi sia più sito che fin'al *c*. Poi messo lo squadro in *d* si guardi *e* in squadro con *ac*. Misurate poi le linee *cd de ca*, sarà nota anche *ab*, essendo *cd* a *de*, come *ca* ad *ab*. Li punti *c e* si trovaranno con la vista, e con due segnali, come fili canne, e simili.

E se fusse un monte, e che non si vedesse il b guardisi per le spaccature la sommità del monte, facendo star lo squadro sempre retto all'horizonte. In ogni modo sarà cognito il punto dove cade la perpendicolare dalla sommità al piano, dove è lo squadro.

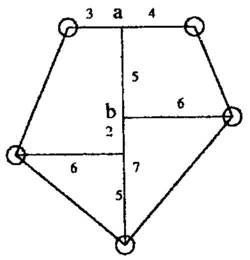


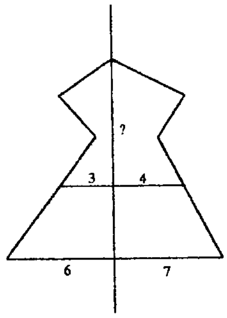
Per tirar una parallela a bd mettasi lo squadro in a, et si veda ef con mezzo squadro. Poi si metta f; et si veda ae con squadro, et senza moversi, si veda dg con mezzo squadro. Finalmente messo lo squadro in g si veda fd con lo squadro. Dico che gli angoli a e d sono mezzi retti, e però le linee fa ef[39] sono eguali, come anche le linee gf gd eguali. Fatta adunque gh eguale all'eccesso, che fg supera fa, che sarà il medesimo che gd supera fe, la linea da f in h sarà parallela a bd.



L'altezza ab si troverà in questo modo, voltisi lo squadro, che li tagli siano equidistanti all'horizonte, e si metta un taglio, che sia retto all'horizonte (che facilmente si farà con un filo) poi si veda ca cd per linea retta et con il mezzo squadro. È manifesto che db sarà eguale a ba, e perché per le cose dette si pò saper quanto è db, adunque sarà cognita l'altezza ba.

[39] *ef correxi ae M*





Da questi si potrà con molt'altri modi misurar con lo squadro, e tor piante e situar piante dentro e fuori[40] e simili altre cose, come mettendo lo squadro in *abc* e misurando le distanze, che sono ad angoli retti, e questo serve per tor piante, et anche volendole situar.

[13] ## | Degl'horologgi

Descrivasi l'analemma come dice Tolomeo e il Comandino che sia *ac* il diametro dell'equinottiale; fk del tropico di ♋ et $\xi\omega$ del capricorno, l'un e l'altro 23 gradi e mezzo discosto dal equinottiale, sia m l'horizonte 43 gradi e mezzo discosto dal polo, il qual seghi li tropici in $[rx]$, e l'equinottiale in e, rn sarà commune sectione del tropico e dell'horizonte.
Sia *abcd* l'horizonte, sia *on* commune sectione dell'horizonte e del meridiano, e dalli punti rex si tirino trs zeg hxi perpendicolar'a *on*, le quale saranno commune sectione dell'horizonte e delli tropici e dell'equinottiale, per essere rn equale a rt, perché ru rt arivano nel cielo e sono tutte due perpendicolar'a *on* laqual passa per e[41] immaginandosi rn perpendicolar'all'horizonte dove il punto u sarà nel tropico nel cielo si come dimostra Tolomeo[42]. Et s t saranno li punti dove il tropico di cancro sega l'horizonte, et s sarà dove in quel di si leva il sole, e t dove il tramonta, similmente gz dell'equinottiale, et ih del ♑; et essendo per centro del ♋, facciasi rq equale a rp, e fatto centro q si descriva il circolo *smt* equal al tropico, e si divida in 24 parte cominciando dal t volendo far l'hore italiane, e l'arco *smt* sarà l'arco diurno del ♋. E perché l'altezza del mezzo di di ♋ è 70 gradi, laqual è equale a

[40] dentro e fuori *in interl. M*
[41] laqual passa per *e* *in interl. M*
[42] si come dimostra Tolomeo *in interl. M*

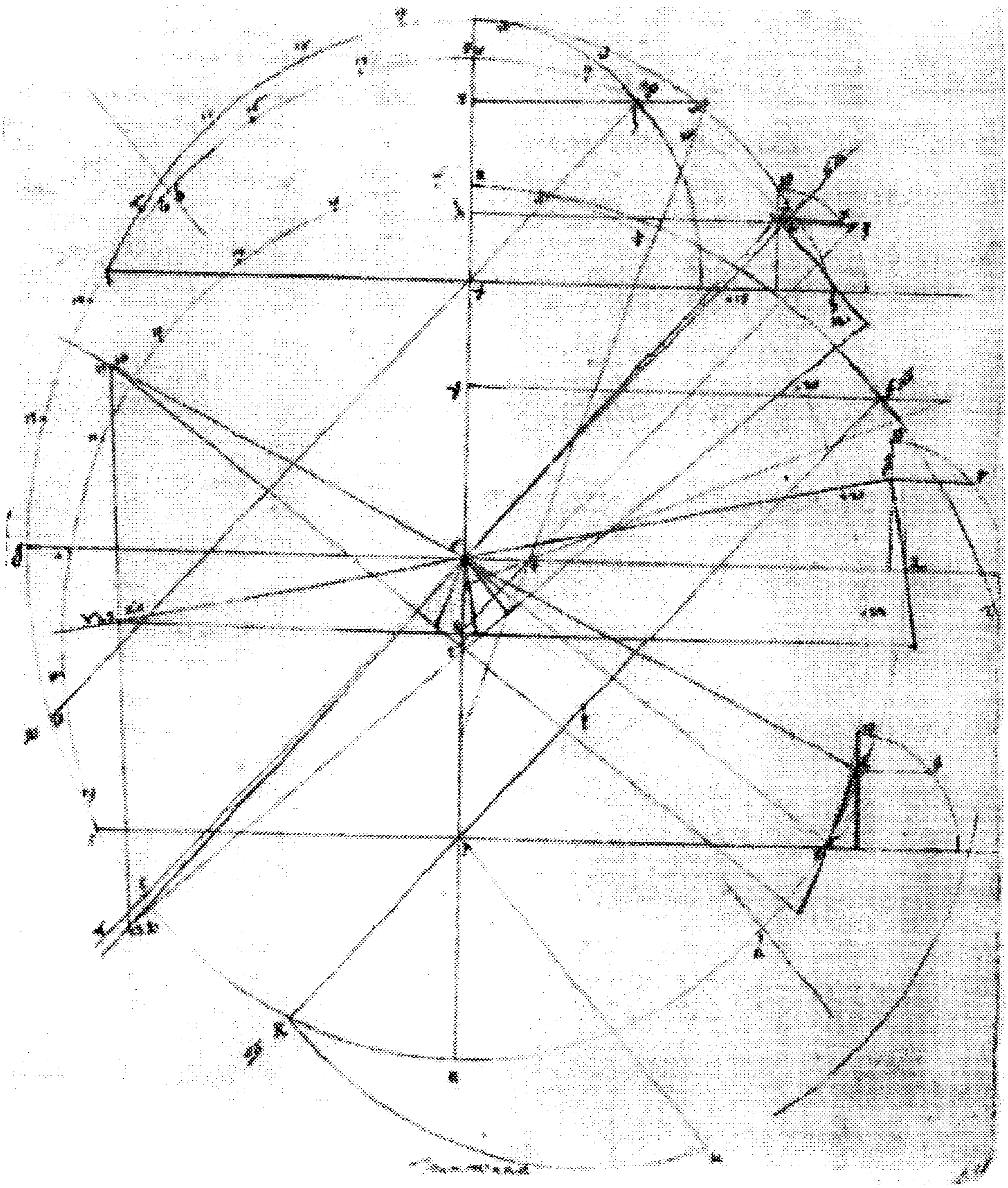
of; tirisi fy perpendicolar'a on; il punto y sarà dove casca la perpendicolar dal tropico di ♋ nel mezzo di nell'horizonte, et yf sarà la sua altezza, et $a\lambda$ dell'equinottiale, e $\nu\xi$ del ♑, e per trovar dove cascano le perpendicolar nell'horizonte delle altre hore, e le loro altezze, si operarà come si è detto nella prima et 2ª propositione della perspectiva, essendo st la commune sectione del piano dell'horizonte e del circolo smt inclinato, facendo il centro r, tirando la quarta mf[3] fin che la seghi st slungata, laqual passava per f essendo rf rm equale, e così fy sarà l'altezza, et y sarà dove la perpendicolar casca nell'horizonte, similmente si faranno le altre hore, come le 23 di ♋ nell'horizonte sarà in α, e la sua altezza αβ, dell'equinottiale nell'horizonte in ♌, e la sua altezza ♌r, del ♑ in i, e la sua altezza ix, e l'inclinatione di tutte l'hore di tutti li circoli, saranno le medesime, perché l'equinottiale e li tropici e gli altri circoli sono paralleli tra loro, et sono inclinati all'horizonte adunque haveranno la medesima inclinatione, e facendo le hore dell'equinottiale la commune sectione sarà gz e del ♑ ih, e se si vorrà far quelle di ♌ si trovarà la commune settione di leone nell'horizonte, et il suo arco diurno, e si operarà come si è detto negl'altri. Et perché $a\lambda$ è la perpendicolare dell'equinottiale nel mezzo di, è chiara cosa che l'ombra (essend'il stile elevato perpendicolarmente nell'horizonte in e) sarà nella linea [on] per esser on commune sectione dell'horizonte e del meridiano, sia et la lunghezza del stile perpendicolar'a on, laqual sarà parallela a λa e perché la punta del stile vol essere nel centro del mondo aggiungasi a λa la quantità $a\rho$ equale a $e\tau$, e tirata $\rho\tau$ in infinito; dove la sega on sarà le 18 hore nell'equinottio, similmente si tiri αe in infinito nella qual sarà l'ombra delle 23 di ♋ , per essere commune sectione dell'horizonte e del circulo verticale che passa per il sole alle 23 hore di ♋, e tirasi $a\varsigma$ perpendicolar'a $e\alpha$ equal a [aA], perché l'altezza del sole è perpendicolar all'horizonte e alla linea $e\alpha$ e casca nel punto α, e dal centro e si tiri una perpendicolar'a $e\alpha$ dell'altezza del stile, e la medesima altezza si aggiunga a $\alpha\varsigma$, e si tiri dalla detta altezza alla punta del stile una linea in infinito e dove la sega [αe] sarà le 23 hore di ♋, e nel medesimo modo si faranno le altre hore. Et è da notar chel punto ς e gl'altri simili punti saranno nel circolo grande $abcd$ per che elevando $a\varsigma$ perpendicolar'all'horizonte[43], | il punto ς toccarà il cielo, et considerando il triangolo [14]

[43] *post* horizonte *del.* e [dimostrata] che la linea *er* per essere il semidiametro sempre tocchi il cielo e per conseguenza *M*

hortogonio[44] $ae\varsigma$ elevato e poi *** nell'horizonte, è di necessità che la linea $e\varsigma$, per essere il semidiametro sempre tocchi il cielo, e per conseguenza anche l'horizonte per essere circolo maggiore. Gli altri punti cioè, dove cascano le perpendicolar nell'horizonte faranno un'elisse come dimostra il Comandino nel libro *de horologiorum descriptione.*

[44]hortogonio *in interl. M*

La figura di pagina 14 delle Meditatiunculae



[15] | In un altro modo

Descrivasi l'analemma come nella precedente, e descrivansi li tropici al suo luogo. *mn qh* saranno equale e commune settione dell'horizonte e delli tropici, *bd* dell'horizonte e del equinottiale, e si dividano li detti tropici e l'equinottiale in 24 parte cominciando da *udh*, volendo far l'hore italiane, e volendo trovar dove casca la perpendicolar delle 23 hore di ♋ e la sua altezza, tirisi *rs* perpendicolar a *fk*, e dal punto *s* si tiri *tsα* perpendicolar'a *on* laqual si facci equale a *sr*. Il punto α sarà nell'horizonte dove casca la perpendicolr delle 23 hore di ♋, si come dimostra Tolomeo nel libro de analemmate, dove egl'insegna di tor le circonferenze horizontale, e tirata *eα*, et *ας* perpendicolar'a *eα* la qual si facci equal a *st*. *ας* sarà l'altezza della perpendicolar sopra l'horizonte, perchè *st* è equale alla detta altezza; che tirando una parallela dal punto *s* a *on* mostra nella circonferenza l'altezza del sole, et *st* viene ad esser'il suo sino retto, si come dimostra il Comandino nel comento sopra Tolomeo nel detto luogo. Et il punto ς sarà nella circonferenza del circolo *abcd* per la precedente. Le altre cose, e l'horologgio si faranno come si è detto nella precedente.

[17] | Fatto che sarà l'analemma, per far gl'horologgi in piano dell'horizonte, si faranno come si è detto di sopra nelle precedenti, ma li verticali, prima bisogna trovar l'aspetto e sia per esempio 58 gradi e mezzo da ponente verso tramontana, ilqual si notarà nell'analemma, et dal centro *e* se gli tirarà *def* perpendicolar, laqual sarà la [dirittura] del piano dove si ha da far l'horologgio, e perché la punta del stile vuol essere nel centro del mondo, facciasi *ea* della lunghezza del stile perpendicolar a *df* e dal punto *a* si tiri *gh* parallela a *df*, laqual sarà commune settione dell'horizonte e del piano done vi ha da far l'horologgio, nel qual si vede che non vi saranno più hore, che le 19, 20, 21, 22, 23 di ♋, e le 22, 23, di ♈, ♎[45] e per trovar li termini dell'ombre tirisi dalle vintitre di ♋ nel piano dell'horizonte una linea che passi per *e*, che è la punta del stile, laqual seghi *gh* in *b*, questa linea è commune settione dell'horizonte e del circolo verticale che passa per il sole alle 24 hore di ♋, adunque l'ombra sarà nella linea che casca dal *b* perpendicolarmente a *gh* et all'horizonte, perché questa linea sarà commune settione del detto circolo verticale e del piano dell'horologgio, per esser parallela alla perpendicolar

per le precedenti

---

[45] ♎ *signo posito in marg. M*

che casca dal sole nell'horizonte. Tirisi adunque dal *b* la perpendicolar *bc* alla linea *bep* e dal punto *m*, che è l'altezza del sole delle 23 hore di ♋, si tiri *mec* che passa per la punta del stile, laqual sega la linea *bc* in *c*, il *c* sarà dove termina l'ombra delle 23 hore di ♋ sotto l'horizonte perpendicolarmente sotto il *b*, perché li doi triangoli *ebc em*23 sono in un medesimo piano, et immaginandoci *m* elevato perpendicolarmente sopra l'horizonte, et il *c* abassato, e che restino in un medesimo piano, *bc* sarà perpendicolar all'horizonte et alla linea *gh*, e sarà nel piano dell'horologgio. Facciasi *gh* separatamente come nel horologgio, et α*b* equal a *ab* nell'analemma, e dal *b* si tiri *bc* perpendicolar a *gh*, e far *bc* equal a *bc*, il *c* nell'horologgio[46] sarà il termine delle 23 hore di ♋ mettendo il stile in α perpendicolar'al piano dell'horologgio lungo quanto è *ae*, e nel medesimo modo si faranno le altre hore. Sicome appar nella figura.

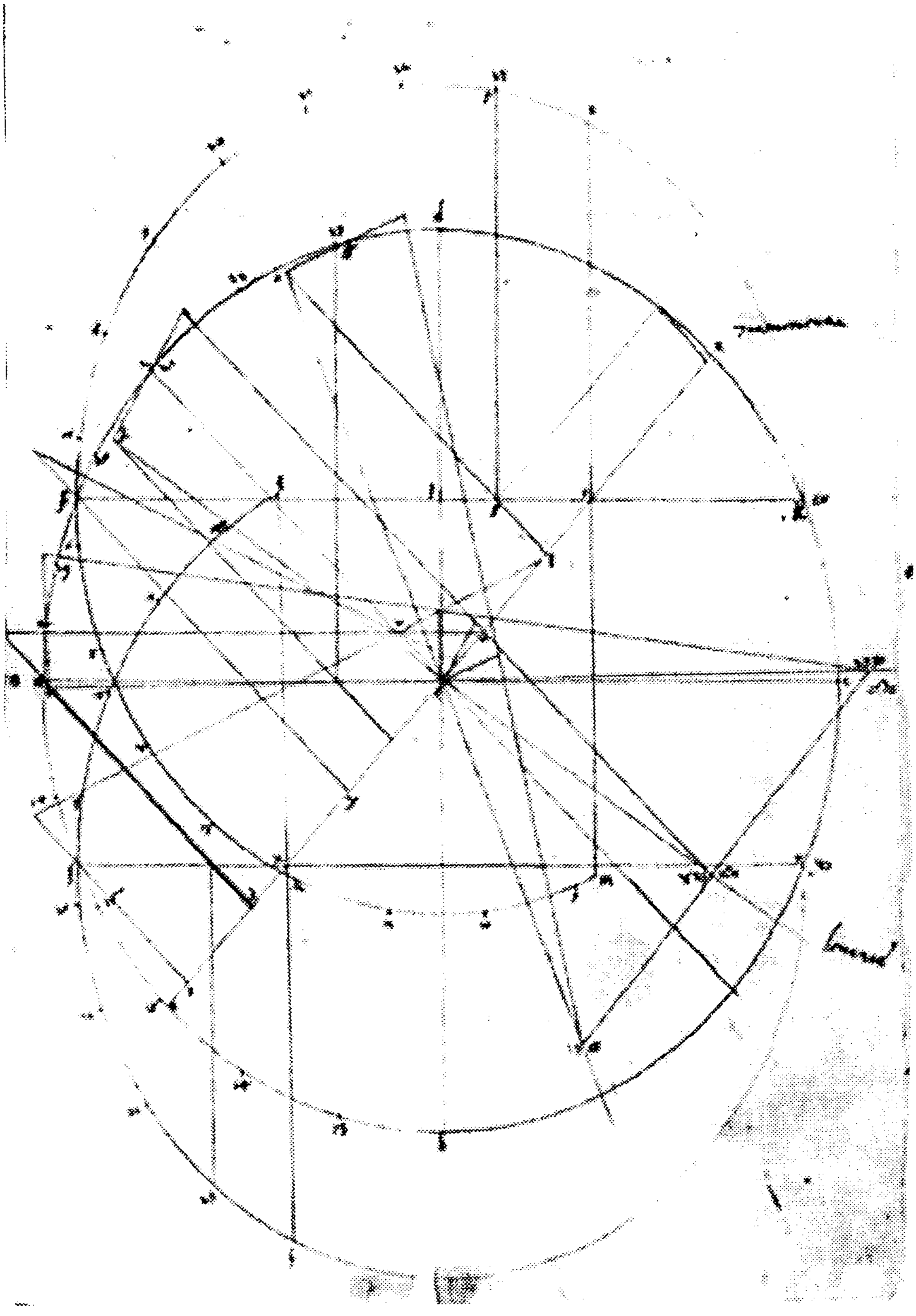
Delle cose dette ne nasce che *pm* è la quantità dell'arco sopra l'horizonte alle 23 hore di ♋, per essere *m*23 la perpendicolar che casca dal sole nell'horizonte alla detta hora, laqual è il suo sino retto; vedasi adunque in un circolo equale a *omn* diviso in 360 gradi, quanti gradi *pm* è di quello, e tanto sarà il sole sopra l'horizonte alla detta hora, e nel medesimo modo si sapranno gl'altri archi.

E per esser *on* commune sectione del meridiano e dell'horizonte, *pn* mostrarà la circonferenza horizontale, e *p* il sito nell'horizonte.

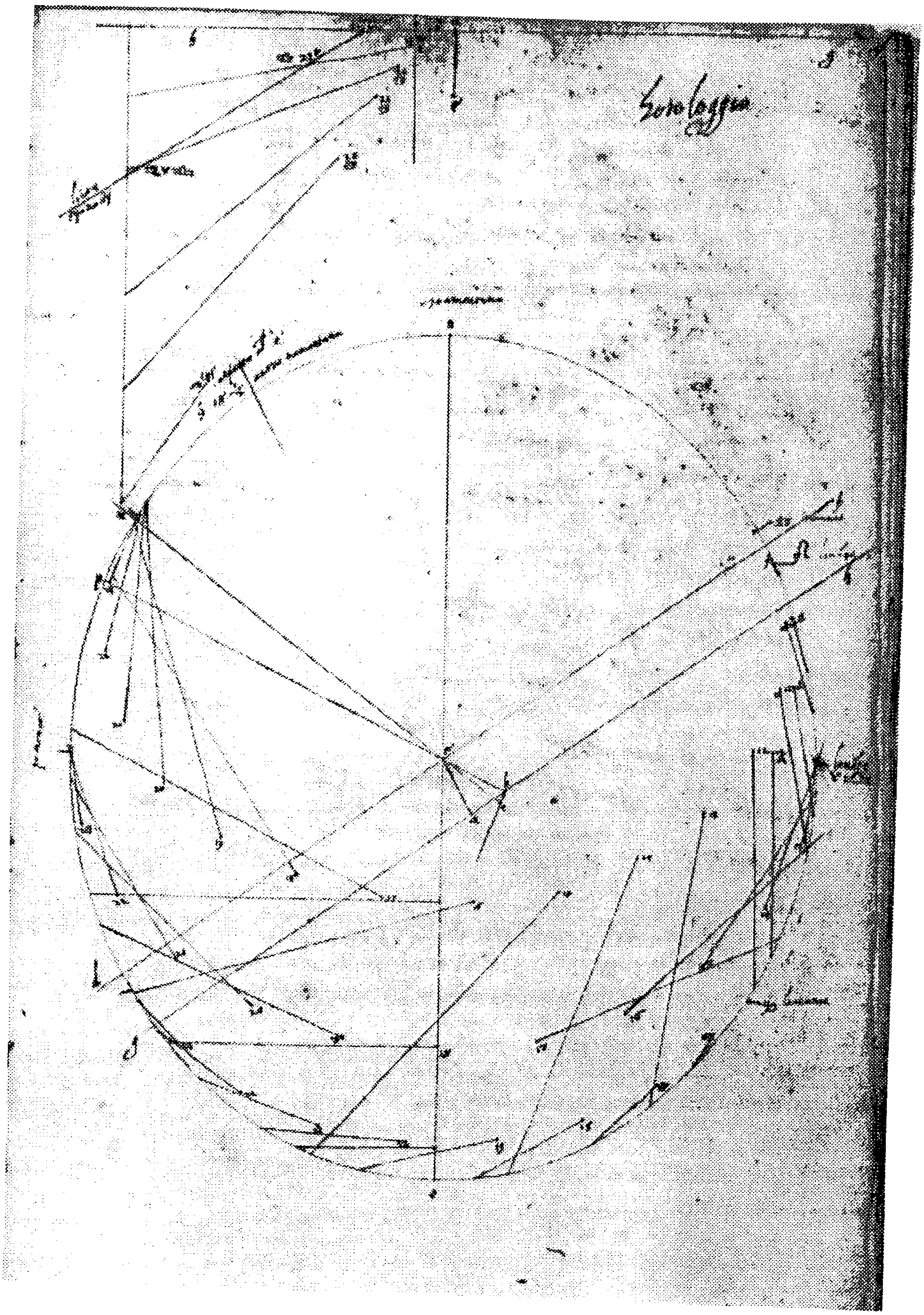
| Da notar negli horologi piani horizontali che la linea delle 12 hore è aequi- [19]
distante alla linea equinoctiale. Et che trovati li punti delli 11, 10, 9, del tropico estivo senza trovar li medesimi d'un'altro parallelo basta tirar dalle 23 dell'equinottiale, et le dette 11, così dalle 22 dell'equinottiale et le 10, et dalle 21 et dalle 9: e saranno fatte giustamente e molto meglio quanto all'operatione per essere detti puncti assai distanti. E questo si dimostrarà poi in c. 129[47].

[46]nell'horologgio *in interl. M*
[47]in c. 129 *diverso atramento M*

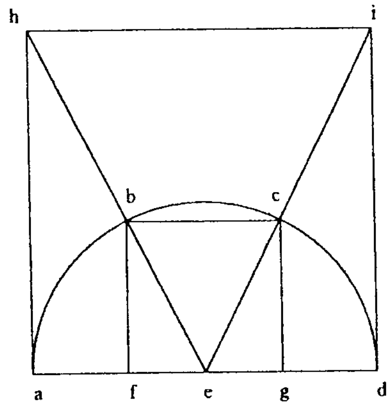
La figura di pagina 16 delle Meditatiunculae



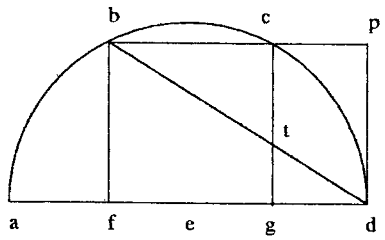
La figura di pagina 18 delle Meditatiunculae



[20] | In dato semicirculo quadratum describere



Sit datus semicirculus *abcd* cuius centrum *e*, oportet in *abcd* semicirculo quadratum describere. Describatur super *ad* quadratum *ahid*, et connectatur *ei eh*, quae semicirculum in *b c* secent et a punctis *b c* ducantur *bf cg*, perpendiculares ad *ad* quae aequidistantes erunt *ha id* et interse, et connectatur *bc*. Quoniam enim duo latera *ed di* trianguli *edi*, sunt 'aequalia duuobus lateribus *ea ah* trianguli *eah*, et anguli ad *a d* sunt recti, erit (per 4 primi) *eid* triangulum triangulo *eha* equale, et angulus *dei* aequalis angulo *aeh*, et quoniam trianguli *ecg* duo anguli *ceg egc*, duobus angulis *bef efb* trianguli *bef* sunt aequales et latus *ec* aequale lateri *eb* quia sunt ex centro,
per 26 primi erit triangulum *ceg* aequale triangulo *bef*, et latus *cg* aequle lateri *bf* et latus *eg* aequale lateri *ef*; et quoniam propter similitudinem triangulorum
per 4 6^{i} *die cge*, est sicut *id* ad *de*, ita *cg* ad *ge*, sed dupla est proportio *id* ad *de*, quia *id* est aequalis *ad*, dupla igitur est *cg* ipsius *eg*, sed *fg* dupla est *eg*,
per 9 5^{i} quare *cg* ipsi *gf* est aequalis, sed *cg* est aequalis *bf*, tres igitur *cg gf fb*
33 primi sunt interse aequales, et quoniam *bf cg* sunt aequales et parallelae, erit *fg* aequalis et parallela *bc*, quatuor igitur lineae *bc cg gf fb* sunt interse aequales, et quoniam parallelogrammum est *bcgf* et anguli ad *f g* sunt recti,
34 primi reliqui igitur anguli hoc est *fbc bcg* recti sunt, quadratum igitur est *bcgf*. In dato igitur semicirculo *abcd* quadratum *bcgf* descriptum est, quod facere oportebat.



Descripto in semicirculo quadrato connectatur *db* quae *cg* in *t* secet. Dico lineas *fd db cg* extrema ac media ratione sectas esse in *g t* punctis, et proportio quam habet diameter semicirculi ad latus quadrati, est eadem, quam habet, tota linea extrema ac media ratione secta, et minor pars simul, ad partem maiorem. Producatur *bc* ex parte *c* in infinitum et a puncto *d* ducatur *dp* ipsis *cg bf* aequidistans. Erit *bp* aequalis et parallela *fd*, quae similiter secta est in *c*, ut *fd* in *g*, quia *bc* est aequalis *fg*; et quoniam *ed ea* sunt aequales, et *eg ef* aequales, erit *ag* ipsi *fd* aequalis et *af* ipsi *gd*, et quoniam *cg* media est proportionalis inter *ag gd*, et *cg* est aequalis *fg*, et *ag* ipsi *fd*, erit *fg* media proportionalis inter *fd dg*, quare *fd* extrema ac media ratione secta est in *g*; et quoniam propter similitudinem triangulorum *bdp btc*, sicut est *pb* ad *bc*, ita est *pd* ad *ct*, hoc est, ut *df* ad *fg*, ita *pd* hoc est *cg* ei aequalis, ad *ct*, similiter propter similitudinem triangulorum *dbf dtg* sicut est *fd* ad *dg* ita est *bf* hoc est *cg* ad *tg* et dividendo, ut *fg* ad *gd*, ita *ct* ad *tg*, sicut igitur est *df* ad *fg*, ita est *gc* ad *ct*, et ut *fg* ad *gd*, ita *ct* ad *tg*, quare *cg*[48] extrema[49] ac media ratione secta est in *t*, similiter propter similitudinem triangulorum *bdp btc*, sicut est *pb* ad *bc*, hoc est, *df* ad *fg* ita est *db* ad *bt*, et propter simiItitudinem triangulorum *bdf tgd*, sicut est *fd* ad *dg*, ita est *db* ad *dt* et dividendo, ut *fg* ad *gd*, ita *bt* ad *td*, sicut igitur *df* ad *fg* ita *db* ad *bt*, et ut *fg* ad *gd*, ita *bt* ad *td*, quare[50] *bd* extrema ac media ratione secta est in *t*. Et quoniam proportio *df* ad*fg* est eadem, quam habet tota linea extrema ac media ratione secta, ad maiorem partem sed *af* est aequalis *gd* quae est minor pars, erit ut *ad* ad *fg* ita *fd dg* simul ad *fg*. Diameter igitur semicirculi eandem habet proportionem ad quadrati latus quam habet tota linea extrema ac media ratione secta, et minor pars simul, ad partem maiorem quod demonstrare oportebat.

per 33 primi

per 13 6^{i}

per 3 def. 6^{i}

per 4 6^{i}

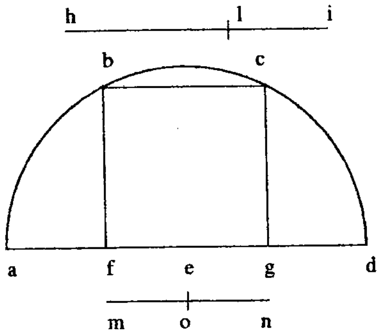
per 17 5^{i}

[48]*cg ex ct M*

[49]*ante* extrema *del.* media est proportionalis inter *cg gt*; *cg* igitur *M*

[50]*post* quare *del.* *bt* media est proportionalis inter *bd* et *dt*; linea igitur *M*

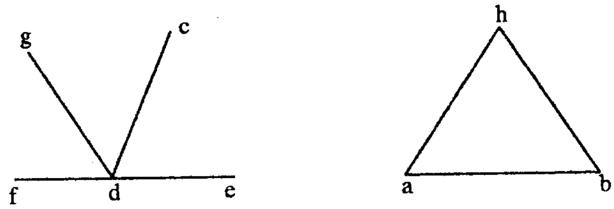
[21] |



Ex hoc manifestum est, quod sit datus semicirculus *abcd* in quo oporteat quadratum describere. Exponatur quaedam recta linea *hi* quae extrema ac
per 30 6[i] media ratione secetur in *l*. Et fiat ut eandem habeat proportionem *ad* ad
per 12 6[i] aliam *mn*, quam habet *li ih* simul ad *hl*, et bifariam secetur *mn* in *o* et fiat *ef* aequalis *mo* et *eg* ipsi *on* et a punctis *f g* ducantur *bf cg* perpendiculares super *ad* et connectatur *bc*, erit *bcgf* quadratum.

Problema

Super data recta linea triangulum aequicrure constituere, angulum ad verticem dato angulo aequalem habens[51].



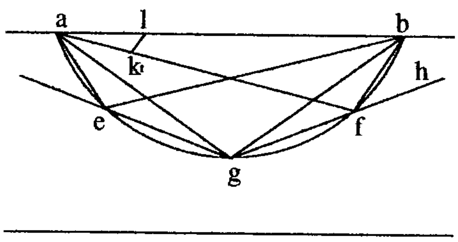
Sit data recta linea *ab*, et datus angulus *cde*, oportet super *ab* triangulum aequicrure constituere, qui habeat angulum ad verticem angulo *cde* aequalem. Producatur *ed*[52] in *f*, et, *cdf* angulum bifariam secetur a linea *dg*, et a puncto *a* constituatur angulus *bah*, aequalis angulo *cdg*; similiter fiat[53]

[51] habens *ex* habentem *diverso atramento M*
[52] *post ed del.* in directum *M*
[53] similiter fiat *in interl. post corr. M*

angulus *abh* aequalis angulo *fdg*; lineaeque[54] concurrant in *h*. Dico[55] triangulum *abh* esse aequicrure, angulumque *ahb* aequalem esse dato[56] angulo *cde*. Quoniam[57] angulus *abh* est aequalis angulo *fdg* et angulus *bah* similiter aequalis *cdg*, erunt anguli ad *a b* aequales, quare [[6 primi]] latus *ah* lateri *bh* aequale erit, et triangulum *abh* aequicrure. Sed quoniam trianguli *abh* [[32 primi]] tres interiores anguli duobus rectis sunt aequales, et [[ex 13 primi]] tres anguli *fdg gdc cde* etiam duobus rectis sunt aequales, cum in recta linea *ef* sint constituti; et anguli ad *a* et *b* ipsis *cdg gdf* sunt aequales, erit et reliquus *ahb* reliquo *cde* aequalis. Triangulum igitur *abh* aequicrure constitutum est, anguli ad verticem *h* angulo *cde* aequalem habens. Quod facere oportebat.

| Problema [22]

Sint *ab cd* lineae aequidistantes et in *ab* duo quaevis punta accipiantur *a b*, et inter *ab cd* accipiatur quodvis punctum *e*. Oportet circuli portionem describere, per tria puncta *a b e*, ita, tamen ut operatio semper fiat in plano per *ab cd* ducto, et semper inter lineas *ab cd*. Oportet autem lineas *ab cd*, tantum esse intersese distantes, ut portio circuli describenda intra ipsas cadat.



Connectatur *ae eb*. Et si angulus *aeb*, vel rectus, vel minor est recto, tunc circuli portionem describemus, quemadmodum Euclides in 33 tertii, vel in 5 quarti docet; centrum enim vel in linea *ab* vel intra triangulum cadit.
Si autem angulus *aeb* est obtusus. Fiat *afb* triangulum aequale trianguli *aeb*, hoc est linea *af* sit aequalis lineae *eb*, et *fb* ipsi *ae*, erit angulus *afb*

[54] *post* lineaeque *del.* ex [*ab*] *M*
[55] Dico ∼ *cde*: *diverso atramento signo posito in marg. M*
[56] dato *in interl. M*
[57] *ante* Quoniam *del. quasdam literas M*

angulo *aeb* aequalis. Describatur deinde super *ab* triangulum *agb* aequicrure habens angulum *agb* angulo *aeb* aequalem, et quoniam anguli *aeb agb afb* sunt inter se aequales erunt [[ex 21 tertii]] puncta *a e g f b* in circuli circumferentia. Connectatur *ge gf* quae in *ef* producantur. Si igitur angulus *egf* circumvolvatur ita ut latus *eg* tangat semper punctum *e* et latus *gf* semper tangat punctum *f*. [[Ex eadem]] punctum *g* circuli circumferentia describet. Ut autem circumferentia *egf* ad puncta *b a* perveniat, circumvertatur angulus *egf*, sed puncta *e g* sint semper in circumferentia *egf* et dum punctum *g* erit in *f*, punctum *f* erit in *h*, ita ut ducta *fh* recta linea ipsi *fg* sit aequalis, et dum *g* super circumferentiam *gf* movetur, et *e* super
ex eadem circumferentiam *eg*, punctum *f* circuli circumferentiam *fh* describet; et hoc modo semper fiat donec circumferentia ad *b* perveniat. Similiter ex parte *a* punctum *e* circuli circumferentiam describet usque ad punctum *a*. Quod facere oportebat.

Si autem sint puncta data *a g b*, et ut puncta *e f* inveniamus, connectatur *ag gb* deinde a puncto *a* ducatur utcumque *af* in qua sumatur quodvis punctum *k* et a puncto *k* constituatur angulus *akl* aequalis angulo *agb*, et a puncto *b* fiat angulus *abf* aequalis angulo *alk*, [[28 primi]] erit *bf* ipsi *kl* aequidistans [[29 primi]] ac propterea angulus *afb* aequalis est angulo *akl*, hoc est *agb*. Et hoc modo non solum punctum *f* inveniemus [[ex 21 tertii]] quod in eadem[58] circumferentia est cum *agfb*, sed infinita puncta inveniemus. Quae omnia in eadem circumferentia erunt fiat deinde operatio ut supra.

[23]

| De horologiorum descriptione
Propositio prima

Sit *pdf* meridianus, cuius centrum *a*, sit *ab* communis sectio horizontis, et meridiani. Sit *cad* communis sectio meridiani et aequinoctialis, *ef* meridiani et capricorni. Sit *nfme* circulus capricorni, sit *mn* communis sectio horizontis et capricorni. Erit *ma* perpendicularis ad *ab*, et *ef*, quare et ad planum per *ab*, et *ef*, erit igitur *mn* perpendicularis ad[59] meridianum[60], sit *ap* perpendicularis ipsi *ab*, sit *pi* aequidistans ipsi *ab*, quae erit in eodem

hoc patet per ea quae dicta sunt in analemmate

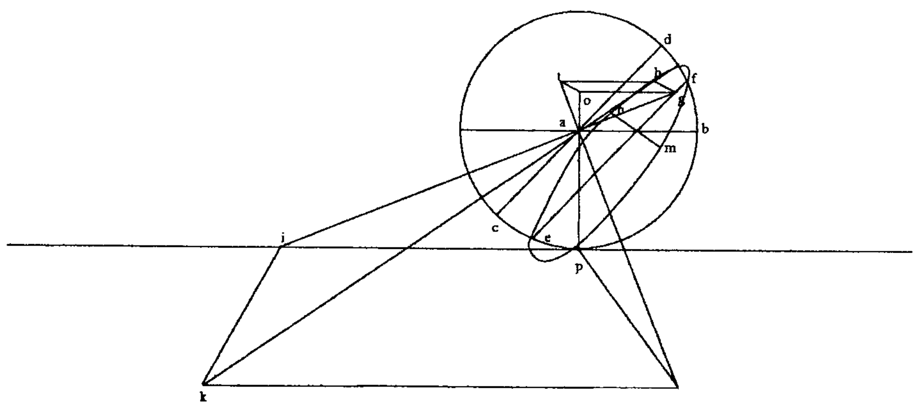
[58] in eadem *ex* ineadem *M*
[59] ad *in interl.* *M*
[60] meridianum *ex* meridiani *M*

plano meridiani, et intelligatur planum per pi, aequidistans horizonti: sit sol in capricorno in h, supra horizontem. Ducatur hg perpendicularis ef, quae erit aequidistans mn, et perpendicularis ad planum meridiani. Ducatur go aequidistans ab, et pertrahatur ap ad o, et a puncto o ducatur ot perpendicularis ad op, et ad planum meridiani, quae sit aequalis hg , erit per 16 undecimi
to ipsi hg aequidistans. Ducatur tax, quae cum plano per pi conveniat in x, et hak, quae cum eodem plano conveniat in k et connectatur kx. Dico kx parallelam esse pi. Connectatur th, erit th aequalis, et aequidistans og. Sed og est aequidistans pi, cum sit aequidistans ab, quare th ipsi piy parallela erit, sed quoniam og est aequidistans ab et to hg sunt perpendiculares ad planum meridiani erit planum $tgho$ ad rectos angulos ad planum per 18 undecimi
meridiani. Ergo planum $thgo$ horizonti, et plano per pi est aequidistans; et quoniam triangula ath akx in uno et eodem sunt plano. erit th aequidistans per 2 undecimi
kx, sed th est aequidistans pi, kx igitur ipsi pi est aequidistans, quod erat per 16 undecimi
demonstrandum.

per 9 undecimi

Insuper ducta px, dico px perpendicularem esse ipsis pi kx quia triangula ato apx in uno et eodem sunt plano, erit px parallela to, quae est perpendicularis ad meridianum, erit px ad meridianum[61] perpendicularis, ergo et per 16 undecimi per 18 eiusdem
ad pi et kx. Quod est propositum.

[24]



Iisdem positis ducatur gai, quae conveniat cum pi in i, sunt enim omnes in eodem plano meridiani. Connectaturque ik. Dico ik ad pi perpendicularem esse. Triangula enim ahg, aik, in uno et eodem[62] sunt plano, ideo erit hg per 2 undecimi

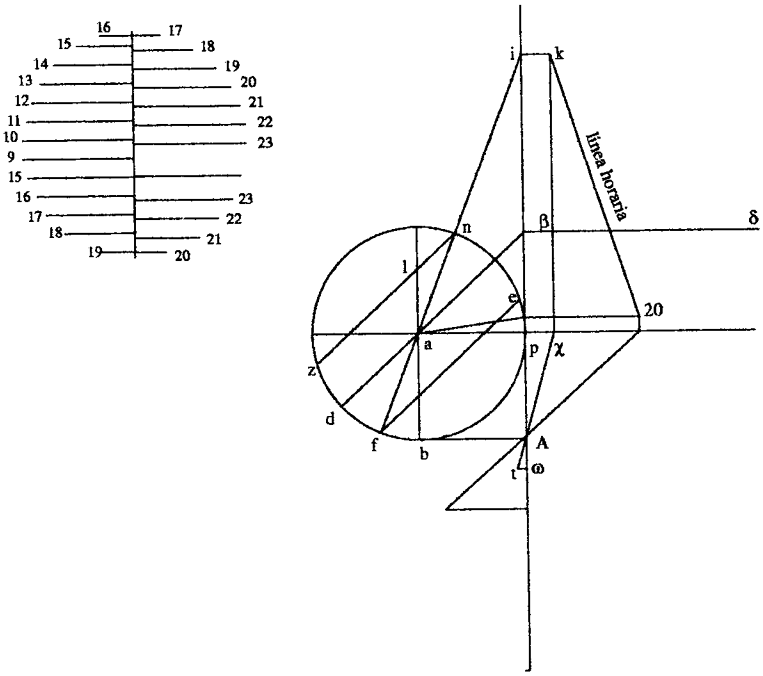
[61] meridianum *ex* meridiani *M*

[62] eodem *post corr.* *M*

per 16 undecimi aequidistans ik, sed hg est perpendicularis ad planum meridiani, ik igitur eidem plano perpendicularis erit, sed pi est in plano meridiani, ergo ki ad per 18 undecimi pi est perpendicularis, quod erat ostendendum.

Patet etiam, si ap sit[63] altitudo gnomonis supra planum planum per pi horizonti aequidistantem, cum sol est in h, solis umbram terminare in k.

[25] | Propositio secunda



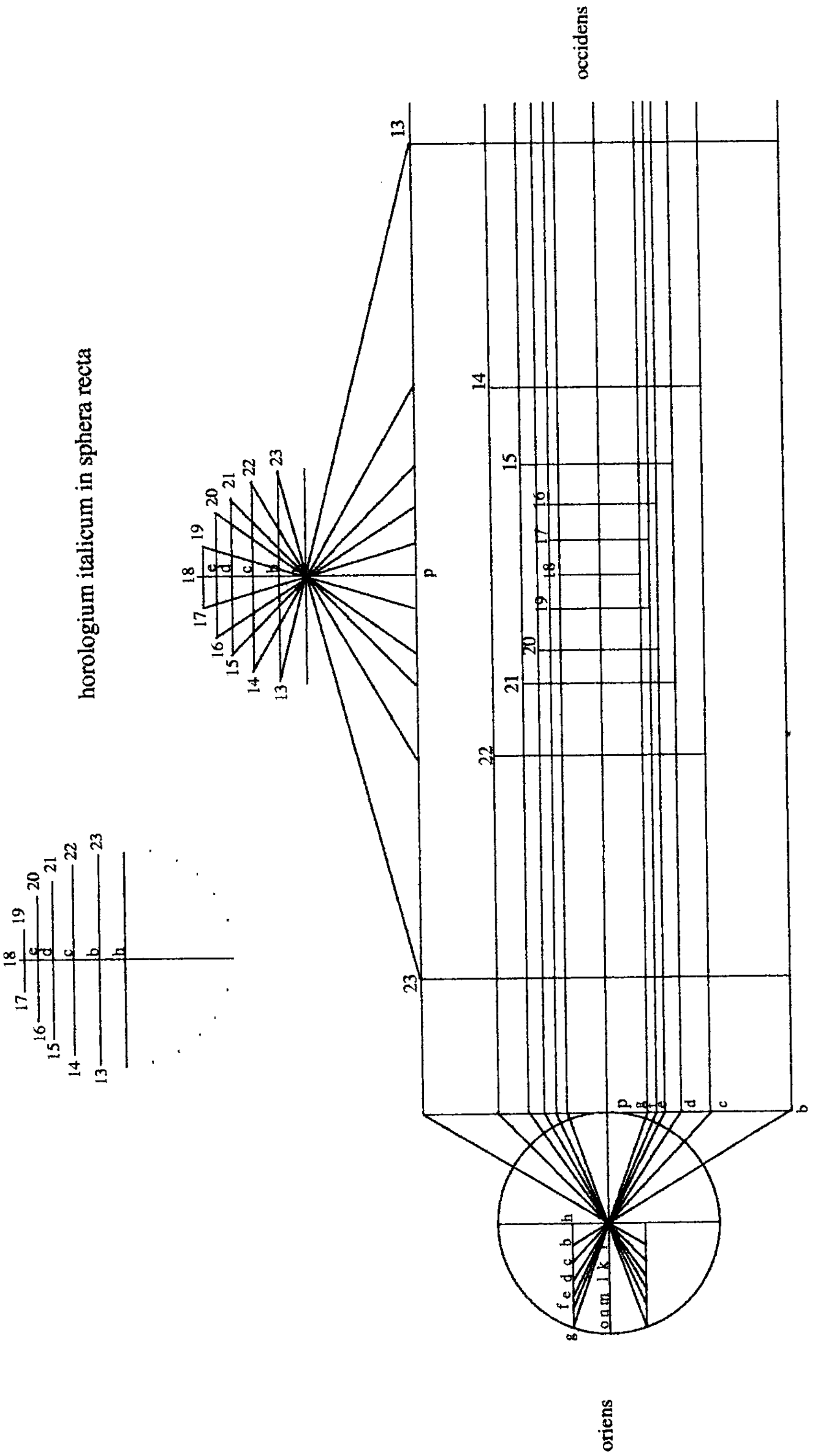
Sit pi linea meridiana, pa altitudo gnomonis quae sit[64] perpendicularis pi et centrum a spatioque ap describatur circulus pfd meridanus, in quo accipiatur circumferentia pc, quae sit aequalis latitudini regionis, ductaque cad, erit cad diameter aequinoctialis, et ducantur diametri tropicorum, ut in analemmate ef capricorni, uz cancri, qui secentur a diametro horizontis in l s. Descibatur seorsum circulus tropicorum, qui dividatur in 24 partes, ex quibus ducantur perpendiculares ad diametrum, [notenturque] divisiones in diametris tropicorum lz sf sicut fit in Analemmate. Ut exempli gratia

[63] sit *ex* est *M*

[64] quae sit *post corr.* *M*

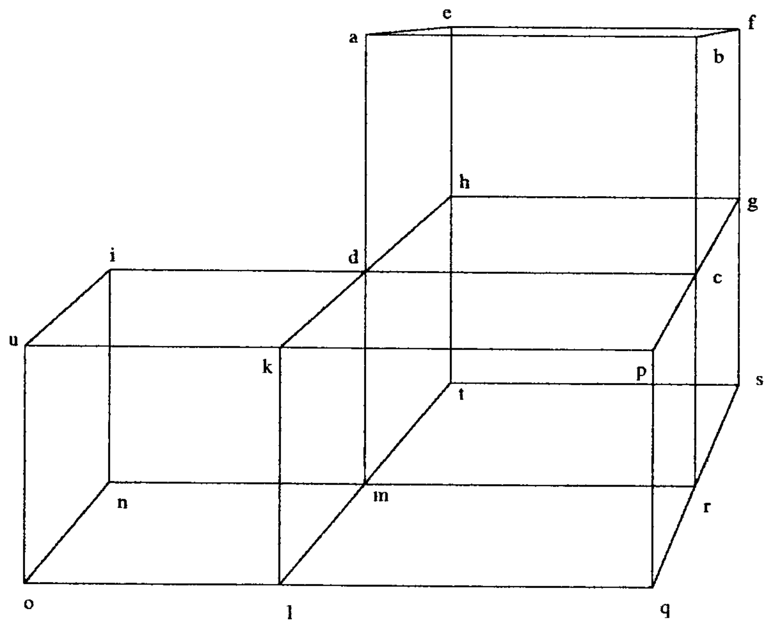
facienda sit 20 hora cancri at capricorni, fiat sg aequalis qr, et ly aequalis $q\alpha$, et ducatur[65] gai. Deinde in linea meridiana sit pA aequalis pa, hoc est altitudini gnomonis[66] sitque px perpendicularis pA, ducaturque go aequidistans ab, et fiat $A\omega$ aequalis ao, fiatque ωt[67] perpendicularis ipsi ωp, quae sit aequalis r 20 ♑, et ducatur tAx, et a puncto x ducatur xk parallela pi, et a puncto i ducatur ik perpendicularis ad pi, quae se invicem secent in k, punctum k per precedentem est terminus umbrae sole existente in tropico ♑, hora 20 similiter fiat in aliis: β♌ erit communis sectio horizontis et aequinoctialis.
Sed ne fiat confusio linearum, possumus[68] seorsum invenire distantias pi et px postea ponere eas ubi conficiendum est horologium.
Similiter possumus eas invenire per lineas parallelas lineis pi px, ut patet in horologio sequenti.

[65]ducatur *ex* ducantur *M*
[66]altitudini gnomonis *post corr. M*
[67]ωt *ex* [*at*] *M*
[68]possumus *post corr. M*



horologium italicum in sphera recta

| Duobus datis solidis similibus parallelepipedis, duo media solida parallelepipeda in continua proportione invenire. [27]



Sint data solida similia parallelepipeda *ag do*, oportet inter haec solida, duo media solida parallelepipeda in continua proportione invenire: constituantur data solida ita, ut sese tangant in puncto *d*, et sit in directum *hd dk*, et *id dc*, et parallelogramma *dcgh* sit simile parallelogrammo *dkui*, (per 7 def[initionem] undecimi): producantur *gc uk*, quae in *p* conveniant, erit *dcpk* parallelogrammum, ex quo secundum altitudinem *dm* compleatur solidum *kr*, similiter compleatur solidum *ds*. Dico solidum *ag* ad solidum *gm* eandem habere proportionem, quam habet solidum *gm* ad solidum *mp*, et solidum *pm* ad solidum *mu*. Quoniam enim parallelogrammum *hgcd* simile est parallelogrammo *idku* erit (per primam definitionem sexti) latus *cd* ad latus *dh*, ut *id* ad *dk*, et permutando ut *cd* ad *di*, ita *hd* ad *dk*; similiter propter similitudinem parallelepipedorum erit parallelogrammum *ah* simile parallelogrammo *dl*, eritque latus *ad* ad latus *dh*, ut *md* ad *dk* et permutando ut *ad* ad *dm*, ita *hd* ad *dk*, quare (per 11 quinti) in eadem sunt proportione, *cd* ad *di* et *hd* ad *dk*, et *ad* ad *dm*: et quoniam totum solidum *abfemrst* secatur plano *dcgh* parallelo eis, quae ex opposito planis, erit (per

25 undecimi) solidum *ag* ad solidum *gm*, ut basis *ed* ad basim *dt*, sed ut basis *ed* ad basim *dt*, ita (per primam sexti) *ad* ad *dm* erit igitur solidum *ag* ad solidum *gm* ut *ad* ad *dm*. Similiter solidum *hgstkpql* secatur plano *dcrm* parallelo eis, quae ex opposito planis, erit solidum *hr* ad solidum *rk*, ut basis *hdmt*, ad basim *dklm*, sed ut basis *hm* ad basim *mk*, ita est *hd* ad *dk*, ut igitur solidum *hr*, ad solidum *rk*, ita est *hd* ad *dk*, sed ut *hd* ad *dk*, ita est *ad* ad *dm*, quare ut solidum *ag*, ad solidum *gm*, ita est solidum *gm* ad solidum *mp*, similiter quoniam solidum *iuoncpqr*, secatur plano *dklm* parallelo eis, quae ex opposito planis, erit solidum *dq* ad solidum *do*, ut basis *pd* ad basim *du*; sed ut basis *pd* ad basim *du*, ita est *cd* ad *di*, ut igitur
[28] solidum *qd* ad solidum *do*, ita est *cd* ad *di*, sed ut *cd* ad *di*, | ita est *hd* ad *dk*, et *ad* ad *dm*, ut igitur solidum *ag* ad solidum[69] *gm* ita est solidum *gm*, ad solidum *mp*, et solidum *pm* ad solidum *mu*, quare in continua sunt proportione. Duobus ergo datis solidis similibus parallelepipedis *df*, et *do*, duo media solida parallelepipeda *gm*, et *mp* in continua proportione constituta sunt, quod fecisse oportebat.

Operatio in numeris

dk	*dc*	*dm*	*dk*	*dc*	*dm*	*dh*	*dc*	*dm*	*dh*	*dc*	*am*
2	3	5	2	6	5	4	6	5	4	6	10
	2			2			4			4	
	6			12			24			24	
	5			5			5			10	
	30			60			120			240	

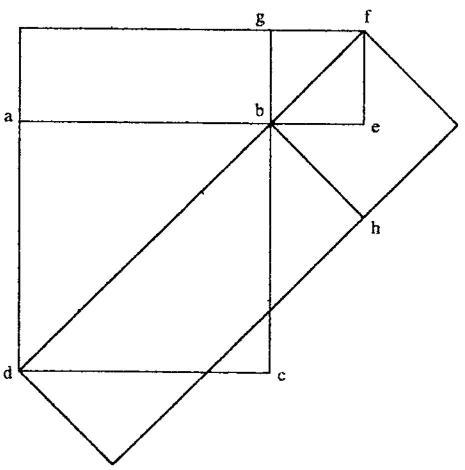
Ex his manifestum est solida media data solida similia[70], ex datis solidis oriri.

[69] solidum *in marg. M*
[70] data solida similia *in interl. M*

| Duobus datis quadratis rectangulum ex diametris contentum, [29]
duplum simileque est ei, quod ex lateribus continetur.

Aliter

Rectangulum ex diametris duorum datorum quadratorum contentum, duplum, simileque est ei, quod ex lateribus continetur.



Sint data quadrata *ac ge* et rectangulum ex diametris contentum sit *dh*, ex lateribus vero *ag*. Dico *dh* duplum simileque esse ipsi *ag*. Exponatur quadrata ita, ut *ab* sit in directum *be*, et quia *bf bh* sunt aequales compleatur quadratum *hf*. Quoniam enim triangulum *abd* simile est triangulo *bfe* sunt enim quadratorum[71] mediatates. Erit *db* ad *bf* hoc est ad *bh*[72] ut *ab* ad per 4 6^{i}
be hoc est ad *bg*[73] et propterea *dh* simile erit *ag*. Sed ut *db* ad *bf*, ita rectangulum *dh* ad quadratum *hf*, similiter ut *ab* ad *be* ita rectangulum *ag* per primam sexti
ad quadratum *ge*, quare ut *dh* ad *hf* ita *ag* ad *ge*. Et permutando, ut *dh* per 16 quinti
ad *ag*, ita *hf* ad *ge* sed *hf* duplum est *ge*. Ergo *dh* ipsius *ag* duplum erit, per 47 primi
quod ostendere oportebat.

[71]quadratorum *in interl. M*
[72]hoc est ad *bh* *in interl. M*
[73]hoc est ad *bg* *in interl. M*

[30] | De libra

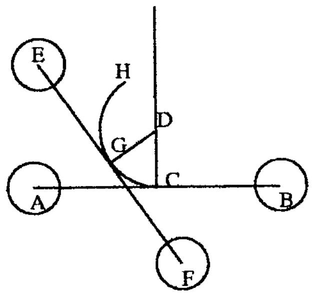
Questiones Aristotelis de libra aliter demonstratae.

Suppositio

Centrum gravitatis deorsum tendere.

Propositio prima

Libra horizonti aequidistans, spartum habens sursum, cum mota fuerit, in aequilibrium horizonti aequidistans redit.



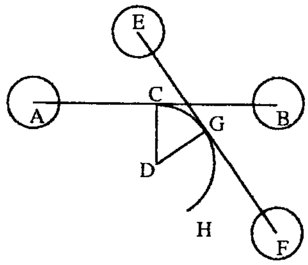
Sit libra *ab* horizonti aequidistans, cuius medium *c*, sitque *cd* ad rectos angulos ad *ab*, et sit *cd* ita cum *ab* connexa, ut ad *ab* sit semper perpendicularis. Sitque *d* spartum, hoc est, centrum[74] immobile sive truttina supra libram, et in *ab* pondera appensa sint aequalia. Moveatur libra, quae perventiat ad *ef*, tunc *dc* erit in *dg*. Et *c* circumferentiam circuli *cgh*, cuius centrum *d* describet; et quoniam in *ef* appensa sunt pondera aequalia, centrum gravitatis eorum erit in medio in puncto *g*, sed centrum gravitatis semper deorsum tendit, *g* igitur movebitur deorsum per circumferentiam *gc*. Est enim *d* punctum immobile; et quia infimus locus est *c*, ideo *g* semper movebitur donec redeat in *c*, et cum *g* erit in *c* libra *ef* redibit horizonti aequidistans in *ab*, quod erat demonstrandum.

per 4 primi Archimedis *de aequeponderantibus*

[74]hoc est, centrum *signo posito in marg. M*

Propositio secunda

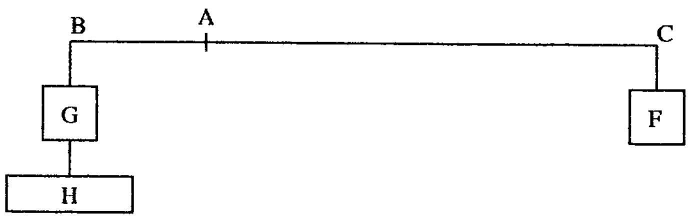
Si vero libra habet spartum deorsum, non redit in aequilibrium sed deorsum tendit.



Sit libra *ab*, sitque *cd*, ut supra dictum est. Et sit *d* spartum sub libra. Moveatur libra *ab*, quae perveniat in *ef*, tunc *cd*, erit in *dg*, et *g* erit centrum gravitatis ponderum, quae sunt in *e f*, sed *g* deorsum tendit, cum sit centrum gravitatis quare deorsum per circumferentiam *gb* cuius centrum *d* movevitur, linea ergo *ef*, hoc est libra, in qua est punctum *g* similiter deorsum movebitur. Quod erat ostendendum.

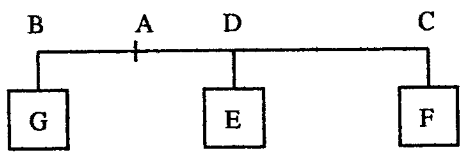
Novisse [tamen] oportet Aristotelem non proponere hanc questionem hoc modo nempe, ut *ef* deorsum tendat, sed asserit eam manere. Quod quidem Alexander Piccolomineus in sua parafrasi, Senensisque ille qui est lingua nona vernacula venit, minime animadverterunt quippe qui conclusionem quamvis veram a problemate tamen Aristotelis diversam attulerunt. Quomodo autem Aristotelis sententia sit intelligenda nos in nostro *mechanicorum libro* in tractatu *de libra*, docuimus.

| Pondera aequalia in libra appensa eam in gravitate proportionem habent; quam distantiae, ex quibus appenduntur. [31]



Sit libra *bac*, quae suspendatur in *a* et ex punctis *b c* appendantur aequalia pondera *g f*. Dico pondus *f* ad pondus *g* eam in gravitate proportionem habere, quam habet distantia *ca* ad distantiam *ab*. Fiat ut *ba* ad *ac* ita pondus *f* ad *h* et *h* appendatur in *b*. Pondera igitur *hf* aequeponderabunt ex *a*: sed cum pondera *f g* sint aequalia habebit pondus *h* ad pondus *g* eandem proportionem, quam habet ad *f*, ut igitur *ca* ad *ab*, ita est *h* ad *g*, et quoniam pondera *g h* in eodem puncto *b* sunt appensa, ideo in eadem proportione erit gravitas ad gravitatem, ut magnitudo ad magnitudinem, hoc est si pondus *h* triplum sit ponderis *g*, gravitas etiam ponderis *h* tripla erit ponderis *g*, quare ut *ca* ad *ab*, ita est gravitas ponderis *h* ad gravitatem ponderis *g*, sed gravitas ponderis *f* in *c*, est aequalis gravitati ponderis *h* in *b*, gravitas igitur ponderis *f* ad gravitatem ponderis *g* est, ut *ca* ad *ab*, videlicet ut distantia ad distantiam.

[32] |



Si vero libra *bac* secetur utcumque in *d*, et in *d c* appendantur pondera aequalia *e f*. Dico [simile] pondus *f* ad pondus *e* eam in gravitate proportionem habere, quam habet distantia *ca* ad distantiam *ad*. Fiat *ab* aequalis *ad*, et in *b* appendatur pondus *g* aequale utrique ponderi *e* et *f*. Quoniam enim *ab* est aequalis *ad*, pondera *g e*[75] aequeponderabunt. Sed cum gravitas ponderis *f*, ad gravitatem ponderis *g*, sit ut *ca* ad *ab*, et gravitas ponderis *e* sit aequalis gravitati ponderis *g*: gravitas ergo ponderis *f* ad gravitatem ponderis *e*; erit ut *ca* ad *ab* hoc[76] est ut *ca* ad[77] *ad*. Quod[78] erat ostendendum.

---

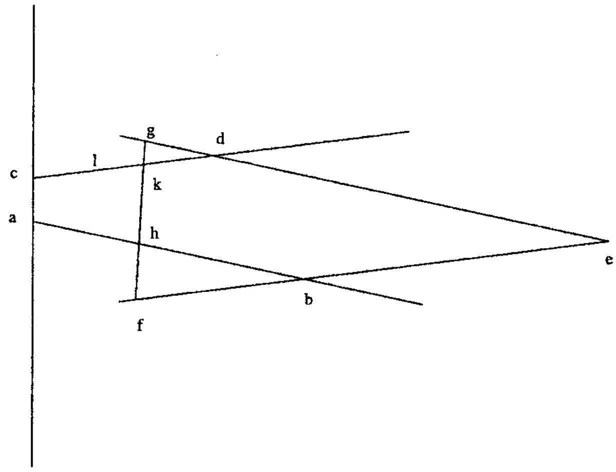
[75] *post g e del.* in *a M*

[76] hoc ~ *ad*: *in interl. M*

[77] ad *bis M*

[78] *ante* Quod *del.* sed *ad* est aequalis ipsi *ab* quare ita est gravitas ponderis *f* ad gravitatem ponderis *e* ut distantia [*ca*] ad distantiam *ad M*

| Sint lineae *ab cd*, quae ex parte *ac* concurrant. Oportet super *ab* et *cd* rectam lineam ducere, quae angulos ex parte *ac* aequales efficiat et operatio fiat semper a punctis *a c* versus *bd*. [33]



Accipiatur in *ab* quodvis punctum *b*, a quo ipsi *cd* aequidistans ducatur *be*. Similiter in *cd* accipiatur *d*, a quo ipsi *ab* aequidistans ducatur *de*, quae in puncto *e* conveniant. Deinde fiat *ef eg* aequales; connectaturque *fg* quae lineas *ab cd* secet in *h k*. Et quoniam [[5 primi]] angulus *efg* aequalis est angulo *egf*, et [[29 primi]] angulus *fbh* aequalis angulo *feg*. Et angulus *gdk* eidem *gef* aequalis, erunt anguli *fbh gdk* intersese aequales; quare et reliquus angulus *bhf* angulo *dkg* aequalis erit, sed [[15 primi]] *bhf* est *ahk* aequalis, et *dkg* ipsi *ckh* aequalis. Anguli igitur *ahk ckh* sunt intersese aequales. Ergo ducta est *kh*, quae angulos ex parte *ac* aequales efficit. Quod erat faciendum.

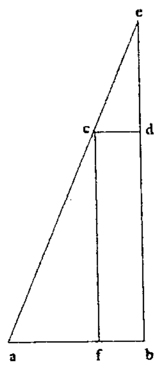
Quod[79] si hoc idem ab aliquo dato puncto in lineis *ab cd* ut *l* fieri opus fuerit constituantur eadem, et a puncto *l* ipsi *kh* aequidistans ducatur [quod] factum erit.

Sint aequidistantes lineae *ab cd* datae, ductaque[80] *bd* sit quoque data. Ducatur *ace*, quae productam lineam *bd* in *e* secet. Dico lineam *de* cognitam esse[81].

[79] Quod ~ erit: *diverso atramento M*

[80] *post* ductaque *del.* *bd* ad ipsas perpendicularis *M*

[81] esse *ex* est *diverso atramento M*



Ducatur *cf* ipsi *bd* aequidistans, erit *cb* parallelogrammum. Data vero est *ab*, similiter et data est *cd*, hoc est *fb*. Ergo et *af* data erit. Cum itaque data sit *af*; et *cf*, cum sit aequalis *bd* sit quoque data; erit proportio *af* ad *fc* data; ⟨atqui ut *af* ad *fc*, ita est *ab* ad *be*, et cognita est *ab*, cognita igitur [[6 primi *triangulorum* Jo. de Monteregio]] erit et *be*. Quare, cum sit *bd* cognita, reliqua etiam *dc* data erit.⟩ Brevius[82] atqui ut *af* ad *fc* ita *cd* ad *de* quippe cum triangula *acf cde* interse sint similia. Datae vero sunt *af fc cd*. Ergo *de* data erit. Quod demonstrare oportebat.

Operatio in numeris

ab 10
cd 4 *bd* 12 10
af 6 10
120

120 | 20 *be*
6 | 12
8 *de*

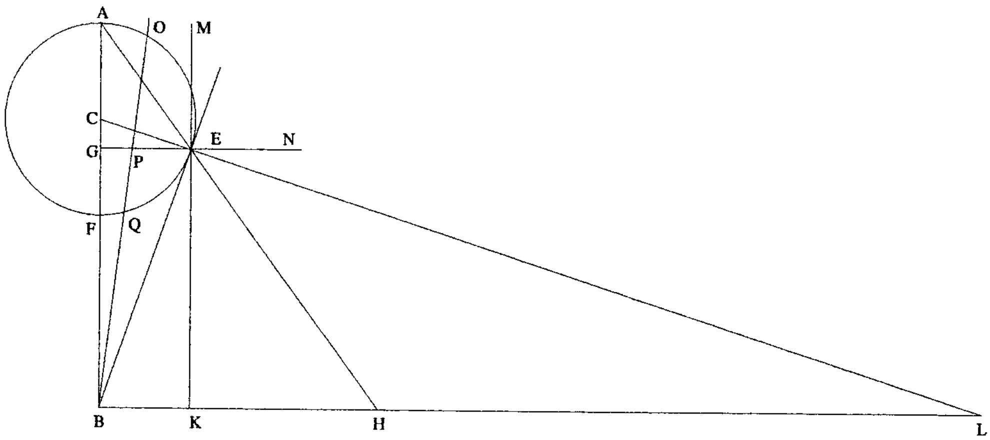
ab 10
cd 4 *bd* 12 4
af 6 4
48

48 | 8 *de*
6 |

[82] Brevius ~ erit: *signo posito in marg. M*

| Theorema ex Pappo suppositum / 117/—/ [34]

Sit *ab* recta linea transiens per centrum *c* circuli *aef*. In lineaque *fb* extra circulum summatur quodvis punctum *b*, a quo ducatur linea *be* circulum contingens in puncto *e*, a quo ipsi *ab* perpendicularis ducatur *eg*. Dico *ab* ad *bf* ita esse, ut *ag* ad *gf*.

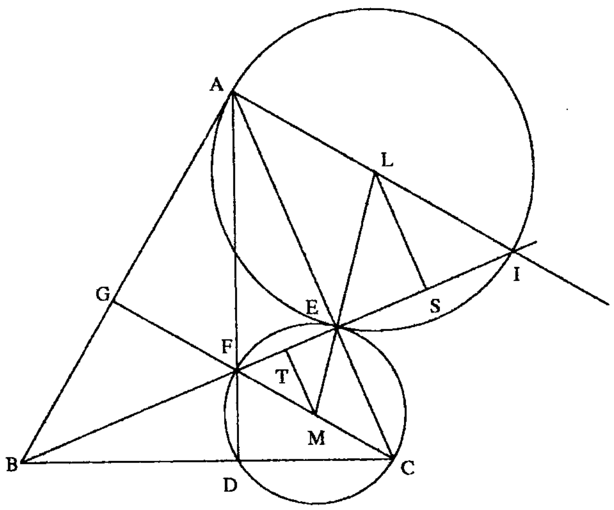


Ducatur a punto *b* ipsi *ab* perpendicularis *bh*, quae [[28 primi]] aequidistans erit ipsi *ge*, producaturque *ae* usque ad *h*, deinde a puncto *e* ipsi *ab* aequidistans ducatur *km*, connectaturque *ce*, quae producatur ex parte *e* utcumque in *l*, similiterque producatur *ge* in *n*.
Quoniam enim [[18 tertii]] angulus *bec* est rectus, erit *bel* rectus, sed et *ken* est quoque rectus, ergo *bel* ipsi *ken* est aequalis, quibus dematur communis *kel*, erit *keb* ipsi *len* aequalis. Quoniam autem *ce* ipsi *ca* est aequalis, [[5 primi]] erit angulus *cea* angulo *cae* aequalis, et [[29 primi]] *cae* ipsi *aem* est aequalis, erit igitur *cea* angulo *aem* aequalis. Cum [[15 primi]] autem *cea* sit ipsi *leh* aequalis, et *aem* ipsi *hek* itidem aequalis: erit angulus *hel* angulo *hek* aequalis, quare *hen* est ipsi *heb* aequalis, sed [[29 primi]] *hen* est ipsi *ehb* aequalis. Ergo *heb* ipsi *ehb* aequalis erit, quare [[6 primi]] *be* est ipsi *bh* aequalis. Quoniam itaque *eg* est ipsi *hb* aequiditans, ob similitudinem triangulorum erit *ag* ad *ge*, ut *ab* ad *bh*, hoc est ad *be*, [[36 tertii]] quadratum ex 4 sexti
autem ex *be* est aequale rectangulo *abf*, sunt igitur[83] [[17 sexti]] *ab* ad *be*,

[83]sunt igitur *in interl.* ex quare *** *M*

ut[84] est *be* ad *bf*. Quia vero [[ex 13 sexti]] est *ag* ad *ge*, ut *eg* ad *gf*. Tres igitur lineae *ab be bf* continue proportionales, in eadem erunt proportione, ut tres lineae in continua proportione *ag ge gf*, quare [[22 quinti]] ex aequali est *ab* ad *bf*, ut *ag* ad *gf*, quod demonstrare oportebat.
Theorema[85] hoc est ex 36 primi *Conicorum* Apollonii manifestum est, sed demonstratio est ad impossibile.
Ducta insuper utcumque *bo* secans *eg* in *p*. Erit *ob* ad *bq*, ut *op* ad *pq*. Quod infra demonstravimus 62.

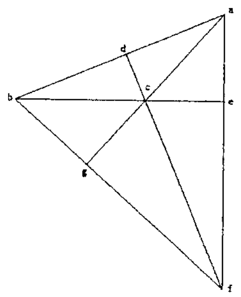
[35] | A Pappo suppositum   Proposto dal Comandino



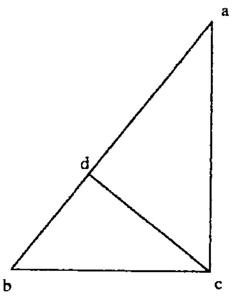
Sit triangulum acutiangulum *abc*, et a puncto *a* ad *bc* perpendicularis ducatur *ad*[86], a puncto autem *b* ad *ac* rursus perpendicularis ducatur *be*, secans *ad* in *f*, et iuncta *cf* producatur ad *g*. Dico *cg* ad *ab* perpendicularem esse. Ducatur *ai* perpendicularis ipsi *ab*, et protrahatur *be* in *i*. Seceturque *fc* bifariam in *m*, et centro *m*, spatio vero *mf* circulus describatur *fec*, qui [[ex 31 tertii]] per *e* transibit, cum angulus *fec* sit rectus. Similiter secetur *ai* bifariam in *l*, et centro *l*, spatioque *li* circulus describatur *aei*, qui[87] per
12 tertii *e* quoque transibit. Connectatur deinde *lm*, quae per *e* transibit, denique

[84] ut *in interl.* ex ita *M*
[85] Theorema ~ 62: *in marg. M*
[86] *ante ad del. bc* secans *ad* in *f*, et *M*
[87] *post* qui *del. quasdam literas M*

ducantur *ls mt* perpendiculares *fei*, quae inter se parallelae erunt, eritque *es* aequalis *si*, et *et* aequalis *tf*. Quoniam enim trianguli *etm* angulus *met* 3 tertii
aequalis est angulo *les* trianguli *esl*, et angulus *etm* rectus, aequalis *esl* recto, et *emt* ipsi *els* aequalis; erit ut *le* ad *es*, ita *me* ad *et*, et consequentium dupla[88], ut *es* ad *ei* eius duplam, ita est *et* ad *ef* eius duplam. Ex aequali [[22 quinti]] igitur ut *le* ad *ei*, sic *me* ad *ef*. Quoniam autem angulus *mef* aequalis est angulo *lei*, [[6 sexti]] erit *efm* triangulum triangulo *eli* aequiangulum, et angulus *efm* aequalis erit angulo *eil*; linea igitur [[27 primi]] *fm* aequidistans est lineae *il*. Sed *ai* perpendicularis est ipsi *ab*. Ergo [[29 primi]] et *cg* eidem *ab* perpendicularis erit. Quod demonstrare oportebat.

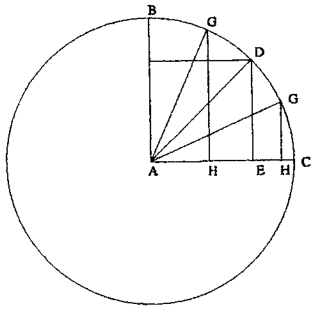


Sit obtusiangulum triangulum *abc*, et protrahatur latera *bc ac* in *e g*, et a puncto *a* ducatur *ae* perpendicularis lateri *bce*, quae producatur ad *f*, et a puncto *c* ducatur *dc* perpendicularis lateri *ba*, quae protracta secet *ae* in *f*, et connectatur *bf*, quae latus *acg* in *g* secet. Dico *bgf* ad *acg* perpendicularem esse. Quoniam enim in triangulo[89] *abf* linea *be* perpendicularis est ipsi *af*, et *fd* ipsi *ba*, erit *acg* ipsi *bf* perpendicularis, ut supra ostensum est.
| [36]



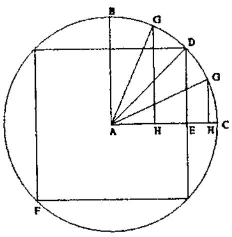
[88] consequentium dupla *in interl. M*
[89] in triangulo *ex* enim triangulus *M*

In triangulo *abc* rectangulo ducatur *cd* perpendicularis ad *ab*, et perpendicularis a puncto *a* ad latus *bc* est ipsa *ac*, similiter a puncto *b* ad latus *ac* est ipsa *bc*, quae omnes perpendiculares in puncto *c* conveniunt, sicut in prima et 2ª figura in unum et eundem punctum conveniebant.
Theorema hoc in omnibus speciebus trianguli quandam [habere] videtur similitudinem perpendiculares enim ab angulis trianguli ad latera in unum punctum conveniunt. In prima enim figura lineae *ad be*[90] *cg* in punctum[91] *f* concurrunt, in secunda quoque lineae *ae cd bg* protractae in *f* concurrunt, in tertia vero in *c*.



In[92] quadrante *abc* ubicumque ducantur lineae *de gh* ipsi *ab* parallelae eruntque quadrata ex *de ea* quadratis ex *gh ha* aequalia. Ut perspicuum est ductis *ad ag* quarum (cum ipsae[93] sunt aequales) quadrata sunt aequalia, [quibus] aequalia sunt quadrata ex *gh ha*, et ex *de ea*.

[90] *ad be post corr. M*
[91] punctum *post corr. M*
[92] *ante* In *del.* In quadrante *abc* sit linea *de* ipsi *ab* aequidistans, sitque *de* aequalis *ae*, quod fiat completo circulo; factoque in ipso *df* quadrato. In quadrante autem *abc* ubicumque ducatur *gh* ipsi *ab* parallela.

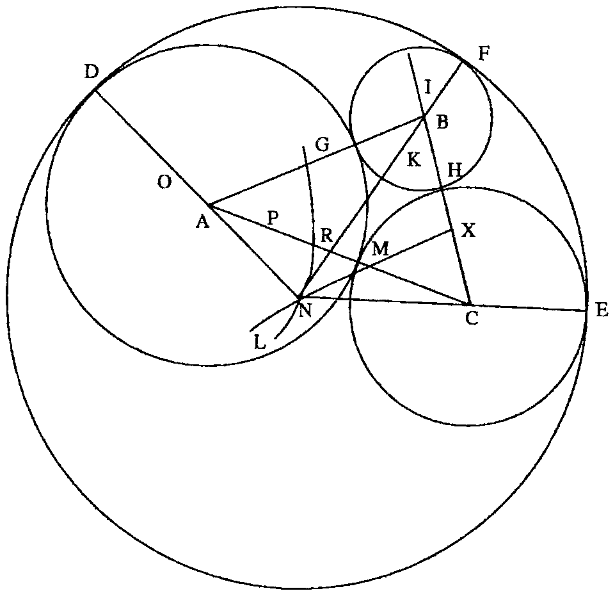


Dico *de* mediam esse proportionalem inter *gh ho*. Iungatur *ad ag* quae interse sunt aequales, quarum etiam quadrata sunt aequalia, quadratis vero *ag ad* aequalia sunt quadrata *gh ha de ea*, ergo quadrata *gh ha* sunt ipsis. Dico quadrata *gh ha* aequalia. *M*
[93] ipsae *in interl. M*

Quemadmodum in semicirculo *abc* ductis ubicumque lineis *ab bc ad de*, erunt quadrata ex *ab bc* aequalia quadratis ex *ad dc*, sunt enim aequalia quadrato ex *ac*, cum sint anguli ad *bd* recti.

| Problema a Comandino propositum ad Pappum pertinens [37]

Tribus datis circulis[94] ⟨inaequalibus⟩ sese tangentibus[95] circulum describere qui omnes contingat.



Sint tres circuli inaequales, quorum centra *a b c*, et circulus circa centrum *a* maior, et circa *b* minor. Oportet circulum describere, qui omnes contingat. Iungantur *ab bc ca*, quae [[12 tertii]] transibunt per contactus *h m*, et protrahatur *cb* usque ad *i*, ita ut *hi*[96] sit aequalis *ch*[97], erit utique[98] *bi* excessus quo *ch* superat *hb*. Secetur[99] deinde[100] *hc* in *x*, ita ut *hx* sit aequalis *bi*

[94]datis circulis *ex* circulis datis *ex* datis circulis *M*

[95]sese tangentibus *in interl. diverso atramento M*

[96]*hi ex ch M*

[97]*ch ex hi M*

[98]utique *in interl. diverso atramento M*

[99]Secetur *ex* Seceturque *M*

[100]deinde *in interl. diverso atramento M*

unde[101] erit xc aequalis erit hb[102], deinde[103] a puncto x describatur hyper-
bole xnq, ita ut xh sit axis[104], et quartae parti figurae sit aequale utrumque
rectangulorum xch, et xbh. Similiter secetur am in p, ita ut mp sit aequalis
mc unde[105] erit ap excessus, quo am excedet mc. Rursusque[106] secetur[107]
am in r, ita ut mr sit aequalis ap, erit utique[108] mc aequalis ar, et a puncto
r describatur hyperbole $gnrl$, ita ut rm sit axis[109], et quartae parti figurae
sit aequale utrumque rectangulorum ram et mcr, sitque punctum n, ubi
hyperbolae se invicem secant, et a puncto n perque centra a b c lineae du-
cantur nbf nad nce usque ad circumferentias datorum circulorum; denique
centro n, spatio vero una ipsarum nf ne nd circulus describatur edf. Dico
[38] circulum edf datos circulos contingere. Quoniam enim a punctis b c | ad
hyperbolen xnq applicatae sunt lineae bn nc, [[51 tertii *Conicorum* Apol-
lonii]] linea bn excedit nc quantitate xh. Secetur itaque nb in k, ita ut bk
sit aequalis xh, quae etiam erit aequalis bi, erit utique[110] nk aequalis nc.
Similiter quoniam[111] a punctis a c, ad hyperbolen $gnrl$ ductae sunt cn na;
linea nc superabit an quantitate rm. Addatur ipsi an quantitas ao, ita ut
ao sit aequalis rm, quae etiam aequalis erit ap; erit no aequalis nc. Tres
igitur lineae ak nc no inter se sunt aequales. Quoniam autem bh, et bf sunt
aequales, et hi et bk aequales, erit hi aequalis kf, sed hi est aeqüalis hc,
hoc est ce; ergo kf ipsi ce aequalis erit, et[112] vero[113] quoniam[114] am est ipsi
ad aequalis, et ap ipsi ao; erit od aequalis pm, hoc est[115] mc, et ipsi[116] ce[117].

---

101 unde *in interl. diverso atramento M*
102 *post hb del.* et *M*
103 deinde *in interl. M*
104 axis *in interl. diverso atramento ex* transversum latus *M*
105 unde *in interl. M*
106 Rursusque *in interl. diverso atramento M*
107 secetur *ex* seceturque *M*
108 utique *in interl. M*
109 axis *in interl. diverso atramento ex* transversum latus *M*
110 utique *in interl. M*
111 quoniam *in marg. M*
112 et *in interl. M*
113 *ante* vero *del.* quia *M*
114 quoniam *in interl. M*
115 hoc est *in interl. ex* sed *pm* est aequalis *M*
116 et ipsi *in marg. ex* hoc est *M*
117 *post ce del.* quare ergo *od* ipsi *ce* aequalis erit *M*

Quare tres lineae kf ce od sunt inter se aequales, cum autem nk nc no sint inter se aequales, erunt nf ne nd aequales; circulus igitur edf descriptus circa centrum n datos circulos, quorum centra sunt a b c in punctis e d f ex 11 tertii
contingit. Quod facere oportebat.

| Tribus datis circulis inaequalibus sese tangentibus[118] circulum describere qui omnes contingat. [38 *bis*]

Sint tres dati circuli inaequales, quorum centra a b c. Circulus autem circa centrum a sit maior, qui vero circa b, sit minor. Oportet circulum describere, qui omnes contingat. Iungantur ab bc ca, quae per contactus hm transibunt. Deinde[119] fiat cx aequalis bh [120] unde[121] erit bx aequalis ch[122]. Et[123] ob id rectangulum[124] contentum ch[125] cx, rectangulo[126] xb bh contento erit[127] aequale[128]. Quare[129] a puncto x[130] describatur hyperbole xnq, cuius quidem[131] xh sit axis, et quartae parti figurae sit aequale utrumque rectangulorum xch, et xbh. Fiat[132] deinde ar ipsi[133] ar ipsi mc aequalis[134] erit utique am ipsi cr aequalis. Ac propterea rectangulum ar[135] am contentum aequale est rectangulo cm[136] cr contento. Rursusque a puncto r describatur hyperbole $gnrl$, ita ut rm sit axis, et quartae parti figurae sit aequale

[118] sese tangentibus *in interl. M*

[119] *post* Deinde *del.* producatur cb, usque ad i, ita ut hi sit aequalis ch. Seceturque ch in x, sitque hx aequalis bi *M*

[120] fiat cx aequalis bh *in marg. ex* secetur ch in x, sit *M*

[121] unde ~ puncto: *signo posito in marg. M*

[122] ch *post corr. M*

[123] *ante* Et *del.* et ih ipsi bx *M*

[124] *post* rectangulum *del. quasdam literas M*

[125] *ante* ch *del.* cx *M*

[126] *post* rectangulo *del. quasdam literas M*

[127] erit *in interl. M*

[128] aequale *ex* aequalis *M*

[129] *ante* Quare *del. quasdam literas M*

[130] *ante* x *del.* unde ut cx aequalis hb *M*

[131] cuius quidem *in interl. ex* ita ut *M*

[132] Fiat *in interl. ex* secetur *M*

[133] ar ipsi *in interl. post corr. M*

[134] aequalis *in interl. M*

[135] *post* ar *del. aliquot literas M*

[136] *ante* cm *del.* ab *in interl. M*

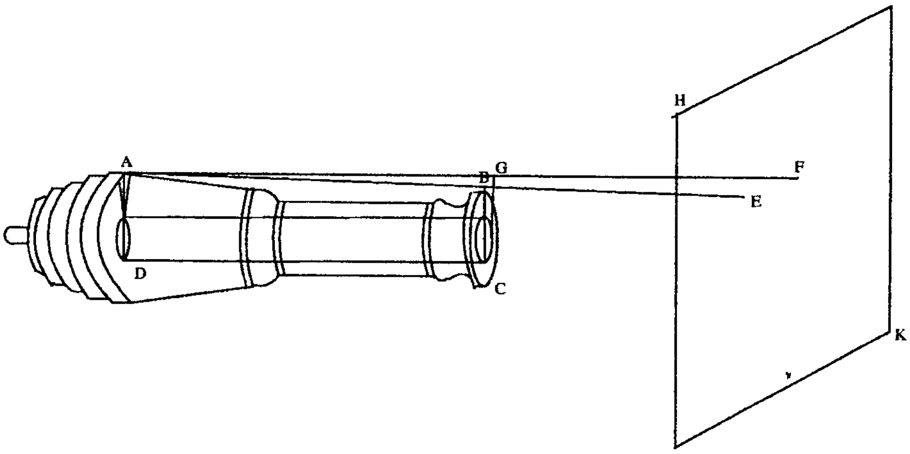
utrumque rectangulorum *ram*, et *mcr*, secentque[137] se invicem hyperbolae in puncto *n*. A puncto[138] autem *n*, et per circulorum centra lineae ducantur *nbf nad nce* usque ad circumferentias datorum circulorum primum[139] quidem ostendendum est[140] lineas *nf nd ne* interse aequales esse[141]. Secetur *bn* in *k* sitque[142] *bk* aequalis *hx*. *ad* vero secetur in *o*, ita ut[143] *ao*[144] sit ipsi[145] *rm* aequalis[146]. Quoniam enim a punctis *b c* ad hyperbolen *xnq* inclinatae[147] sunt lineae *bn nc*; linea *bn* excedet ipsam[148] *nc* quantitate *xh* hoc est *bk*[149]. Quare *nk* ipsi *nc* aequalis existet[150]. Similiter quoniam a punctis *a c* ad hyperbolen *qnrl* inclinatae[151] sunt lineae[152] *cn na*, linea *nc* superabit ipsam *ia* quantitate *rm* hoc est *ao*[153]. Quapropter[154] erit *no* aequalis *nc*. Ac propterea tres lineae[155] *nk nc no* interse sunt aequales. Quoniam autem *bh*[156] *bf* sunt aequales, et *hx*, *bk*[157] aequales, erit *kf*[158] ipsi *bx* hoc est ipsi[159] *ch* aequalis. Est autem *ce* ipsi *ch* aequalis, ergo *kf* est[160] ipsi *ce* aequalis[161].

---

[137] *ante* secentque *del.* sitque punctum *n* ubi *M*
[138] A puncto *ex* Per punctum *M*
[139] primum *in interl. post corr. M*
[140] quidem ostendendum est *in interl. M*
[141] *post* esse *del.* Unde centro *n* spatio vero una ipsarum circulus describatur. Dico circulum *edf* datos circulos contingere. *M*
[142] Secetur *bn* in *k* sitque *in interl. M*
[143] *ad* vero secetur in *o*, ita ut *in interl. M*
[144] *ante ao del.* et *M*
[145] sit ipsi *ex* ipsi *M*
[146] aequalis *in interl. M*
[147] inclinatae *in interl. ex* applicatae *M*
[148] ipsam *in interl. M*
[149] hoc est *bk in interl. M*
[150] existet *ex* existit *M*
[151] inclinatae *in interl. ex* ductae *M*
[152] lineae *in interl. M*
[153] hoc est *ao in interl. M*
[154] Quapropter *in interl. ex* ac propterea *M*
[155] *ante* lineae *del. aliquot literas M*
[156] *post bh del.* et *M*
[157] *ante bk del.* ut *M*
[158] *ante kf del. hi* aequalis *M*
[159] ipsi *in interl. M*
[160] est *in interl. M*
[161] *post* aequalis *del.* existit *M*

[At] numquam *am* ipsi *ad* est aequalis, et *ao* ipsi *rm*, erit *od* aequalis[162] ipsi *nr* hoc est ipsi[163] *mc*. Sed[164] [*mc*] est aequalis *ce*, linea igitur *od* ipsi *ce* [aequalis] existit[165] Quare tres lineae *kf* *ce* *od* sunt interse aequales. Atque sunt[166] etiam[167] *nk* *nc* *no* interse[168] aequales. Ergo *nf* *ne* *nd* interse sunt aequales. Circulus igitur *edf* cuius centrum *n*[169] datos[170] circulos contingit. Quod facere oportebat.

| [39]



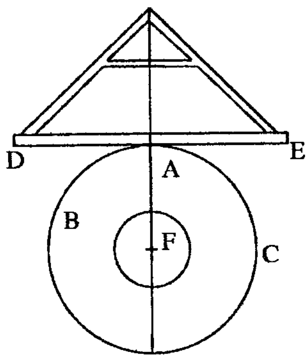
Sia un pezzo d'artiglieria, il qual si ha da tirar nel muro *hk* nel punto *e*. Piglisi il punto *a* nella culatta vicino al focone, e sopra la bocca si pigli il *b*, e si facci che *b* sia tant'alto dalla linea *dc* quanto è il punto *a*, e questo si farà in questo modo. Mettasi una paglia, o puntarolo giù per il focone pur che arrivi nel fondo della canna, cioè nella linea *dc*. Dipoi con quella medesima misura si vadi alla bocca, e si metta la misura nel *c*, e vadasi quant'è alto il *b*, facendo che detta misura passi per il mezzo della bocca. Piglisi poi la

[162] aequalis *in interl. M*
[163] ipsi *in interl. M*
[164] *ante* Sed *del. aliquot literas M*
[165] [*mc*] est aequalis *ce*, linea igitur *od* ipsi *ce* [aequalis] existit *in interl. post corr. M*
[166] Atque sunt *in interl. M*
[167] *ante* etiam *del.* cum *M*
[168] *ante* interse *del.* sint *M*
[169] cuius centrum *n* *in interl. M*
[170] *ante* datos *del.* descriptus inaequales *** *M*

mira dall'*a* al *b*, e vedasi che nella muraglia dia nel punto *e*. Se 'l pezzo è giusto, e che porti di mira fin'alla detta muraglia, darà nel punto *e*. Ma però un poco più basso, quant'è da *b* al mezzo della bocca del pezzo; si per esser la linea *ab* parallela alla *dc*, et all'asse della canna, poi anche perché la grandezza della palla sempre declina al basso.

Ma sel pezzo non fusse giusto, ne ben fatto, e che la palla desse in qual si voglia altro luogo, come in *f*; accioché certamente alla seconda volta habbi a dar nel punto *e*, si farà in questo modo. Ritornisi il pezzo nel sito dove era prima ripigliando la medesima misura mira *abe*. Chiara cosa è, che stando
[40] il pezzo così | darà in *f* per l'esperienza fatta. Hora per farlo dar in *e*, piglisi una paglia, o bastoncino sottile *mg*, ilqual si metta nella bocca del pezzo, e si mandi tanto in su, in giù, o in qua in là, finché pigliando la mira da *a* in *f* passi per la punta di detta paglia, come per il *g*. Hora è cosa chiara, che pigliando la mira dall'*a* in *g* il pezzo dà giusto dove si mira, perché stando così da in *f*, e si mira nel medesimo punto *f*. Essendo dunque[171] così movasi il pezzo tanto fin che pigliando la mira *ag* si veda il punto *e*, e così il pezzo darà giusto in *e*. È ben vero, che quando li pezzi sono mal fatti poche volte [rifermano] le botte.

Et con questo secondo modo se si tirarà un pezzo più lontano di quello ch'egli può portar di mira, si farà dar giusto.

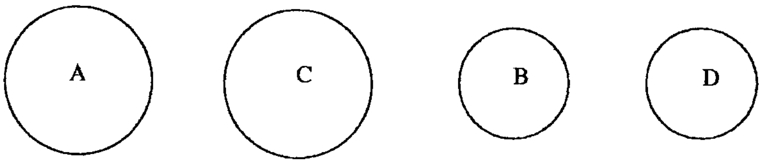


Per trovar il più alto punto che sia nella bocca, e nella culatta del pezzo si farà così. Sia per esempio la parte dinanti *abc*, il cui centro sia[172] *f*. Piglisi una riga, o staggiuolo giusto, cioè che habbi i lati paralleli, ilqual si

[171] dunque *in interl. M*
[172] *ante* sia *del.* sia *M*

metta sopra la bocca, e sopra questo staggiuolo se li metta un'archipendolo ordinario, accioché si accomodi il detto stagiuolo che stia a livello, segnisi poi dove'l stagiuolo tocca il circolo *abc*, e sia in *a*. E perché il staggiuolo è a squadra con il perpendicolo, e la linea *af* [[28 del terzo]] è a squadra con il staggiuolo, adunque *af* va al centro del mondo. E [[lemma *de libra*]] il punto *a* sarà il più alto.
Facend'il medesimo alla parte di dietro, si haveranno li dui punti corrispondenti nel pezzo, con li quali anche per prescia si potrà tor la mira. Questo anche servirà assai all'operatione detta di sopra.

| Solidae magnitudines eiusdem speciei, et eiusdem figurae humido graviores, demissae in humidum, eodem tempore aequale spatium pertransibunt. [41]



Solidae magnitudines humido graviores, aut interse[173] sunt aequales, aut inaequales, si sunt aequales, patet propositum. Sed sint inaequales.
Sint solidae magnitudines humido graviores *a b* eiusdem speciei, et eiusdem figurae, sitque *a* maior *b*. Dico solidas magnitudines *a b* in humido demissas eodem tempore aequale spatium pertransire. Sit *c* magnitudo humidi aequalem molem habens ipsi *a*, hoc est sint *a c* eiusdem magnitudinis[174], similiter *d* sit magnitudo humidi aequalem molem habens ipsi *b*. Quoniam enim solidae magnitudines *a c* sunt eiusdem magnitudinis[175] itidemque[176] *b d* eiusdem[177] magnitudinis[178]; erit proportio *a* ad *b*, ut *c* ad *d* [[ex 7 quinti]] aequales enim magnitudines ad aequales[179] eandem habent proportionem. Ut autem magnitudo *a* ad magnitudinem *b*, sic gravitas magnitudinis *a*

[173] interse *in interl. M*
[174] *post* magnitudinis *del.* et figurae *M*
[175] *post* magnitudinis *del.* et figurae, similiter magnitudines *M*
[176] itidemque *in interl. M*
[177] *post* eiusdem *del.* sunt *M*
[178] *post* magnitudinis *del.* et figurae *M*
[179] *post* aequales *del.* magnitudines *M*

ad gravitatem ipsius *b*, cum sint eiusdem speciei. Similiter ut magnitudo *c* ad magnitudinem *d*, ita gravitas ipsius *c* ad gravitatem *d*. Ergo [[11 quinti]] proportio gravitatis *a* ad gravitatem *b* est, ut gravitas *c* ad gravitatem *d*, et permutando [[16 quinti]], gravitas magnitudinis *a* ad gravitatem magnitudinis *c*, sic gravitas magnitudinis *b* ad gravitatem magitudinis *d*, et convertendo [[cor. 4 quinti]], gravitas *c* ad gravitatem *a*, sic gravitas *d* ad gravitatem *b*[180]. Idcirco, cum sit *c*[181] magnitudo humidi aequalem molem habens ipsi *a*, et *d* ipsi *b*, proportio[182], quam habet gravitas[183] *c* ad gravitatem[184] *a*, et gravitas[185] *d* ad gravitatem[186] *b* nihil aliud erit[187], nisi proportio resistentiae, quam facit humidum ad magnitudines *a b* quae iam ostensa est aequalis[188]. Quoniam autem[189] solidae magnitudines humido graviores demissae in humidum, feruntur deorsum, donec descendant; et sunt in humido tanto leviores, quanto est gravitas humidi molem habentis solidae magnitudini aequalem ut demonstrat Archimedes in 7ª primi[190] *de iis, quae vehuntur in aqua.*

[42] | Eadem[191] igitur erit[192] proportio resistentiae, quam habet humidum ad magnitudinem *a*, et ad[193] magnitudinem *b*, ac propterea[194] magnitudines *a b* in humidum demissae ferentur deorsum, et eodem tempore aequale spatium pertransibunt; cum medium pro quod fit motus sit idem[195], et resistentia in proportione aequalis. Si enim non eodem tempore transirent, necesse

[180] *post b del.* quia vero *c* est *M*
[181] Idcirco, cum sit *c in interl. M*
[182] *ante* proportio *del.* estque (sit) *M*
[183] gravitas *in interl. M*
[184] gravitatem *in interl. M*
[185] gravitas *in interl. M*
[186] gravitatem *in interl. M*
[187] erit *in interl. ex* est *M*
[188] quae iam ostensa est aequalis *signo posito in marg. M*
[189] Quoniam autem *in interl. ex* Cum *M*
[190] ut demonstrat Archimedes in 7ª primi *in interl. ex* per 7ᵃᵐ primi Archimedis *M*
[191] *ante* Eadem *del.* Cum itaque sit *M*
[192] igitur erit *in interl. M*
[193] ad *sembra aggiunto, ma non è in interlinea*
[194] ac propterea *signo posito in marg. ex* necessario *M*
[195] *post* idem *del. aliquot verba M*

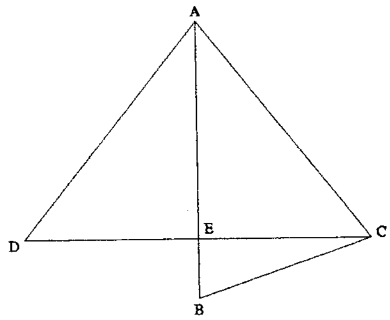
esset[196] resistentiam[197] humidi maiorem habere[198] ad magnitudinem quae tardius pertransiret quam ad aliam[199] quod non est. Ergo[200] eodem tempore spatium aequale pertransibunt. Quod demonstrandum oportebat.
Hoc etiam patet, si magnitudo a talis esset speciei, ut esset in gravitate humido[201] c aequalis, et b ipsi d. Tunc[202] per 3$^{\mathrm{am}}$ eiusdem Archimedis magnitudines a b demissae in humidum demergent ita, ut ex humidi superficie nihil existet. Et quamquam pondus a propter magnitudinem[203] sit gravius, quam b; neutra [tamen] ipsarum magnitudinum ab feretur deorsum, donec descendat, quia humidum eandem habet proportioneem ad magnitudines a b. Hoc est magnitudines a b in proportione eandem habent resistentiam, quod eodem modo demonstrabit.
Hoc idem quoque manifestum est, si a et b essent humido leviores, neutra enim ipsarum tota demergetur. Quamvis a sit gravior b. Sed in eadem proportione ad humidum in humido permanebunt, ex quinta eiusdem Archimedis.

| Contra Orontii Finei libellum, de multangularum omnium et regularium figurarum descriptione [45]

Totus hic liber in hac fundatur conclusione, quam ipse colligit problemate secundo:

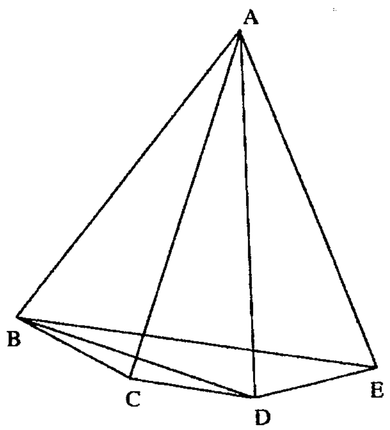
> "In quibuslibet duobus triangulis habentibus duo latera duobus lateribus aequalia alterum alteri; ex data basium magnitudine proportionatam subsequi eorundem angulorum, qui sub aequis continentur lateribus, quantitatem, hoc est angulos ipsos basium immitari proportionem. Et e diverso."

[196] *post* esset *del.* quod *M*
[197] resistentiam *ex* resistentia *M*
[198] habere *ex* habeat *M*
[199] quam ad aliam *in interl. M*
[200] Ergo ~ oportebat: *diverso atramento M*
[201] humido *in interl.* *ex* ipsi *M*
[202] Tunc *in interl. M*
[203] propter magnitudinem *in interl. M*



Sit triangulum *abc* aequicrure latera habens *ab ac* aequalia. Fiat angulus *bad* ipsi *bac* aequalis, erit angulus *dac* ipsius *bac* duplus. Fiatque linea *ad* ipsi *ac* aequalis, et connectatur *dc*. Dico *dc* minorem esse, quam duplam ipsius *bc*. Quoniam enim aequicruris trianguli *dac* angulus *dac* sub aequalibus rectis lineis contentus bifariam dividitur a linea *aeb*, [[ex 10 primi]] erit *aeb* ipsi *dc* perpendicularis; segmentaque *de*, *ec* interse aequalia erunt insuper[204] triangulum *bec* rectangulum erit[205], rectum habens angulum *bec*, [[18 primi]] quare *bc* maior est ipsa *ce*, et *ce* ipsi *ed* est aequalis, ergo *cd* minor est, quam dupla ipsius *bc*. Quae quidem *dc* secundum Orontium duplam esse deberet ipsius *bc*.

[46] | Aliter



[204]insuper *in interl. ex* ergo *M*
[205]erit *in interl. ex* est *M*

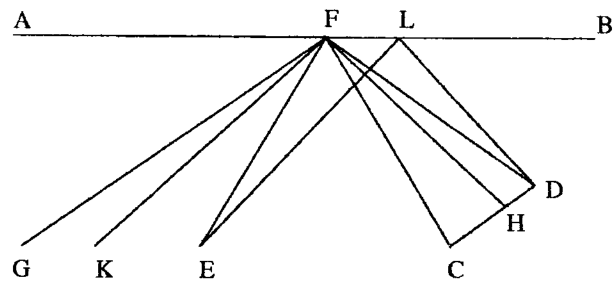
Sit aequicrure triangulum *abc* latera habens *ab ac* aequalia. Deinde fiat[206] angulus *cad* ipsi *bac* aequalis, et *ad* ipsi *ac* aequalis. Connectaturque *bd*. Erit angulus *bad* duplus ipsius *bac*. Dico *bd* minorem esse, quam duplam ipsius *bc*. Connectatur *cd*. Quoniam igitur angulus *bac* est ipsi *cad* aequalis, lateraque angulos continentia sunt aequalia, [[4 primi]] erit basis *cd* ipsi *cb* aequalis. Quare duae *bc cd* ipsius *bc* sunt duplae. Duae vero [[20 primi]] *bc cd* maiores sunt ipsa *bd*. Ergo *bd* minor est, quam dupla ipsius *bc*. Quod oportebat demonstrare.

Fiat propterea iisdem positis angulus *dae* ipsi *bac* aequalis, lineaque *ae* ipsi *ad* aequalis. Erit totus *bae* triplus ipsius *bac*. Connectantur *be de*. Dico *be* minorem esse, quam triplam ipsius *bc*. Nam cum ob eandem causam [[4 primi]] basis *de* sit aequalis ipsi *bc*. Erunt tres lineae *bc cd de* intersese aequales; et simul triplae ipsius *bc*. [[20 primi]] at duae *bd de* maiores sunt ipsa *be*, et *bc cd* ipsa *bd* sunt quoque maiores. Erunt tres *bc cd de* ipsa *be* maiores. Minor igitur est *be*, quam tripla ipsius *bc*. Quae ex Orontii sententia tripla esse deberet.

Conclusio[207] igitur superius allata falsa est, quare et totus Orontii libellus ruit, atque falsus est, cum nitatur principio falso. Universalium autem hoc demonstravimus pagina 112.

Quomodo autem figurae in circulis inscribantur ea respice, quae seorsum in Pappum adnotavimus.

| Immaginis species in speculo recipitur in puncto [47]



[206] fiat *post corr. M*

[207] Conclusio ~ 112: *diverso atramento M*

Sit speculo *ab*. Immago *cd*. Dico speciem immaginis *cd* in speculo *ab* in puncto recipi. Sit oculus *e*, qui videat extremitatem *c* in speculo in puncto *f*. Deinde connectatur *df*, fiatque angulus *afg* angulo *bdf* aequalis. Si in *g* ponatur oculus, manifestum est, quod *g* videt punctum *d* in speculo in puncto *f*. Accipiatur denique in immagine *cd* quodvis punctum *h*, atque iungatur *fh*. Fiatque angulus *afk* angulo *bfh* aequalis: eadem ratione, si in *k* sit oculus, patet, oculum *k* videre in speculo punctum *h* in eodem puncto *f*. Et si ipsius immaginis *cd* aliud quodvis accipiatur punctum, similiter ostendetur, ipsum recipi in speculo in puncto *f*. Tota igitur species immaginis *cd* in speculo *ab* in puncto *f* recipitur. Quod demonstrare oportebat.

[48] | Huic tamen determinationi aliquis obiiciet. Ponatur quidem oculum *e* videre[208] punctum *c* in speculo in puncto *f*. Alteram vero extremitatem *d* in puncto *l*. Procul dubbio *cd* in speculo recipitur non in puncto, sed in quantitate *fl*. Cui respondendum est, quod tota species immaginis *cd*, non solum recipitur in in puncto *f*, ut demonstratum est, verum etiam in puncto *l*, quod eodem modo ostendetur. Praeterea non solum in punctis *f l*[209] sed et in quolibet puncto speculi. Idcirco quamvis *cd* ab oculo *e* videatur sub quantitate *fl*, hoc non pervenit, quia cd in speculo non recipiatur in puncto; sed quia unus tantum oculus in uno, et eodem situ, non potest eisdem lineis visualibus nisi unum tantum punctum videre. Ut lineis *cfe* videt tantum punctum *c*: propterea his lineis nulla potest aliam partem videre ipsius immaginis *cd*, quamvis tota recipiatur in puncto *f*, ut dictum est. Hoc itaque evenit ratione situs ipsius oculi, et non quia species non recipiatur in puncto.

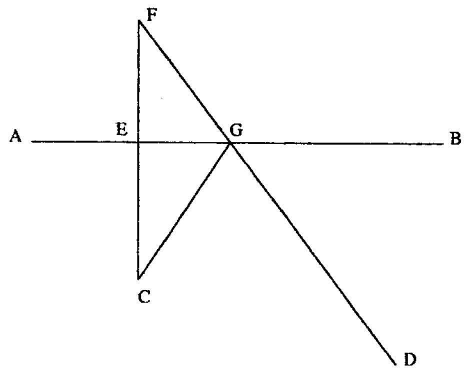
Corollarium

Ex his patet, immaginis speciem in speculo omnibus speculi punctis totam recipi.

[208] *post* videre *del.* videre *M*
[209] in punctis *f l in interl. M*

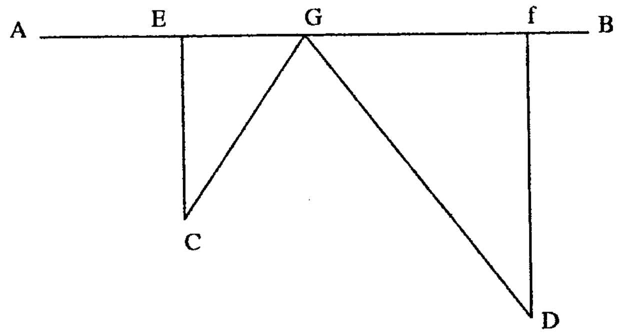
Hoc in speculis planis est manifestum. In concavis autem, et in convexis species recipietur aliquando in omnibus; aliquando vero in punctis illius parti speculi, ad quae species ad ipsum speculum pervenit rectis lineis. Postquam hanc inveni demonstrationem, reperi Albertum Magnum, qui in libro de homine cap. utrum color est obiectum visus (pagina scilicet [97]) huic similem demonstrationem confecit, et in hoc alia multa dicit.

| Dato puncto, positoque oculo, punctum in speculo invenire, per quem oculus datum punctum videat. [49]



Sit speculum *ab*, datum punctum *c*, oculusque sit in *d*. Punctum in speculo invenire oportet, per quem oculus datum punctum *c* videat. Ab altero ipsorum *cd* ad speculum perpendicularis ducatur: sitque *ce*, quae pertrahatur in *f* fiatque *ef* ipsi *ce* aequalis. Deinde connectatur *df*, quae speculum secet in *g*. Dico punctum *g* esse, quod quaerimus. Iungantur *cg ge*. Quoniam enim duae *ce eg* duabus *fe eg* sunt aequales, angulosque continent aequales, nempe rectos, erit [[4 primi]] triangulum *ceg* ipsi *feg* aequale; et angulus *fge* ipsi *cge* aequalis. Sed [[15 primi]] et *dgb* ipsi *fge* est etiam aequalis. Ergo *dgb* angulo *cge* est aequalis, angulus scilicet incidentiae angulo reflexionis. Videt igitur oculus *d* punctum *c* per punctum *g*. Quod invenire oportebat.

| Idem invenire oporteat, sed operatio ultra speculum non egrediatur. [50]



Iisdem positis. A punctis *c d* ad speculum perpendiculares ducantur *ce df*. Iungaturque *ef*, quae dividatur in *g*, [[ex 10 sexti]] ita ut *eg* ad *gf* sit ut *ce* ad *df*. Connectanturque *cg gd*. Quoniam igitur *eg* ad *gf* est, ut *ce* ad *df*. Erit permutando, ut *ge* ad *ec*, ita *gf* ad *fd*, quae cum angulos contineant aequales, hoc est rectos, [[6 sexti]] erit triangulum *egc* triangulo *fgd* simile, ac propterea angulus *fgd* angulo *egc* est aequalis. Videt ergo *d* punctum *c* per punctum *g*, operatioque semper facta est inter speculum, et *cd*. Quod facere oportebat.

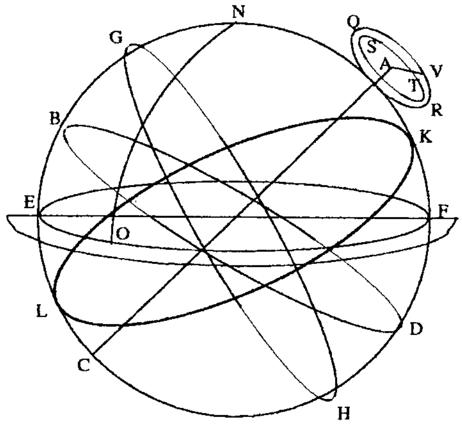
[51] | Ut unica tantum altitudinis horizontalis observatione et in horizonte declinatione[210] (quae omnium facillima est) in quo caeli situ, cometa, sidusve aliquod collocatum sit invemiamus, hoc modo assequemur.

Sit sphera, cuius meridianus sit *abcd*, horizon *ef*, aequinoctialis *bd* ecliptica *gh*, cuius poli sint *k l*. Sitque circulus *klm* mobilis, qui circa Zodiaci polos *k l* circumverti possit. Sitque [post] quarta circuli *nmo* in gradus divisa, mobilisque in *n*; ut fieri solet. Habeat deinde sphera circulum *qr* secundum[211] horas astronomicas[212] divisum, et iuxta hunc, alium habeat circulum *st* in viginti quatuor horas divisum, qui circumverti possit, ut ad meridiem possimus aptare horam meridiei, horarum ab ortu, vel ab occasu.

[210]et in horizonte declinatione *in interl. M*

[211]secundum *in interl. ex* in duodecim *M*

[212]astronomicas *in interl. ex* astronomicis *M*

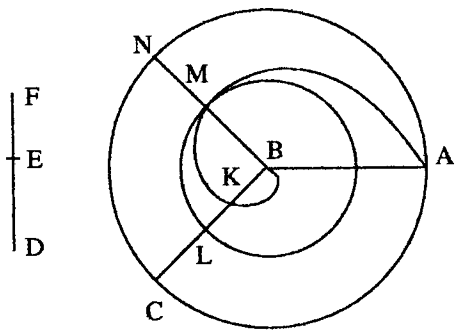


Sitque *an* harum horarum index, qui circumvolvatur una cum sphera, ut fieri solet. His stantibus, inveniamus altitudinem horizontalem cometae, sive astri, cum quadrante, vel aliquo alio instrumento. Et cum bussola distantiam inveniamus horizontalem ab aliquo quatuor punctorum principalium. Quod fiet aptando bussolam ipsi | quadranti dum altitudinem quaerimus. [52]
Vel instrumentum construamus, ut simul, et distantiam horizontalem, eiusque altitudinem ostendat, quod erit quidem facillimum. Horaque huius observationis notetur. His notatis, aptetur sphera secundum regionis latitudinem, quae sit *fa*, inveniaturque Zenit, quod sit *n*. Et sub meridiano ponatur Zodiaci signum, inventum, vel per almanach, vel per astrolabi dorsum, vel quod melius est, in ipso spherae Zodiaco menses quoque describantur, diemque sub meridiano ponamus. Ostendatque *au* horam meridiei, deinde circumvolvatur sphera, donec *au* horam observationis ostendat; spheraque in hoc loco firmetur. Et in *n* ponatur quarta mobilis *nmo*, quae circumvertatur donec in horizonte ostendat circumferentiam horizontalem, quae sit *eo* in qua etiam notetur astri altitudo, quae sit *om*. Volvatur deinde circulus *klm*, donec secet *nmo* in *m*, qui eclipticam secet in *x*. Erit punctum *x* signi gradus, in quo sidus reperitur.
Et si in *ef* firmetur alius circulus mobilis, quartaque aequinoctialis inter meridianum et horizontem, in tres dividatur partes aequales, cum hoc circulo statim, in qua domo sit punctum *m*, inveniemus.

| Pappus in quarto Collectionum Mathematicarum per lineam [53]
quadrantem angulos incommensurabiles invenire docet. Opor-

tet autem, hos, aut rectos, aut recto minores esse, cum linea quadrans non excedat circuli quadrantem. Caeterum hoc per lineam spiralem universalius hoc modo assequemur.

Angulum invenire, ad quem datus angulus datam habeat proportionem.

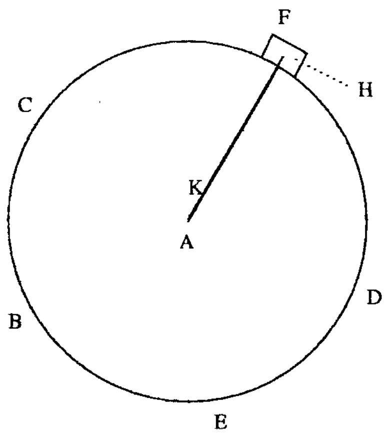


Sit datus angulus *abc*, dataque proportio *de* ad *ef*. Angulum invenire oportet, ad quem angulus *abc* proportionem habeat, quam *de* ad *ef*. Describatur circulus *acn*, lineaque spiralis in prima circulatione *bkma*. Et ut *de* ad *ef*, ita fiat *bk* ad *kl*, et centro *b*; intervallo quidem *bl*, circulus describatur *lm*, qui lineam spiralem secet in *m*; iunctaque *bm* producatur usque ad circumferentiam in *n*. Quoniam [[14 Archimedis *de lineis spiralibus*]] enim est *bm*, hoc est *bl* ad *bk*, ut circumferentia *nca* ad circumferentiam *ca*, erit convertendo, ut *bk* ad *bl*, ita circumferentia *ac* ad circumferentiam *acn*. Dividendo igitur ut *bk* ad *kl*, hoc est ut *de* ad *ef*, ita *ac* ad *cn*, hoc est [[ex ultima sexti]] angulus *abc* ad angulum *cbn*. Quod demonstrare oportebat.

Corollarium

Ex hoc patet, quomodo inveniatur circumferentia, ad quam data circumferentia datam habeat proportionem; dummodo utraeque circuli circumferentiam non excedant.

| Terram moveri hoc modo ostendetur [54]



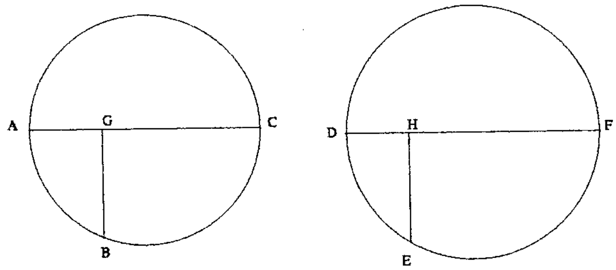
Sit centrum mundi a, sitque terra, et aqua *bcde*. Et quoniam totum *bcde* est grave, et manet; erit ipsius *bcde* gravitatis centrum in centro universi. a igitur centrum erit gravitatis *bcde*; [[ex[213] definitione centri gravitatis]] ita ut partes undique aequeponderent. Adiiciatur terrae ubicumque quodvis pondus f, cuius centrum gravitatis sit h, et connectatur ha, quae dividatur in k, ita ut hk ad ka eandem habeat proportionem, quam gravitas magnitudinis *bcde* ad gravitatem magnitudinis f, [[Equilibrio dei piani prop. 7[214]]] erit k centrum gravitatis utriusque magnitudinis ex *bcde*, et f compositae. Quia vero centrum gravitatis ex sui natura in centrum mundi tendit. Movebitur punctum k in a, tota igitur magnitudo *bcde* una cum magnitudine f movebitur. Ergo terra et aqua moventur quandoquidem in superficie terrae modo in unam modo in aliam partem adiicitur aliquid. Ut domus, turris, oppidum, insuper motus animantium, caeteraque huiusmodi ex quibus perspicuum est, (quamvis hic motus sit omnino insensibilis) saepissime terra moveri.

---

[213] ex *conieci* *non legitur M*

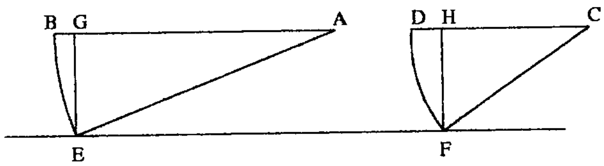
[214] Equilibrio dei piani prop. 7 *conieci* *non legitur M*

[55] | In principio questionum Mechanicorum infert Aristotelis maiores libras minoribus exactiores esse, quod ex iisdemmet verbis elicitur hoc prius demonstrato.



Sint duo circuli *abc def* inaequales, quorum minor sit *abc*. Applicentur diametris[215] *ac df*[216] ad angulos rectos aequales lineae[217] *bg*, *he*[218] ⟨diametroque *df* linea *he* sintque *gb he* aequales. ⟩ Dico minorem habere proportionem *bg* ad *ga*, quam *eh* ad *hd*. [[Ex 13 sexti]] quoniam enim *bg* media est proportionalis inter *cg*, et *ga*; [[17 sexti]] erit rectangulum *cga* quadrato ex *bg* aequale. Ob eandemque causam rectangulum *fhd* quadrato ex *he* aequale erit. Quia vero quadrata ex *bg he* sunt interse aequalia, rectangula quoque *cga fhd* intersese aequalia erunt. [[16 sexti]] in eadem igitur est pròportione *fh* ad *cg*, ut *ga* ad *hd*. Quoniam autem maior est diameter *fd*, quam diameter *ca*, necesse est [[25 quinti]][•1] *fh* maximam esse quatuor linearum proportionalium, et *hd* minimam. Minor igitur est *dh*, quam *ag*. Ergo [[ex 8 quinti]] *bg* ad *ga* minorem habet proportionem, quam *eh* ad *hd*. Quod demonstrare oportebat.

[56] |

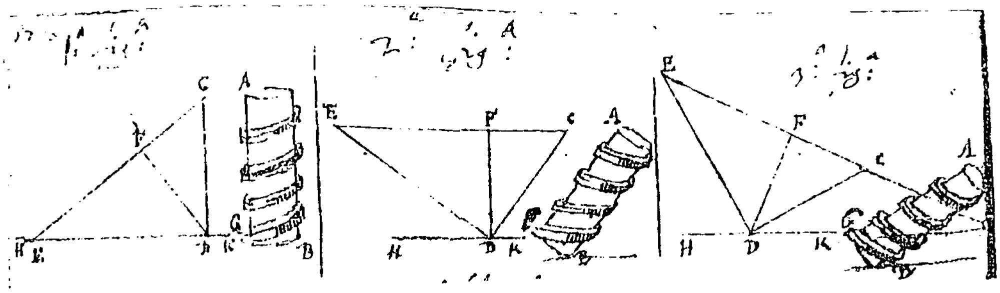


Sit itaque alterum librae brachium *ab*, alterius vero *cd*, maiusque sit *ab*, quod motum sit in *ae*; brachiumque *cd* in *cf*, ita ut ducta *ef* sit ipsis *ba*,

[215] Applicentur diametris *ex* Applicetur diametro *M*
[216] *df in interl. diverso atramento M*
[217] aequales lineae *in interl. diverso atramento M*
[218] *he diverso atramento add. in eadem linea M*

de in directum positis aequidistans. Dico facilius moveri punctum *b*, quam *d*. Ducantur a punctis *e f* ipsis *ba dc* perpendiculares *eg fh*, quae intersese aequales erunt. Quoniam igitur maiorem habet proportionem *eg* ad *gb*, hoc est motus secundum naturam ad id, quod est praeter naturam, quam *fh* ad *hd*, hoc est motus secundum naturam ad praeter naturam; minus repelletur punctum *b*, quam *d*; facilius ergo movebitur punctum *b*, quam punctum *d*, et si facilius, ergo in eodem tempore ab eadem potentia velocius.

| <De cochlea> 57



Sit data cochlea *ab* quotcumque habens elices, ut puta quatuor[219]. Inveniatur ex iis, quae de cochlea diximus in *libro mechanicorum*, triangulum *cde*, ostendens[220] angulum elicium in cylindro [existentium][221] hoc est helices[222] in cochlea sint in angulo *ced*. Intelliga[tur][223] *hk*[224] horizonti aequidistans. Manifestum est, si cochlea *ab* sit horizonti perpendicularis hoc est sit latus cylindri ad horizontem in angulo recto *cdk*[225] ipsius helices nihil aliud esse, nisi planum[226] horizonti[227] inclinatum in angulo *ced*. Sit[228] *de*[229] cylindri

[219] quotcumque habens elices, ut puta quatuor *in interl. diverso atramento M*
[220] ostendens ~ est: *in interl. M*
[221] [existentium] *in interl. M*
[222] *ante* helices *del.* ita ut *M*
[223] Intelliga[tur] ~ aequidistans: *in interl. M*
[224] *post hk del. aliquot literas M*
[225] hoc est sit latus cylindri ad horizontem in angulo recto *cdk in interl. M*
[226] *post* planum *del.* [*ef*] *M*
[227] *post* horizonti *del.* [*hk*] *M*
[228] Sit ~ possideat: *signo posito in marg. M*
[229] *ante de del. aliquot literas M*

[*ab*] quadrupla, cum[230] cylindrus[231] quatuor helices possideat. Ducaturque[232] a puncto *d* ad *ce* perpendicularis *df* moveatur triangulum *cde* ab hoc situ[233] ponaturque (ut in 2ª figura) *df* horizonti perpendicularis maneatque *hk* horizonti aequidistans[234]. [[28 primi]] erit utique[235] *ce* horizonti, et[236] *hk* aequidistans. Si itaque taliter constituatur[237] cochlea *ab* ut cylindri latus[238] ad horizontem eandem habeat inclinationem, quam linea *cd* cum *dk* hoc est sit in angulo *cdk*[239] cochlea inquam, habebit helices[240] ac si horizonti essent aequidistantes quippe cum [in] cylindrum in angulo *dec* [existant][241]. Si vero, ut in 3ª figura *df* una cum horizonte angulum effecerit acutum *fdk* ita tamen ut duo anguli *fdc cdk* simul sumpti sint recto minores[242][•2]. Linea *ec* ex parte *c* cum horizonte *hk* concurret cum angulus *dfc* sit rectus et *fdk* acutus[243]. Constituetur[244] itaque cochlea[245] ut ipsius latus[246] ad horizontem inclinationem haberet secundum angulum *cdk*, nimirum cochlea ob eandem rationem[247] helices habebit ad horizontem[248] inclinatas, ut *ec*[249].

In prima[250] itaque figura helices cochleae ex[251] *g* sursum tendunt, habentque ad horizontem inclinationem in angulo *dec*. In 2ª vero figura helices ad horizontem se habent, ac si ipsi horizonti essent aequidistantes, sunt enim ut

[230] *post* cum *del. aliquot literas M*
[231] *post* cylindrus *del. aliquot literas M*
[232] *post* Ducaturque *del. aliquot literas M*
[233] moveatur triangulum *cde* ab hoc situ *in interl. M*
[234] maneatque *hk* horizonti aequidistans *in interl. M*
[235] utique *in interl. M*
[236] et *diverso atramento add. in eadem linea M*
[237] taliter constituatur *in interl. ex* ponatur *M*
[238] ut cylindri latus *in interl. ex* quae *M*
[239] cum *dk* hoc est sit in angulo *cdk in interl. M*
[240] *post* helices *del. in interl.* quamvis [tamen cum proprie] *M*
[241] quippe cum [in] cylindrum in angulo *dec* [existant] *in interl. M*
[242] ita tamen ut duo anguli *fdc cdk* simul sumpti sint recto minores *in interl. M*
[243] et *fdk* acutus *in interl. M*
[244] Constituetur *post corr. M*
[245] cochlea *in interl. M*
[246] ut ipsius latus *in interl. M*
[247] nimirum cochlea ob eandem rationem *in interl. M*
[248] ad horizontem *in interl. M*
[249] *ec in interl. ex* planum *M*
[250] In prima ∼ oportebat: *diverso atramento signo posito in marg. M*
[251] ex *ex eg M*

ec, quae horizonti est aequidistans. Sed in 3ª figura helices ex *g* horizontem versus descendunt, quemadmodum efficit linea ex *e* in *c*. Ergo si producta[252] *ce* donec[253] ipsi [*hk*] productae occurrat, erunt helices ad horizontem ut angulus *elk* que[•3] quidem demonstrare oportebat.
His[254] constitutis si aqua fuerit in *e* tunc ex *e* in *c* permearet, quare et *g* in *b* similiter tenderet. Ac propterea *** attollet aquam, quod[255] quidem non est propriam attollere, sed deorsum tendere, cum idem prosus sit, ac si super planum *ec* permearet. Dum [autem] aqua deorsum movetur sursum tendit, ut infra clarius patebit.

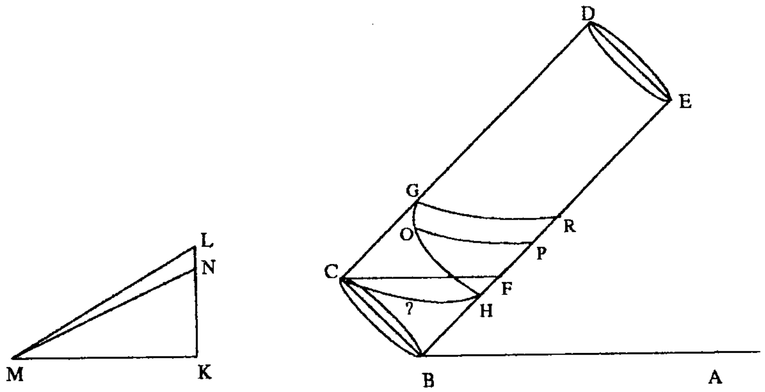
| Propositio [58 *bis*]

Data cochlea, ipsius[256] inclinationem invenire, ita ut aqua super elicen flui possit.

Sit *AB* horizon, sitque data[257] cochlea *bd*, cuius elix sit *ef*. Cochleae inclinationem invenire oportet, ut aqua[258] ex *c* in *f* super elicen flui possit. Secetur cylindrus per axem sectioque [*bcde*] sit horizonti erecta exponatur deinde[259] triangulum *agh*, rectangulum[260], rectum habens angulum ad *a*, sitque *ag* aequalis dimidio perimetri cylindri *bkc*. Et *ah* sit ipsi *bf* aequalis. Unde patet elicen in cylindro esse in angulo *agh*. Ducaturque *al* ipsi *gh* perpendicularis, constituaturque triangulum *agh* ita ut *lah* sit angulus acutus, deinde constituatur[261] latus cylindri *bfe* ita ad horizontem inclinatus[262] ut angulus *ebm* sit aequalis angulo *hab*. Nimirum se habebit[263] elix ad horizontem, ut *gh*[264] si igitur fuerit aqua in *c*, procul dubio movebitur fluetque super elicen ex *c* in *f*. Quod demonstrare oportebat

[252] *post* producta *del. aliquot literas M*
[253] *post* donec *del.* ad *M*
[254] His ~ tenderet: *in interl. M*
[255] *ante* quod *del.* ut posuit Vitruvius *M*
[256] ipsius *in interl. M*
[257] data *in interl. M*
[258] *post* aqua *del. aliquot literas M*
[259] deinde *signo posito in marg. M*
[260] *ante* rectangulum *del.* sitque *M*
[261] *post* constituatur *del. aliquot literas M*
[262] inclinatus *in interl. M*
[263] Nimirum se habebit *in interl. M*
[264] *post gh del.* aqua *M*

[58] | Angulum invenire, secundum quem oporteat helicem[265] construere, ut cochlea in data inclinatione, aquam[266] super[267] ipsas fluere[268] possit.



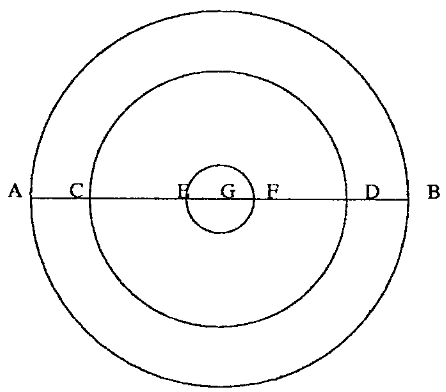
Sit horizon *ab*, sit cylindrus, qui secetur plano per axem, ad rectosque angulos ad horizontem *bcde*, erit utique[269] *abe* angulus inclinationis datus elicem[270] construere oportet, ut aqua[271] in hac data inclinatione super elicem fluere possit[272]. Ducatur a puncto *c* ipsi *ba* aequidistans *cf*. Deinde seorsum exponatur *kl* aequalis *bf*, cui a puncto *k*[273] perpendicularis ducatur *km*, quae sit aequalis dimidio perimetri cylindri, circumferentiae scilicet *bc*[274] et in linea *kl* quodvis summatur punctum *n*. Connectanturque *ml mn*. Ponatur itaque *m* in *c*, *k* in *b*: erit *l* in *f*. Sitque punctum *n* in *h*. Si igitur describatur helix secundum lineam *mn*, si fuerit aqua in *c*[275] patet[276] ipsam[277] ex[278] *c* versus *h*, cum sit *h* horizonti propius, quam *c*.

[265]helicem *ex* helices *M*
[266]*ante* aquam *del.* sursum *M*
[267]super ~ possit: *diverso atramento M*
[268]fluere *in interl.* *ex* attollere *M*
[269]utique *in interl. M*
[270]*ante* elicem *del. aliquot literas M*
[271]aqua *in interl.* *ex* cochlea *M*
[272]super elicem fluere possit *in interl.* *ex* sursum aquam attollat *M*
[273]*k in interl. M*
[274]*bc post corr. M*
[275]si fuerit aqua in *c in interl. M*
[276]*post* patet *del.* pondus, vel aqua moveri *M*
[277]ipsam *in interl. M*
[278]*ante* ex *del.* [fluere] *M*

Describantur[279] itaque helices super totam cochleam secundum angulum *kmn*. ⟨ Pondus semper in infima parte[280] movebitur[281]; nam dum cochlea circumvertitur semper manebit pondus in infima helicis⟩[282] parte. Non enim gratia exempli[283] ex *h* in *c*, neque ex *h* in alteram cochleae partem movebitur. Dum[284] pondus[285] enim cochleae circumvertitur punctum *h* sursum tendit per circumferentiam *boq*, et dum *h* erit in *o* pondus puta[286] ex *h* erit puta[287] in *p*, cum sit *p* horizonti propius quam *o*. Similiter quando punctum *o* erit in *q*, pondus erit in iuxta[288] *r*.

Hinc manifestum est, quomodo in cochlea inclinationem datam habente helices inscribi possint, quae sint, ac si horizonti essent aequidistantes, quod patet si secundum *kml* describerentur.

| Cur maioribus ⟨rotis⟩ orbiculis[289] (quo ad praxim) facilius pondera moventur. [59]



[279] *ante* Describantur *del.* Si enim describeretur helix secundum *ml*, tunc pondus [a] cochlea ex *c* in *f* non moveretur, et esset, ac si helix horizonti aequidistans esset *M*

[280] in infima parte *in interl. M*

[281] *ante* movebitur *del.* super se *M*

[282] helicis⟩ *in interl.* ex cochleae *M*

[283] gratia exempli *in interl. M*

[284] *ante* Dum *del.* cochlea igitur pondus in *** super *be M*

[285] *post* pondus *del.* movebit *M*

[286] puta *in interl. M*

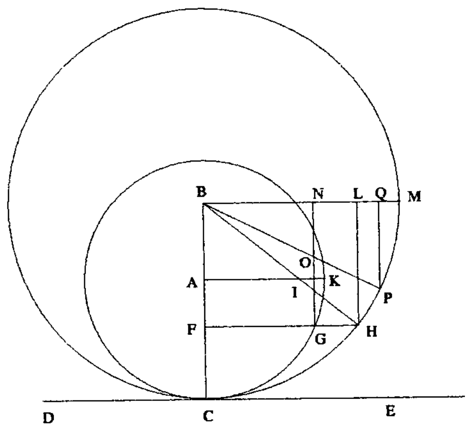
[287] puta *in interl. M*

[288] iuxta *in interl. M*

[289] orbiculis *in interl. M*

An quia, si duo sint ⟨rotae⟩ orbiculi[290] ab cd circa axem ef, quorum centrum sit g. Sintque in a c pondera aequalia; manifestum est potentias in d b pondera sustinentes intersese aequales esse. Sint autem in b d potentiae moventes; erit minor potentia in b, quam in d. Quoniam enim circa axem ef, dum rota circumvertitur, fit resistentia quaedam ex ipsorum contactu, et fricatione, et [[18 quinti]] maiorem habet proportionem bg ad gf, vel ad ge, quam dg ad gf, vel ge; minor erit potentia in b superans repugnantiam quae est in f vel in e, hoc est quae fit circa axem, quam potentia in d.
Quare quamvis in a c pondera sint aequalia, et resistentia circa axem sit eadem, minor tamen potentia in b movebit pondus in a quam potentia in d pondus in c.
Et advertendum est, hoc sequi, quando rotarum axes fuerint interse aequales.

[60] | Idem de scytalis



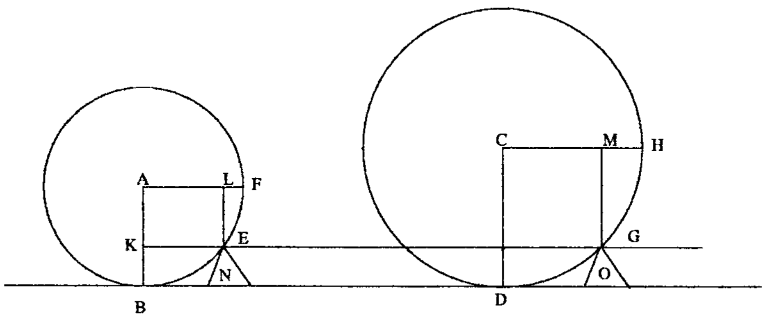
Sint circuli, quorum centra a b, qui non solum inter sese, verum etiam lineam de in puncto c contingant. Iunctaque bac, inter ac[291] quodvis summatur punctum f, a quo ipsi de[292] aequidistans ducatur fgh circulos secans in g h. Similiter a punctis a b ipsi de aequidistantes ducantur aik blm, et a punctis g h ducantur ipsi bc parallelae gi hl. Dico ai ad ik maiorem habere

[290]orbiculi *in interl. M*
[291]inter *ac in marg. M*
[292]ipsi *de in interl. M*

proportionem, quam *bl* ad *lm*. Producatur *gi* usque ad *n*; connectaturque *ag*, cui a puncto *b* aequidistans ducatur *bop* quae neque in circumferentia [*ch*], neque in punctum *h* perveniet, sed inter[293] *hm* ut infra ostendetur. Denique a puncto *p* ipsi *cb* aequidistans ducatur *pq*. Quoniam igitur *ag bo* sunt parallelae, [[29 primi]] angulus *agi* angulo *bon* aequalis, et anguli ad *i n* sunt recti, ergo reliquus *gai* ipsi *obn* est etiam aequalis, [[34 primi]] sed et *bn* est aequalis *ai*; triangulum igitur *agi* triangulo *bon* est aequale; quare ut *ag*, hoc est *ka* ad *ai*, ita est *ob* ad *bn*. Ut autem *ob* ad *bn*, ita 4 sexti
est *pb*, hoc est *mb* ad *bq*. Ergo ut *ka* ad *ai* ita *mb* ad *bq*. Et convertendo, ut *ai* ad *ak*, ita *qb* ad *bm*, atque dividendo, ut *ai* ad *ik*, ita *bq* ad *qm*. Quoniam autem *qb* maior est, quam *bl*, et *lm*, quam *qm*: [[lemma *de vecte* in *libro Mechanicorum*]] maiorem habebit proportionem *bq* ad *qm*, quam *bl* ad *lm*. Ergo *ai* ad *ik* maiorem habebit proportionem, quam *bl* ad *lm*. Quod demonstrare oportebat.

Quod autem *bp* perveniat inter *hm*, sic ostendetur. Iungatur *bh*. Et quoniam [[8 quinti]] *cf* ad *fb* minorem habet proportionem, quam ad *fa*. Habebit [[28 quinti ex Commandino]] componendo *cb* hoc est *hb* ad *bf* minorem, quam *ca*, hoc est *ga* ad *af*. Angulus vero ad *f* utrique triangulorum *afg bfh* communis est rectus, cum sit angulo *ace* aequalis. [[Ex Pappo pagina 110]] angulus *fag* maior angulo *fbh*. Ergo et angulus *cbp* angulo *cbh* est maior. Cum autem [[33 sexti]] angulus *cbh* ad *cbp* sit, ut circumferentia *ch* ad circumferentiam *cp*, et maior est *cbp* ipso *cbh*. Maior quoque eri circumferentia *cp*, quam *ch*. Ducta igitur *bp* ipsi *ag* aequidistans, erit punctum *p* inter *hm*.

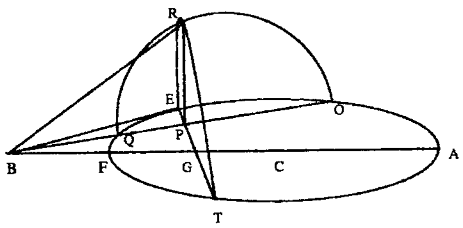
| [61]



[293]inter *post corr. M*

His itaque demonstratis. Duae sint rotae *bef*, *dgh*, lineam horizontis *bd* tangentes in *b d* punctis. Earumque centra sint *a c*. Connectantur *ab cd*, et in *ab* quodvis summatur punctum *k*, a quo ipsi *bd* aequidistans ducatur *keg* rotas secans in *e g*. Intelligantur in horizonte, et sub rotis duo obstacula, puta duo lapides aequales, qui rotas tangant in *e g*. Dico rotam *dgh* facilius pertransire supra lapidem *o*, quam rota *bef* supra *n*.
Ducantur *af ch* ipsi *bd* horizonti aequidistantes; et a punctis *e g* ad *af ch* perpendiculares ducantur *el gm*. Intelliganturque puncta *e g* fulcimenta. Quoniam enim *el gm* sunt horizonti perpendiculares, si in *fh* ponantur potentiae rotarum pondera sustinentes; erit[•4] ex nona Pappi 8^{vi} libri, potentia in *f* ad rotam ut *al* ad *lf*, potentiaque in *h* ad rotam ut *cm* ad *mh*; minorem autem habet proportionem *cm* ad *mh*, quam *al* ad *lf*. Minor igitur potentia in *h* sustinebit rotam *dgh*, quam potentia in *f* rotam *bef*. Ergo et minor potentia movebit rotam *dgh*, quam *bef* ergo et facilius.
Advertendum tamen est hoc sequi, quando rotae sunt eiusdem gravitatis vel[294] quando[295] eandem sustinent gravitatem. Ut in curvibus evenit; curvus, enim, semper eandem servant gravitatem, sive maiores, sive minores habeant rotas.

[62] | Eadem constituatur ut in 34.



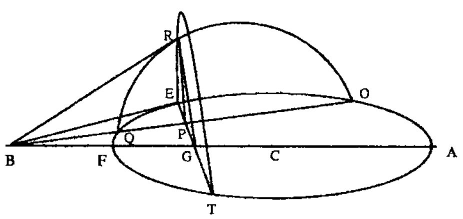
Dico *ob* ad *bq* ita esse, ut *op* ad *pq*. Intelligantur sphera circa axem *af* et centrum *c*; [[6 primi Theodosii]] erit *fea* circulus maximus, et a puncto *p* ad huius circuli planum[296] perpendicularis erigatur *pr* usque ad spherae superficiem, quae et ad *eg* perpendicularis existet. Deinde per *eg pr* planum

[294] vel ~ gravitatem: *signo posito in marg. M*
[295] quando *in interl. M*
[296] planum *post corr. M*

ducatur, quod faciet in sphera circulum *ert*, qui [[18 undecimi]] ad rectos erit angulos ad planum per *fea* ductum, eiusque diameter erit *et*, et centrum *g*. Similiter per *qo pr* planum ducatur faciens in sphera circulum *qro*. Denique connectatur *br*. Erit *qo* circuli *qro* diameter, lineaeque *br bqpo pr*, itidemque ex 2 undecimi semicirculus *qro* in uno, et eodem plano[297]. Quoniam igitur *be* circulum *fea* maximum, ac per consequens spheram contingit, et *be* est aequalis *br*, cum [[5 primi Theodosii]] linea *bfgca* per polos circuli *ert* transeat[298], continget *br* spheram in puncto *r*. Ac propterea semicirculum quoque *qro* in eodem puncto tanget. Quia vero *br* semicirculum *qro* in *r* contingit, a quo ducta est *rp* ad diametrum *qpo* perpendicularis: erit ex demonstratis in 34[299] *ob* ad *bq*, ut *op* ad *pq*. Quod demonstrare oportebat.

Hoc idem in ellipsi eodem methodo ostendemus.

| [63]

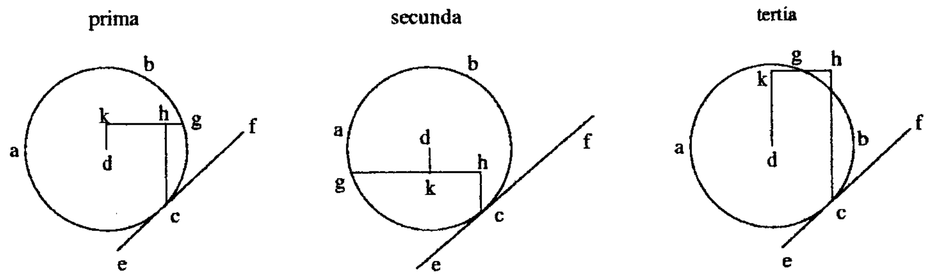


Sit *feat* ellipsis, sitque ut in 36 primi *Conicorum* Apollonii *be* ellipsim contingens. Ordinatimque sit applicata *eg*: erit ex eadem 36 ut *ab* ad *bf*, ita *ag* ad *gf*. Ducatur itaque utcumque linea *bpo* secans *eg* in *p*. Dico *ob* ad *bq* ita esse, ut *op* ad *pq*. Intelligatur spheroides circa axem *af*. Ducaturque *pr* ad planum per ellipsim *feat* ductum perpendicularis, et per *egt pr* planum ducatur *ert* spheroidem secans; [[ex 12 Archimedis *de conoidibus et spheroidibus*]] erit *ert* semicirculus, cuius diameter *et*, et centrum *g*[300] ad planum per ellipsim *feat* ductum perpendicularis. Rursus per *qo pr* aliud ducatur planum *qro*, quod [[15 Archimedis in eodem libro]] in spheroide sectionem efficiet ellipsim, cuius diameter erit *qo*. Connectanturque *br gr*; erunt lineae *bo pr br*, et ellipsis *qro* in uno, et eodem plano. Quoniam enim duae *bg ge* duabus *bg gr* sunt aequales, angulumque rectum continent: erit *be* aequalis

[297] *ante* plano *del.* erunt *M*
[298] transeat *post corr. M*
[299] in 34 *signo posito in marg. M*
[300] *post g del.* Rursus per *qo M*

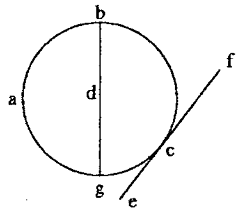
br. *be* vero spheroidem tangit, ergo *br* spheroidem, et ellipsim *qro* quoque continget, cum sit *bfa* recta linea, et *fa* axis spheroidis. Cum autem ellipsim *qro*, cuius diameter *oq*, linea contingat *br* et a puncto *r* ordinatim ad diametrum[301] applicata sit[302] [*rp*]. Erit ex eadem 36 primi *Conicorum ob* ad *bq*, ut *op* ad *pq*. Quod erat quoque demonstrandum.

[64] | Potentiam invenire quae datam sphaeram subiectum planum horizonti inclinatum tangentem in dato puncto[303] sustineat.



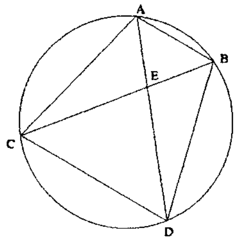
Oportet vero potentiam ita in sphaera constituere ut circulus maximus per potentiam, et tactum transiens sit horizonti erectus.
Sphaera enim *abc* habeat centrum *d*, quae subiectum planum *ef* horizonti inclinatum in *c* contingat. Sphaera vero secetur per centrum, et per *c*, plano horizonti erecto. Quod quidem in sphaera circulum efficiat maximum *abc*. Sitque in hoc circulo constituenda potentia sphaeram sustinens in *g*. Ducatur *gh* horizonti aequidistans, cui ad rectos angulos ducantur *ch dk*. Intelligatur itaque *gh* vectis, cuius fulcimentum est in h, cum planum *ef* sphaeram tangat in *c*. Pondus vero in *k* appensum. Cum enim *d* sit centrum gravitatis sphaerae, erit perinde, ac si in *k* esset appensum ex dictis in tractatum *de vecte* nostrorum *mechanicorum*. Quam vero proportionem habet *gh* ad *hk*, ita fiat gravitas sphaerae ad potentiam in *g*. Potentia igitur in *g* cognita erit. Ac in prima quidem figura erit primus modus *de vecte*, in secunda: secundus in tertia: tertius.

[301] diametrum *in interl. M*
[302] sit *post corr. M*
[303] in dato puncto *in interl. diverso atramento M*



Notandum tum quod si potentia esset in *g*, ita ut ducta horizonti perpendicularis per centrum sphaerae *d* transiret, ut *dg* tunc potentiam totam sustineret sphaeram. Ac propterea ipsi aequalis existeret. Veluti[304] in puncto quoque *b* ob eandem causam.

| Quae in circulo rectas aequidistantes lineas[305] coniungunt intersese sunt aequales. [65]

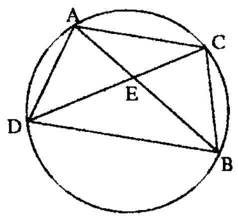


Sint in circulo parallelae lineae *ab cd*, quas coniungant *ac bd*, et *ad cb*. Dico lineas *ac bd* interse aequales esse. [Similiter] *ad bc* interse aequales quoque esse. Sit punctum *e*, ubi *ad bc* se invicem secant. Et quoniam [[15 primi]] angulus *aeb* aequalis est angulo *ced*, et [[29 primi]] *eba* aequalis *ecd*, atque *eab* angulo *edc* aequalis; erit triangulum *aeb* triangulo *ced* simile, quare [[4 sexti]] ut *ae* ad *eb*, ita *de* ad *ec*, et permutando ut *ae* ad *ed*, ita *be* ad *ec*, componendoque *ad* ad[306] *de*, ut *bc* ad *ce*. Rursus quoniam angulus *bed* angulo *aec* est aequalis, et [[21 tertii]] *acb* angulo *adb* est aequalis, [similiter] angulus *cad* angulo *cbd* aequalis, erit triangulum *aec* triangulo *bed* simile. Ergo ut *ec* ad *ca*, ita *ed* ad *db*, quare ex aequali [[22 quinti]] *bc* ad *ca* ita est, ut *ad* ad *db*. Quia vero est *bc* ad *ca*, ut *ad* ad *db*, angulusque *bca* angulo *adb* est aequalis. Simile erit [[6 sexti]] triangulum *abc* triangulo *adb*, quare ut *ba* 16 quinti et 18

[304]Veluti ~ causam: *diverso atramento M*
[305]*post* lineas *del.* in extremitatibus *M*
[306]ad *signo posito in marg. M*

ad *ac*, ita est *ab* ad *bd*. Ergo *ac bd* sunt intersese aequales. Simili ratione quoniam ob eandem triangulorum similitudinem ita est *ba* ad *ad*, ut *ab* ad *bc*, erunt itidem *ad bc* intersese aequales. Quod demonstrare oportebat.

[68] | Quae in circulo aequales rectas lineas coniungunt, intersese sunt, vel aequales, vel aequidistantes.



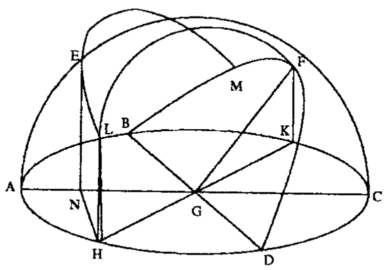
Sint in circulo aequales rectae lineae *ab cd*, quae primum se invicem dispescant in *e*; quas coniungant *ad cb*. Dico has aequales esse. Nam, cum [[28 tertii]] sint circumferentiae *acb cad* aequales. Communi dempta *ac*, erit circumferentia *cb* circumferentiae *ad* aequalis, et ob id [[29 tertii]] recta *cb* rectae *ad* est aequalis.

Coniungant autem *ab cd* lineae *ac db*. Dico *ac db* inter se aequidistantes esse. Quoniam enim [[28 tertii]] circumferentia *acbd* aequalis est circumferentiae
ex 27 tertii *cadb*; anguli *cdb abd* interse aequales erunt. Et [[ex 21 tertii]] angulus *cab* angulo *cdb* est aequalis. Ergo angulus *abd* angulo *bac* est aequalis, quare [[27 primi]] linea *bd* lineae *ac* est aequidistans.

Si vero datae sint in circulo lineae aequales *ad cb* se invicem minime secantes, quas coniungant *ab cd*. Dico similiter *ab cd* aequales esse. Cum enim circumferentia *ad* sint circumferentiae *bc* aequalis, communi addita *ac*, erit circumferentia *dac* circumferentiae *bca* aequalis, ac propterea linea *cd* ipsi *ab* aequalis erit.

Lineas vero *ac bd* rectas aequales *ad cb* coniungentes aequidistantes esse, eodem modo ostendetur.

| Poli altitudinem supra circulum maximum ad[307] planum horizonti inclinatum invenire. [69]



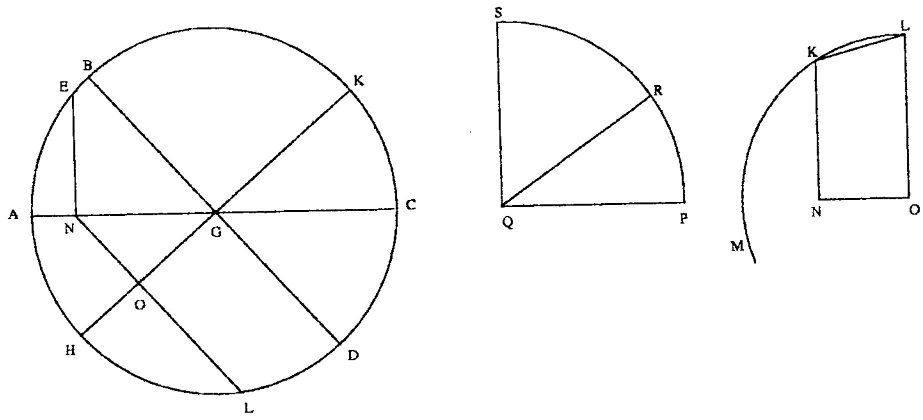
Sit horizon *abcd*, sit *aec* meridianus, cuius, et horizontis sit communis sectio *ac*. Sitque centrum mundi g, et polus e. Sit planum inclinatum bfd, lineaque *bd* sit plani inclinati, et horizontis communis sectio, cui ad angulos rectos sit hgk. Manifestum est planum circuli hfk ad horizontem erecti[308] ad rectos esse angulos ad planum bfd. Connectatur gf, erit fgk angulus inclinationis plani inclinati bfd, et horizontis. Quoniam enim si a puncto f ad horizontis planum ducatur perpendicularis in lineam gk cadet, cumque sit fg ad *bgd* perpendicularis, et *hgk* eidem *bgd* perpendicularis; erit angulus fgk minimus omnium angulorum contentorum a linea fg, et omnibus lineis in plano horizontis per punctum g transeuntibus. Fiat deinde circumferentia fl circuli quarta erit *hl* complementum circumferentiae fk, atque punctum l polus circuli bfd, huiusque plani inclinati Zenit. Ducatur itaque per *le* circulum in sphera maximus *lem*, erit *lem* quarta circuli ergo *em* erit altitudo poli supra planum bfd inclinatum.

Quae hic obscura videntur ex 7º libro Pappi mathematicorum collectionum sunt manifesta

[307] ad *in interl. M*

[308] ad horizontem erecti *signo posito in marg. M*

70] |

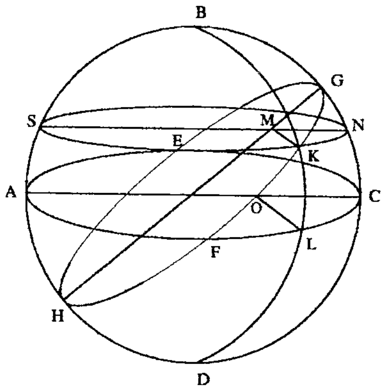


Ut autem faciliter rectis tamen lineis, circulique circumferentiis, quanta sit huius poli altitudo inveniatur[309]. Describatur seorsum maximus circulus *abcd*, cuius centrum *g*, et ducatur *agc*, quae sit communis sectio meridiani, et horizontis. Sitque *bd* diameter circuli inclinati, cui perpendicularis existat *hgk*, sitque *pqr* angulus huius plani inclinationis, sitque *prs* circuli maximi quarta, sit postea[310] circumferentia *ae* poli altitudo, et ab *e* ad *ac*[311] ducatur perpendicularis[312] *en*. Si itaque intelligatur semicirculum *abkc* elevatum esse, ut *aec* in superiori figura, erit *en* ipsi *en* superioris figurae aequalis, et *gn* ipsi *gn* aequalis. Eodem modo summatur circumferentia *hl* aequalis *rs*, quae aequalis erit circumferentiae *hl* superioris figurae et a puncto *l* ad *bk* perpendicularis ducatur *lo*, erit *lo* ipsi *lo* superioris figurae aequalis; et *og* ipsi *og*; intelligendo semicirculum *hdk* esse semicirculum *hlfk* superioris figurae. Connectatur igitur *no*, erit *no* alteri *no* aequalis, cum sint triangula *ngo* interse aequalia. Ponatur tandem non seorsum, ad quam perpendiculares ducantur *ne ol*, erunt quadrilatera *enol* aequalia.
Ducatur igitur per puncta *e l* circulus maximus, fiatque *lem* quarta circuli erunt circumferentiae *el*, et circumferentiae *em* aequales. Ergo circumferentia *em* erit altitudo poli supra planum horizonti inclinatum in angulo *pqr*, cuius positio in horizonte sit *bgd*.

[309] inveniatur *in interl. M*
[310] postea *in interl. M*
[311] ad *ac in interl. diverso atramento M*
[312] perpendicularis *signo posito in marg. diverso atramento M*

| *Di questo si potrebbe far doi problemi separati*[313] [71]

Communem sectionem coluri solstitiorum et cuiuscumque solis paralleli[314], data solis maxima declinatione[315] cuiuscumque[316] eclipticae[317] puncti declinationem[318] invenire[319]



Sit[320] colurus solstitiorum[321] *abcd*, sintque[322] mundi poli *b*[323] *d*[324]. Sit *aecf* aequinoctialis, lineaque[325] *ac* sit[326] ipsius et[327] solstitiorum coluri[328] communis sectio. Sit zodiacus *egfh*, cuius et meridiani sit *hg*[329] sectio communis[330]

[313] *Di questo si potrebbe far doi problemi separati signo posito in marg. diverso atramento M*

[314] *post* paralleli *del.* simulque *M*

[315] data solis maxima declinatione *signo posito in marg. M*

[316] *ante* cuiuscumque *del.* decliantionem *M*

[317] *post* eclipticae *del.* gradus *M*

[318] puncti declinationem *in interl. M*

[319] *post* invenire *del.* declinationem *** [autem hoc] *M*

[320] *post* Sit *del.* meridianus *M*

[321] colurus solstitiorum *correxi* colurusque solstitiorum *in interl. M*

[322] *ante* sintque *del. aliquot literas M*

[323] poli *b in interl. M*

[324] *post d del.* polus vero mundi sit sit *h M*

[325] lineaque *in interl. M*

[326] sit *in interl. M*

[327] *post* et *del.* meridiani *M*

[328] solstitiorum coluri *in interl. M*

[329] *hg post corr. M*

[330] *post* communis *del. ef* vero Zodiaci et aequinotialis communis sectio *M*

Erit utique arcus *cg* maxima solis declinatio[331]. Summatur in zodiaco quodvis punctum *k* et per puncta *b k d* circulus describatur maximus *bkld* qui aequinotialem secet in *l*[332]. Manifestum est *kl* declinationem esse puncti *k*. Ducatur itaque a puncto *k* ad meridianum *abcd*[333] perpendicularis *km*, quae[334] in *hg* quae est communis sectio zodiaci et meridiani cadet[335]. Deinde a puncto *m* ipsi *ac*[336] aequidistans ducatur *smrl*. Dico[337] circumferentiam *nc* circumferentiae *kl* aequalem esse. Ducatur a puncto *l* ad meridianum[338] perpendicularis *lo*, quae[339] in[340] *ac*[341] cadet. Eritque [[38 undecimi 6 undecimi]] *km* ipsi *lo* aequidistans[342]. Quia vero linea quoque[343] *smn* ipsi *aoc* est aequidistans planum[344] [[13 undecimi]] per *km smn* ductum hoc est[345] *nks* erit[346] aequinoctialis[347] plano *alc*[348] aequidistans[349] autem[350] *bkl bnc* sunt circuli maximi per polos[351] *bd* transeuntes[352],qui sunt poli[353] et aequinoctialis et plani per *km smn* descripti hoc est circuli *nks*[354]. Erit *nc* ipsi *kl* aequalis arcus ergo *cn* declinationem puncti *k* ostendit[355]. Simulque pa-

secundi *Sphaericorum* Theodosii

[331]Erit utique arcus *cg* maxima solis declinatio *signo posito in marg. M*

[332]qui aequinotialem secet in *l in interl. M*

[333] meridianum *abcd in interl. post corr. M*

[334]*post* quae *del.* et meridiani [[38 11^{mi}]] plano perpendicularis existet, aequinoctialis vero plano aequidistant *M*

[335]in *hg* quae est communis sectio zodiaci et meridiani cadet *in interl. M*

[336]*ante ac del. h M*

[337]*post* Dico *del. aliquot literas M*

[338]meridianum *in interl. ex abc ex* ad planum *ab M*

[339]*post* quae *del.* meridiani plano perpendicularis erit, idcirco *M*

[340]in ~ Eritque: *in interl. M*

[341]*ante ac del.* lin *M*

[342]*post* aequidistans *del.* erit, cadet *M*

[343]Quia vero linea quoque *in interl. M*

[344]*post* planum *del.* itaque *M*

[345]hoc est *in interl. M*

[346]*ante* erit *del. aliquot literas M*

[347]*ante* aequinoctialis *del. in interl. aliquot literas M*

[348]*alc in interl. M*

[349]*post* aequidistans *del. in interl. aliquot verba M*

[350]*ante* autem *del. aliquot literas M*

[351]polos *ex* polum *M*

[352]transeuntes *ex* descripti *M*

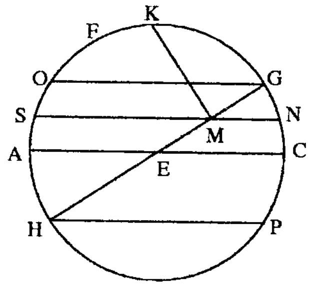
[353]sunt poli *ex* est polus *M*

[354]hoc est circuli *nks in interl. M*

[355]arcus ergo *cn* declinationem puncti *k* ostendit *signo posito in marg. M*

tet *ns* communem esse sectionem meridiani, et paralleli *nks*, et *ns* ipsi *ac* aequidistantem esse.

Operatio



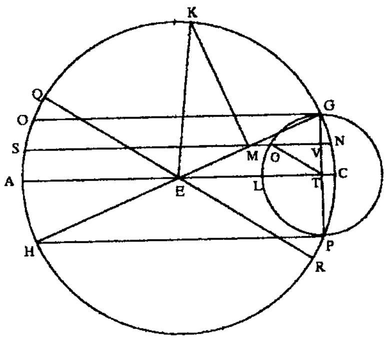
Sit[356] circulus *afch*[357] cuius centrum *e*. Ductaque *aec*, fiat [*cg*][358] maxima solis declinatio[359]. Ducaturque *geh*[360]. Sitque[361] circuli quarta *gf*[362]. Intelligatur[363] circulum *afgh* esse lineam eclipticam[364] et[365] punctum[366] *f*[367] principium arietis sive librae. Principium tauri[368] oportet in solstitiorum coluro diametrum invenire. Ducatur a puncto *k* ad *hg* perpendicularis *km*. Deinde invento puncto *m* a puncto *m* ducatur *smn* ipsi *aċ* aequidistans. Intelligatur circulum *afch* solstitiorum colurus lineaque *ac* aequinoctialis

[356] *ante* Sit *del.* hoc demonstrato *M*
[357] *afch post corr. M*
[358] [*cg*] *post corr. M*
[359] *post* declinatio *del.* quae est tropicorum *M*
[360] *geh in interl. ex ged M*
[361] *ante* Sitque *del.* erit *** **eh** altera polis declinatio maxima *M*
[362] *gf ex* [*ghf*] *M*
[363] *post* Intelligatur *del. aliquot literas M*
[364] *post* eclipticam *del.* in qua sumatur quodlibet punctum *M*
[365] et ~ librae: *in interl. M*
[366] punctum *in interl. M*
[367] *ante f del.* intelligaturque *M*
[368] Principium tauri ~ ducta: *ex* Hoc demonstrato sit circulus *afc* cuius centrum *e* ductaque *aec* fiat [*c*] maxima solis declinatio quae est tropicorum. Ducaturque [*bed*] sitque arcum quarta *bf*. Intelligatur primum circulum *afcd* esse lineam eclipticam in qua sumatur quodlibet punctum *k* a *** *ad*, *bd* perpendicularis ducatur *km*. Deinde ducatur [*mn*] ipsi [*ec*] aequidistans; circulumque *abcd* intelligatur esse meridianum, erit *nc* declinatio puncti *k M*

diameter[369] *sn* in solstitiorum coluro diameter paralleli principi tauri arietisque *go*, *hp* ipsi *ac* similiter aequidistantes, erunt *go* ,*ho* in dicto coluro tropicorum diametri[370]. Erit *nc* declinatio puncti *k*, et *ns* parallelus qui oritur ex perpendiculari ab ecliptica ad meridianum ducta.

72] | Et hoc modo unumquemque diametrum cuiscumque paralleli facile inveniemus[371].

Et hoc modo facile unumquemque parallelum[372], et cuiuscumque gradus declinationem inveniemus. Facileque tabulas conficiemus. Ut si *fk* tertia sit pars *fb*, sitque punctum *f* arietis principium erit *k* principium tauri, cuius declinatio est arcus *nc*.



Joannes[373] autem[374] de Roias et aliis ut parallelos in planisphaerio inveniant[375] aliter construunt. Iisdem namque positis[376] ducant[377] lineam *gp*[378] inter tropicos et[379] quam aequinoctialis in *t* bifariam et ad rectos angulos

[369] Intelligatur circulum *afch* solstitiorum colurus lineaque *ac* aequinoctialis diameter *in interl. M*

[370] *sn* in solstitiorum coluro diameter paralleli principi tauri arietisque *go*, *hp* ipsi *ac* similiter aequidistantes, erunt *go* ,*ho* in dicto coluro tropicorum diametri *signo posito in marg. M*

[371] Et hoc modo unumquemque diametrum cuiscumque paralleli facile inveniemus *in marg. M*

[372] unumquemque parallelum *in interl. M*

[373] *ante* Joannes *del.* Alii et praecipue *M*

[374] autem *in interl. M*

[375] et aliis ut parallelos in planisphaerio inveniant *in interl. M*

[376] Iisdem namque positis *signo posito in marg. M*

[377] *post* ducant *del.* enim *M*

[378] *ante gp del. aliquot literas M*

[379] *ante* et *del. aliquot verba in interl. M*

secet[380] et centro t[381] circulum describunt glp[382] erunt[383] utique gl lp circuli quartae[384] accipiuntque circulum plg vel ecliptica et punctum l pro principio Arietis et librae si itaque summatur[385] lo tertia[386] pars quartae[387] lg[388] erit punctum[389] o principium tauri et virginis[390] a quo ducant $smon$ ipsi ac aequidistans[391], asserunt sn in[392] planispherio cum principii[393] Tauri parallelum ostendere. Nos autem [sn][394] ipsius tauri[395] [paralleli] diametrum quoque existere. Hoc modo demonstrabimus.

Sit fk ut supra[396] tertia pars ipsius[397] fg et lo similiter[398] tertia ipsius[399] lob. Ductaque km ad gh perpendicularis, iungatur[400] mo, quae producatur ex utraque parte usque ad circumferentiam in[401] sn. Demonstrare oportet lineam sn ipsi ac aequidistantem esse secet tg lineam sn in u[402]. Quoniam enim circumferentiae[403] fk lo sunt[404] similes, et fg lg similes, erunt gk go similes, iunctis ergo ke ot, erit angulus kem angulo otu aequalis, quoniam

[380]quam aequinoctialis in t bifariam et ad rectos angulos secet *signo posito in marg. M*

[381]*post t del.* in aequinoctialis h *M*

[382]*ante glp del. aliquot literas M*

[383]erunt *ex* eruntque *M*

[384]*post* quartae *del. aliquot literas M*

[385]accipiuntque circulum plg vel ecliptica et punctum l pro principio Arietis et librae si itaque summatur *signo posito in marg. M*

[386]*ante* tertia *del.* [similiter] *M*

[387]quartae *in interl. M*

[388]*post lg del. aliquot literas M*

[389]punctum *in interl. M*

[390]et virginis *in interl. M*

[391]*post* aequidistans *del.* erit similiter ns parallelus et nc solstitiorum coluri diametrum esse paralleli principium tauri ipius declinatio. Quod sic ostendetur. Quod sic demonstrabitur *M*

[392]asserunt sn in *in interl. M*

[393]cum principii *in interl. M*

[394][sn] *in interl. M*

[395]tauri *in interl. M*

[396]ut supra *in interl. M*

[397]ipsius *in interl. M*

[398]similiter *in interl. M*

[399]ipsius *in interl. M*

[400]iungatur *ex* iunganturque *M*

[401]ex utraque parte usque ad circumferentiam in *in interl. M*

[402]secet tg lineam sn in u *in interl. M*

[403]circumferentiae *in interl. M*

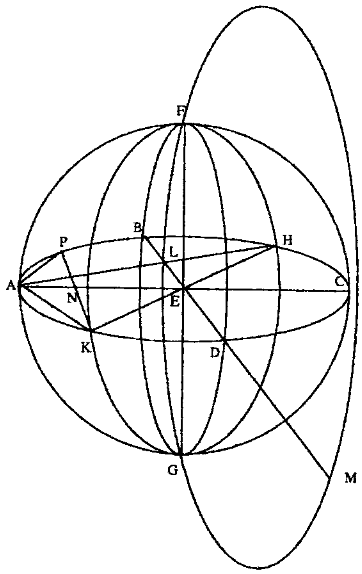
[404]*post* sunt *del.* circumferentiae *M*

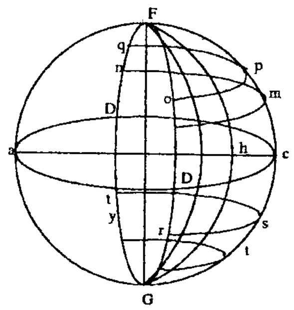
autem angulus *emk* rectus recto *tuo* est aequalis, erit reliquus[405] *ekm* reliquo[406] *tou* aequalis, quare [[4 sexti]] ut *me* ad *ek*, hoc est ad *eg*, ita ut *ut* ad *to* hoc est ad *tg*, et [[cor. 4 quinti]] convertendo, ut *ge* ad *em* ita *gt*, ad *tu*, [[11 quinti]] dividendoque ut *gm* ad *me*, ita *gu* ad *ut*. [[2 sexti]] Linea igitur *moun* hoc est *sn*[407] est ipsi *aec*[408] aequidistans[409]. Quoniam autem[410] *son* per punctum *n* transit, ex supra demonstratis erit *sn* paralleli principii tauri in solstitiorum coluro diameter[411] secundum igitur ipsorum operationem dum parallelos in planispherio qui sunt ipsorum parallelorum diametros inveniunt quod quidem demonstrare propositum fuerat.
Quamvis hoc modo brevior sit operatio, ad inveniendos [tantum] parallelos[412] conficiendas [tantum][413] tabulas melior certior[414] erit operatio[415] [primo] quo[416] supra dictum est modo quam secundum Ioannes de Roias[417] semper[418] operatio fiat in circumferentia *hfgr*[419], quae magna fieri [potest] gradusque distincte magis in 90 partes distribuentur in[420] quartis *hf fg* quam in *lg lp*.
Post sit horizon *qr*, sitque cognita *rc*, hoc est aequinoctialis[421] altitudo, quae latitudinis, sive quod idem est, poli altitudinis est complementum. Si hinc addatur *nc* erit *rn* cognita, quae erit altitudo meridiana puncti *k*. Et hoc modo omnes cuiuscumque puncti eclipticae altitudines meridianae notae erunt. Ex quibus tabulas quoque facile conficere poterimus. Advertendum tamen, ut declinationes signorum borealium altitudini aequinoctialis

[405]reliquus *in interl.* *M*
[406]reliquo *in interl.* *ex* ipsi *M*
[407]hoc est *sn* *in interl.* *M*
[408]*aec* *ex* *ac* *M*
[409]*post* aequidistans *del.* Quod demonstrare oportebat *M*
[410]Quoniam autem ~ fuerat: *signo posito in marg.* *M*
[411]*post* diameter *del.* [si itaque] *M*
[412]inveniendos [tantum] parallelos *in interl.* *M*
[413][tantum] *in interl.* *post corr.* *M*
[414]certior *in interl.* *M*
[415]*post* operatio *del.* quemadmodum *M*
[416][primo] quo *in interl.* *M*
[417]modo quam secundum Ioannes de Roias *in interl.* *M*
[418]*ante* semper *del.* cum *M*
[419]*hfgr* *post corr.* *M*
[420]in *bis* *M*
[421]*post* aequinoctialis *del.* maxima *M*

addantur; australium vero demantur.

| [73]





Gemma Phrisius antiquum Astrolabum catholicum edidit, cuius alii quoque mentionem fecere, ut Orontius. Ortumque habet huius modi. Ponitur oculus in sectionis puncto aequinoctialis et coluri aequinoctiorum, et omnes meridiani[422] ac paralleli[423], qui in hemispherio oculo existunt opposito[424], quemadmodum oculo apparent in coluro solstitiorum, tamquam in sectione describunt[425] ut sit[426] *abcd* aequinoctialis. Sit *afcg* aequinoctiorum colurus. *bfdg* vero colurus solstitiorum. Erunt[427] utique puncta *fg* mundi poli. Per quos deinde utcumque quotlibet circuli, in sphera[428] ducantur maximi, qui meridiani erunt deinde aequinoctiali aequidistantes ubicumque et quotcumque ex utraque parte ducantur circuli *lmn opq rst uxy* quos omnes in plano *bfdg*[429] circulorum circumferentias esse sine demonstratione[430] affir-

[422] *post* meridiani *del. aliquot literas M*
[423] *post* paralleli *del. aliquot literas M*
[424] existunt opposito ex opposito existunt *M*
[425] *post* describunt *del.* hoc modo *M*
[426] ut sit ~ *uxy*: *signo posito in marg. M*
[427] *ante* Erunt *del. aliquot literas M*
[428] in sphera *in interl. M*
[429] in plano *bfdg in interl. M*
[430] sine demonstratione *in interl. M*

mant[431]. Quae quidem omnia[432] hoc[433] modo ostendetur[434] *** primum de meridianis.

Sit rursus[435] circulus *abcd* aequinoctialis, cuius mundi centrum sit *c*, polique sint *f g* et sit *afcg* aequinoctiorum colurus cuius et aequinoctialis[436] sit *aec* communis sectio[437]. Sit deinde *bfdg* colurus solstitiorum, lineaque[438] *bcd*[439] aequinoctialis, et coluri *bfdg* solstitiorum sit sectio communis. Ducatur[440] ita per[441] polos *f g* circulus aliquis *fhgk* qui cum sit per polos[442] meridianorum aliquis utique[443] erit. Secetque *fhgk* aequinoctialem *abcd* in punctis *h k*. Deinde[444] iungatur[445] *fg*. Ponaturque oculus in puncto[446] *a* quod est sectio aequinoctialis, atque aequinoctiorum coluri[447]. Si itaque circulum *fhgk* in coluro solstitiorum hoc est in plano *bfdg*, tamquam in sectione, ut oculo in *a* existenti apparet, ostendere voluerimus. Dico sectionem hanc circulum esse.

Primum quidem manifestum est puncta *f g* non [punctari], eademque in sectione apparere, cum in ipsa sint sectione[448]. Connectatur *hk*, quae cum sit communis sectio aequinoctialis *abcd* et meridiani *fhgk* per centrum *e*
[74] transibit. Iungatur deinde *ah ak* secetque *ah* lineam *bd* in *l* et[449] | *bd ak*[450]

---

431 *post* affirmant *del.* non [tunc] demonstrant *M*
432 Quae quidem omnia *in interl. M*
433 *ante* hoc *del. aliquot verba M*
434 *post* ostendetur *del. aliquot verba M*
435 rursus *in interl. M*
436 et sit *afcg* aequinoctiorum colurus cuius et aequinoctialis *in interl. M*
437 *post* sectio *del.* equinoctialis et coluri *afcg* aequinoctiorum *M*
438 Sit deinde *bfdg* colurus solstitiorum, lineaque *in interl. M*
439 *post bcd del.* vero *M*
440 *post* Ducatur *del.* *in interl.* deinde *M*
441 *ante* per *del.* [atque] *M*
442 cum sit per polos *in interl. M*
443 aliquis utique *in interl. M*
444 Secetque *fhgk* aequinoctialem *abcd* in punctis *h k*. Deinde *signo posito in marg. M*
445 *post* iungatur *del. aliquot literas M*
446 puncto *in interl. M*
447 quod est sectio aequinoctialis, atque aequinoctiorum coluri *in interl. M*
448 *post* sectione *del.* Ducatur *ah* quae lineam *be* secet in *l*. Similiter patet punctum *h* in sectione *bfdg* esse in *l*, cum sit linea *bed* in sectione. Connectatur *ak*, et *M*
449 Connectatur *hk*, quae cum sit communis sectio aequinoctialis *abcd* et meridiani *fhgk* per centrum e transibit. Iungatur deinde *ah ak* secetque *ah* lineam *bd* in *l* et *in marg. M*
450 *post ak del.* producantur *M*

ex parte *d k* producantur[451] quae intersese concurrent. Primum quidem quoniam in eodem sunt plano, aequinoctialis scilicet. Deinde quoniam coluri ad rectos sunt sibi invicem angulos ipsorum quoque diametri *ac bd* in plano aequinoctialis ad rectos angulos erunt, ac propterea[452] angulus *aem* est rectus sed *eak* necessario est acutus, cum sit minor *hak*, qui [[31 tertii]] in semicirculo[453] rectus est. Conveniant igitur[454] in *m*. Et a puncto *k* ipsi *bm* aequidistans ducatur *knp*, quae[[ex 29 primi]] ad[455] *ea* perpendicularis, et [[3 tertii]] *kn* ipsi *np* aequalis existet[456]. Iuncta igitur *ap*, quoniam ad *n* sunt anguli recti, [[ex 4 primi]] erit *ap* aequalis *ak* et [[5 primi]] ob id angulus *akp* angulo *apk* est aequalis. Quoniam igitur [[29 primi]] angulus *akn* angulo *aml* est aequalis, et [[21 tertii]] *apk* angulo *ahk* aequalis, erit angulus *aml* angulo *ahk* aequalis. Cum itaque duo sint triangula *ahk alm*, quorum angulus *mah* est utrique communis, et *ahk* est *aml* aequalis, [[ex 32 primi]] erit reliquus *alm* reliquo *akh* aequalis. Intelligatur itaque conus *ahk*[457] cuius basis sit circulus meridianus[458] *fhgk*, et vertex *a* et axis *ae*[459] qui secetur[460] plano[461] per axem *ahk* ducto[462] basique *fhgk* erecto, cum planum *ahk* sit in plano aequinoctialis *abcd*, quod est erectum ad planum *fhgk* quippe[463] cum aequinoctialis planum sit semper ad omnes meridianos erectum[464]. Sitque triangulum per axem[465] *ahk*. Si igitur[466] ex parte

[451] producantur *in interl. M*

[452] quoniam coluri ad rectos sunt sibi invicem angulos ipsorum quoque diametri *ac bd* () in plano aequinoctialis ad rectos angulos erunt, ac propterea *signo posito in marg. M*

[453] in semicirculo *in interl. M*

[454] *post* igitur *del.* interse quare concurrant *M*

[455] *ante* ad *del. knp M*

[456] existet *in interl. M*

[457] *ahk in interl. M*

[458] meridianus *in interl. M*

[459] axis *ae in interl. M*

[460] *post* secetur *del.* plano per *lem feg* ducto, erit planum *fhgm* plano *fhgk* subcontarie positum *M*

[461] plano ~ *fhgk*: *signo posito in marg. M*

[462] ducto *in interl. M*

[463] quippe ~ subcontrarie positum: *in interl. M* *ante* quippe *del.* deinde secetur conus *** altero plano *M*

[464] *post* erectum *del.* Si igitur conus hoc altero plano sectus intelligatur *M*

[465] Sitque triangulum per axem *in interl. M*

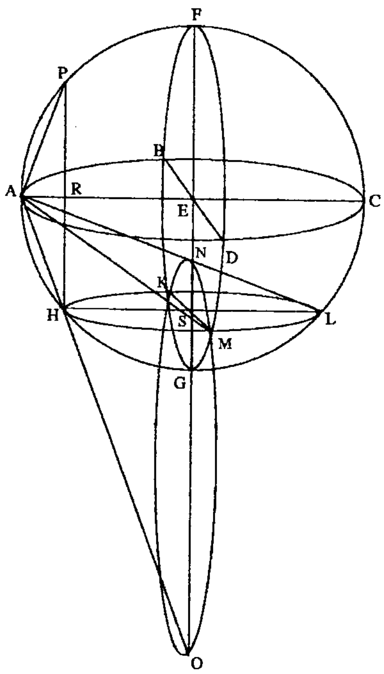
[466] *post* igitur *del.* per *M*

k protracta usque ad *m* superficies conica[467] intelligatur. Conusque altero quoque plano seceturque[468] per *bdm* *feg*[469] ducto[470] erit hoc planum ad[471] planum trianguli per axem *ahk*[472] erectum. Cum colurus solstitiorum et aequinoctialis ad rectos sint angulos. Quoniam autem in plano[473] trianguli[474] per[475] axem triangulum inest *aml* quod est quidem triangulo *ahk* simile[476] angulusque *ahk* ipsi *aml* aequalis et *alm*[477] angulo *akh* aequalis erit triangulum *alm* triangulo *ahk* subcontrarie positum sectio[478] [[5 primi *Conicorum* Apollonii]] ergo *fmgl*[479] circulus est, quare[480] existente oculo in *a* circumferentia *flg*[481] meridiani medietatem, hoc est *fhg* ostendet et *fmg*[482] alteram meridiani medietatem *fkg*[483], quae quidem in astrolabo non lineatur[484], et *fg* se ipsam ostendet. *le* vero semidiametrum *eh*. Et hoc modo oculo in *a* existente omnes alios meridianos in coluro solstitiorum circulorum circumferentias[485] esse ostendetur et [[22 perspectivae Euclidis]] constat etiam aequinoctiorum colurum *afcg* in sectione rectam apparere lineam *fg*.

---

[467] superficies conica *ex* conica superficies *M*
[468] *post* seceturque *del.* intelligeret *M*
[469] *post feg del. aliquot verba M*
[470] *post* ducto *del.* quod est solstitiorum coluri planum, eiusdem *M*
[471] erit hoc planum ad *in interl. M*
[472] *ahk in interl. M*
[473] plano *in interl. M*
[474] trianguli *ex* triangulo *M*
[475] *ante* per *del. abk M*
[476] *post* simile *del.* ac subcontrarie positum *M*
[477] *ante alm del. akh M*
[478] sectio *in interl. M*
[479] *fmgl ex flgm M*
[480] quare ~ circumferentia: *in interl. M* *post* quare *del.* posito *M*
[481] *ante flg del.* et *M*
[482] *post fmg del.* reliqua *M*
[483] alteram meridiani medietatem *fkg in interl. M*
[484] lineatur *ex* pingitur *M*
[485] circumferentias *in interl. M*

| [75]



Sit ut prius[486] *abcd* aequinoctialis. Sit aequinoctiorum colurus *afcg*, solstitiorum vero *bfdg*. Sitque centrum mundi *e*, ac poli *f g* lineaque *fg* mundi axis[487]. Sit *ac* communis sectio aequinoctialis et aequinoctiorum coluri *bd* vero solstitiorum[488] coluri et aequinoctialis[489] sectio communis. Deinde aequinoctiali aequidistans utcumque ducatur circulus *hklm* qui parallelorum aliquis existet. Ponaturque oculus itidem in *a*, in sectione scilicet aequinoctialis aequinoctiorumque coluri. Si igitur paralleum *hklm* in coluro solstitiorum, in plano scilicet *bfdg* tamquam in sectione, sicuti oculo in *a* apparet, ostendere nos voluerimus. Dico sectionem circulum esse[490]. Sit[491]

[486] Sit ut prius ~ transibit: *signo posito in marg.* *ex* Ut in astrolabo paralleli describantur, eodem construantur modo coluri et aequinoctialis. Sitque *hklm* circulus aequinoctiali aequidistans sit *hl* parallela *hklm* et coluri *afcg* communis sectio, quae lineam *fg* secet in *s*, erit [[ex 7 primi *sphericorum* Theodosii]] *s* centrum circuli *hmlk*, erit *hl* diameter circuli *hmlk* ut infra obvius ostendetur *M*

[487] lineaque *fg* mundi axis *in interl. M*

[488] solstitiorum *in interl. M*

[489] aequinoctialis *in interl. M*

[490] *ante* esse *del.* circumferentiam *M*

[491] *ante* Sit *del.* Connectatur *hl M*

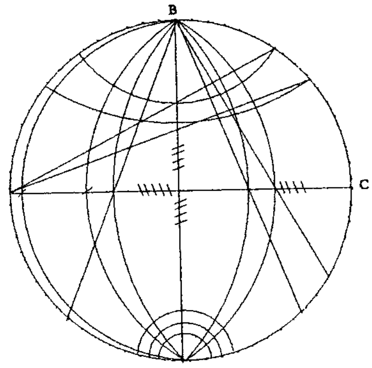
hl paralleli *hklm* et coluri *afcg* communis sectio. Linea vero *mk* sit eiusdem circuli *hklm* colurique solstitiorum *bfdg* sectio communis. Et quoniam aequinoctiorum colurus *afcg* ad aequinoctialem *abcd* est ad angulos rectos, circulusque *hklm* est aequinoctiali *abcd* aequidistans. Erit *afcg* ad *hklm* erectus. Ergo *hl* diameter est circuli *hklm*. Ob eandemque causam, cum circulus *bfdg* sit ad *hklm* erectus, linea *km* ipsius circuli *hklm* diameter quoque[492] existet. Punctum ergo *s* in quo se invicem secant, centrum est circuli *hklm*. Quoniam autem axis[493] *fg* ad aequinoctialem est erectus, erit et ad *hklm* quoque rectus. Quare cum *fg* transeat per spherae centrum *e*, per centrum quoque *s* transibit. Deinde[494] ducatur *al*, quae lineam *fg* in *n* secet[495] secabit enim, cum *fg al* in eodem sint circulo[496] *afcg*. (secet itaque in *n*. Connectaturque *mk*, quae est communis sectio paralleli *hmlk*, et coluri *bfdg*, estque diameter circuli *hmlk*.) Quoniam igitur *bd dg* sunt quartae circuli maximi, [[10 secundi *sphericorum* Theodosii]] erit circumferentia *bk* circumferentiae *dm* aequalis, et *gk* ipsi *gm* aequalis. (Primum itaque manifestum est puncta *m k* semicirculi *klm* non *** eademque in sectione apparere, atque puntum *l* apparere in *n*, cum linea *fg* sit in sectione). Connectanturque[497] *ah*[498], lineaequa *ah eg* ex parte *h g* protrahantur, quae cum in eodem sint plano *afcg* sitque angulus *aeg* rectus, et *eha* recto minor[499] intersese convenient quare[500] concurrant[501] in *o*, a punctoque *h* ipsi *fgo* aequidistans ducatur *hp*, quae linea *ac* [[ex 29 primi]] in *r* perpendiculariter secabit, [[3 tertii]] eritque *hr* aequalis *rp*. Iungaturuqe[502] *ap* cum enim[503] duae *hr ra* angulum rectum continentes[504] duabus *pr ra* angulum similiter rectum comprehendentibus sint aequales, [[ex 4 primi]] erit

[492]quoque *in interl. M*
[493]axis *in interl. M*
[494]Deinde *in interl. M*
[495]in *n* secet *in interl. M*
[496]circulo *ex* plano circuli *M*
[497]*post* Connectanturque *del.* deinde *M*
[498]*post* *ah* *del. aliquot literas M*
[499]sitque angulus *aeg* rectus, et *eha* recto minor *in interl. M*
[500]quare *in interl. M*
[501]concurrant *ex* concurrantque *M*
[502]Iungaturuqe *ex* iunctaque igitur *M*
[503]cum enim ~ aequales: *signo posito in marg. M*
[504]*post* continentes *del. aliquot literas M*

ap[505] aequalis *ah*, ac propterea [[5 primi]] angulus *ahp* angulo *aph* aequalis erit. Quoniam igitur [[29 primi]] angulus *ahp* est angulo *hog* aequalis, et [[21 tertii]] *aph* ipsi *alh* aequalis, erit angulus *hog* angulo *alh* aequalis. Sunt autem duo triangula *alh ano*, quorum angulus *hal* est utrique communis et angulus *aon* est ipsi *alh* aequalis, erit reliquus *ahl* reliquo *ano* aequalis triangulum ergo *ahl* simile est triangulo *ano*[506]. Si itaque connectatur *as*[507] intelligaturque conus scalenus[508] *ahl*[509] cuius basis parallelus circulus sit *hklm*[510] axis *as*[511] et vertex *a*, qui per axem *as* ducto[512] plano secetur *ahl*, quod est ad rectos angulos plano basi *bmlk*, cum sit[513] *ahl* in plano *afcg*, quod est erectum plano *hklm*[514]. Erit[515] *ahl* triangulum per axem basis erectum. Intelligatur praeterea conica superficies ex parte[516] *h*[517] usque ad *o* producta. Conus[518] deinde altero quoque plano secetur per lineas[519] *nso*, *nsk*[520] hoc est per planum solstitiorum[521] coluri ducto. Sitque sectio *knmo*. Erit huius sectionis *knmo* planum ad planum trianguli *ahl* erectum. Cum solstitiorum colurus *bfdg* in cuius plano[522] est[523] sectio *knmo*, aequinoctiorum[524] coluro *afcg*[525] in quo[526] triangulum per axem *ahl* existit, ad rectos

[505] *ap in interl. M*
[506] triangulum ergo *ahl* simile est triangulo *ano in interl. M*
[507] connectatur *as in interl. M*
[508] conus scalenus *ex* scalenus conus *M*
[509] *ahl in interl. M*
[510] *hklm ex hmlk M*
[511] axis *as in interl. M*
[512] ducto *in interl. M*
[513] *post* sit *del.* planum *M*
[514] *hklm ex hmlp M* *post hklm del.* aequinoctiali aequidistans *M*
[515] Erit ~ conica*: in interl. M* *ante* Erit *del.* aequinoctiali aequidistans *M*
[516] superficies ex parte ~ oportebat*: add, in marg. folii 76 M*
[517] *post h del.* producta *M*
[518] Conus *ex* Conusque *M*
[519] lineas *in interl. M*
[520] *post nsk del.* ducto *M*
[521] *ante* solstitiorum *del. aliquot literas M*
[522] in cuius plano *in interl. M*
[523] *ante* est *del.* in quo *M*
[524] *ante* aequinoctiorum *del. aliquot literas M*
[525] *afcg in interl. M*
[526] *post* quo *del.* est *M*

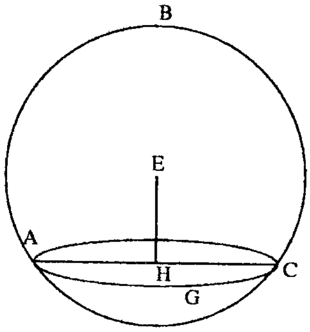
sit angulos. Itaque cum[527] in plano trianguli *ahl*, triangulum existat *ano* ipsi[528] triangulo *ahl* [simile] angulus autem *ahl* est aequalis angulo *ano*, et *alh* ipsi *aon* aequalis. Erit triangulum *ano* triangulo *ahl* subcontrarie positum. Ergo sectio *knmo* circulus est. Quare oculo existente in *a*[529] circulus *knmo* in plano solstitiorum coluri parallelum *hklm* ostendet. Quod demonstrare oportebat. Secat deinde altero plano per *mk ngo* ducto. Erit planum
[76] *mnko* plano *hmlk* subcontrarie | positum, [[5 primi *Conicorum* Apollonii]] ergo *mnko* circulus est, circumferentiaque *mnk* semicirculum *mlk* in sectione ostendet, et *mok* semicirculum *mhk*, qui in astrolabo non lineatur, et *mk* se ipsam ostendet, et *sn* semidiametrum *sl*. Et hac ratione existente oculo in *a* omnes alios parallelos in solstitiorum coluro [tamquam] in sectione circulos esse demonstrabitur praeterquam *bd*, [[22 *Perspectivae*]] quae aequinoctialem ostendet.



His demonstratis, si in astrolabo omnes meridianos, parallelosque per omnes gradus transeuntes describere voluerimus. Exponatur circulus *abcd*, qui dividatur in 360 gradus, ut fieri solet. Sintque diametri *ac bd* invicem perpendiculares. Intelligatur primum *abcd* aequinoctiorum colurus, et punctum *a* esse in aequinoctiali, et a punto *a* ad singulos gradus in *bcd* existentes ducantur lineae, quae diametrum *bd* secent. Post intelligatur *abcd* solstitiorum colurus, si igitur per tria puncta quorum duo sunt gradus utrinque a punctis *b* vel[530] *d*, quae polorum vicem gerunt, aequaliter distantes, alterum est

[527] Itaque cum *ex* Cum itaque *M*
[528] ipsi *in interl. M*
[529] *post a del.* parallelus *** *** *M*
[530] vel *in interl. M*

in linea *bd*, quod dictis gradibus respondet, circuli describentur, erunt hi ex proxime demonstratis tot paralleli. Intelligatur deinde *abcd* circulus aequinoctialis, et punctum *b* esse in coluro aequinoctiorum a quo ad singulos gradus in *cda* existentes ducantur lineae, quae diametrum *ac* secent. Rursum intelligatur *abcd* solstitiorum colurus, et *b d* poli mundi, ac per singulas divisiones, et per *bd* circuli describantur, ex antecedente demonstratione erunt hi tot meridiani. Ergo in coluro solstitiorum, et paralleli, et meridiani, qui in dimidia sphera existunt, descripti erunt. Et *bd* aequinoctiorum colurum ostendet, *ac* vero aequinoctialem
Caetera hinc astrolabo necessaria a Gemma Phrisio dicta sunt.
| [77]



Si[531] maximus circulus[532] quempiam[533] circulum ad rectos angulos secet[534] communem sectionem esse alii circuli diametrum[535].
Sit maximus circulus *abcd*[536], qui ad rectos angulos circulum *afcg*[537] secet; ipsorumque sit *ac* sectio communis[538]. Dico *ac*[539] diametrum esse circuli *afcg*[540]. Primum quidem circulus *afcg* vel maximus est, vel non, si non[541]:

[531] *ante* Si *del.* supposuimus *M*
[532] maximus circulus *ex* circulus maximus *M*
[533] quempiam *in interl.* *ex* alium *M*
[534] secet *post corr.* *M*
[535] communem sectionem esse alii circuli diametrum *in interl.* *ex* communis sectio alii circuli diameter erit *M*
[536] *abcd in interl.* *ex* *hflg* *M*
[537] *afcg in interl.* *post corr.* *M*
[538] secet; ipsorumque sit *ac* sectio communis *in interl.* *ex* quod primum non sit maximus secet; sitque *hl* eorum communis sectio *M*
[539] *ante ac del.* *hl* *M*
[540] *afcg in interl.* *ex* *hmlk* *M*
[541] Primum quidem circulus *afcg* vel maximus est, vel non, si non *in interl.* *M*

sit spherae centrum e quod et circuli *abcd* centrum quoque erit[542] et a puncto e ad planum $afcg$[543] perpendicularis ducatur eh, [[38 undecimi]] cadet eh in communem sectionem ac[544]; sed et in centrum [[ex 7 primi *sphericorum* Theodosii]] circuli cadit, ergo punctum h[545] centrum est circuli $afcg$[546] quare ac[547] diameter est circuli $afcg$[548]. Si vero *abcd*[549] circulum[550] secaret maximum. Ex undecimi primi *sphericorum* Theodosii patet propositum. Quod demonstrare oportebat.

Aliud est quoque planispherium catholicum a D. Ioanne de Roias editum, a [nobisque] cognitum[551]. Nemo tamen demonstravit quid sit. Immo quicquid de ipso in eius cognitionem[552] dixere[553] quod viderim[554] meo quidem iudicio male locuti sunt. Nam ipsemet Ioannes de Roias nos docere [volens] unde planispherium hoc ortum suum ducat[555] primo libro capite undecimo inquit. "Universa igitur ratio nobis hoc loci a perspectiva trahitur"

Gemma Phrisius vero instrumenti huius originem intimius explicare contendens[556] in libro *de astrolabo catholico* capite primo dicit

> "Huius autem deformatio unde originem sumat difficile est explicare mihi vero videtur ab intuitu per spheram in planum produci, quemadmodum reliquae iam dictae spherae planae. Sęd intellectu potius id concipitur, quam manu perficitur siquis igitur cogitet spheram cum suis circulis meridianis, et parallelis, qui omnium maximos habent usus proponi visui, oculus vero in infinitum (si fieri potest) absistat radiosque per hemisphe-

[542] quod et circuli *abcd* centrum quoque erit *signo posito in marg. M*
[543] $afcg$ *in interl. ex hmlk M*
[544] *ac in interl. ex hl M*
[545] h *post corr. M*
[546] $afcg$ *in interl. ex hmlk M*
[547] *ac in interl. ex hl M*
[548] $afcg$ *in interl. ex hmlk M*
[549] Si vero *abcd signo posito in marg. M*
[550] *ante* circulum *del.* quod si *hflg M*
[551] *post* cognitum *del.* quod sectionem quoque habet in coluro solstitiorum *M*
[552] eius cognitionem *in interl. M*
[553] *ante* dixere *del.* hoc *M*
[554] quod viderim *in interl. M*
[555] nos docere [volens] unde planispherium hoc ortum suum ducat *in interl. M*
[556] vero instrumenti huius originem intimius explicare contendens *in interl. M*

rium in planum subiectum fundat, ita ut puncta aequinoctialia in rectum oculo opponatur."

Ex quibus apparet[557] quam simplicite est eius cognitionem verba faciat nam[558] quomodo rem aliquam ex perspectiva oriri possibile est[559], minus vero infinita sit distantia positus. Hoc enim ipsi perspectivae repugnet. Verum eius verba propendere in presentarum[560] non est[561] opus[562], sat est illos[563] in eadem esse scientia, nempe ex perspectiva ortum ducere[564] et[565] qui parum in analemmate Ptolomei versati sunt facile, nullaque difficultate hoc cognoscent; quod enim[566] aliud sunt rectae lineae, quae in planispherio aequinoctialem, tropicos, reliquosque solis parallelos ostendunt, | quam ae- [78]
quinoctialis, et meridiani[567], tropicorum et meridiani[568] ac reliquorum solis parallelorum, et meridiani communes sectiones. Hoc enim ex ipsius constructione nec non operatione[569] et ex analemmate prospicuum est. Sed ut universaliter eius cognitionem habeamus, ea[570] omnia, quae in hoc astrolabo continentur, nihil aliud esse ostendamus[571] quam perpendiculares, quae a spherae[572] circulis ad planum coluri solstitiorum ducuntur. Ita ut planispherii[573] ut planispherii planum sit solstitiorum colurus, in quo non solum [ea quae][574] ex altera dimidiae[575] spheare parte ad diametrum coluri per-

557 Ex quibus apparet ~ est: *signo posito in marg. M*

558 *ante* nam *del.* sum *M*

559 rem aliquam ex perspectiva oriri possibile est *ex* possibile est rem aliquam ex perspectiva oriri *M*

560 eius verba propendere in presentarum *ex* in presentarum eius verba propendere *M*

561 est *in interl. M*

562 *post* opus *del.* est *M*

563 *ante* illos *del.* Ex quibus apparet *M*

564 *post* ducere *del.* nihil *** demonstratione *M*

565 *ante* et *del.* quod *** falsum est, nam nihil et aliud, quam proprie *** *M*

566 *post* enim *del.* est *M*

567 meridiani *in interl. M*

568 et meridiani *in interl. M*

569 nec non operatione *in interl. M*

570 *ante* ea *del.* ostendemus *M*

571 ostendamus *in interl. M*

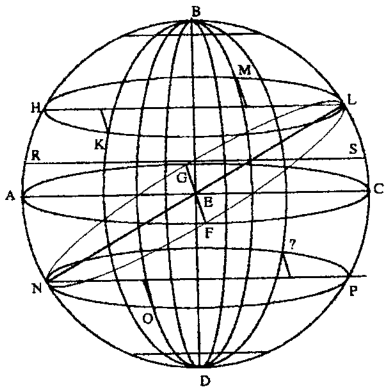
572 *ante* spherae *del.* [dimidio] *M*

573 Ita ut planispherii ~ ostenduntur: *in interl. diverso atramento M ante* Ita *del. aliquot verba M*

574 [ea quae] *in interl. M*

575 *ante* dimidiae *del.* parte *M*

pendiculariter cadunt[576] ostenduntur verum etiam, quae utrinque[577] a tota sphera ad ipsum planum perpendiculares[578] ex utraque parte ducuntur in dicto plano solstitiorum coluri ostenduntur.



Sit solstitiorum colurus,*abcd*[579], centrum[580] mundi *e*, poli *b d* ductaque[581] *bd* mundi axis[582]. Sit *afcg* aequinoctialis, *hklm*[583] tropicus cancri, *nopq*[584] capricorni, et *nflg*[585] ecliptica. Sit[586] itaque recta[587] *ac* aequinoctialis, et solstitiorum coluri[588] communis sectio, rectaeque *hl np*[589] sint *gk ln* vero[590] solstitiorum coluri[591] et tropicorum sectiones communes[592], recta vero linea[593] *nl*[594] eclipticae, solstitiorum coluri sit[595] communis sectio. Quoniam

576 ad diametrum coluri perpendiculariter cadunt *in interl.* *M*
577 utrinque *in interl.* *M*
578 *post* perpendiculares *del.* ducuntur *M*
579 *ante abcd del.* et meridianus *M*
580 *ante* centrum *del.* sitque *M*
581 *ante* ductaque *del.* et *M*
582 mundi axis *in interl.* *M*
583 *ante hklm del. aliquot literas M*
584 *nopq in interl. post corr. M*
585 *nflg in interl. ex lfk M*
586 *ante* Sit *del.* Sitque *bfdg* colurus aequinoctiorum *M*
587 recta *signo posito in marg.* *M*
588 solstitiorum coluri *in interl.* *ex* meridiani *M*
589 rectaeque *hl np signo posito in marg.* *M*
590 *ante gk ln* vero *del.* sint *M*
591 solstitiorum coluri *in interl.* *ex* meridiani *M*
592 *post* communes *del.* et *bd* colurorum atque *M*
593 recta vero linea *in interl.* *M*
594 *post nl del.* in *M*
595 solstitiorum coluri sit *in interl.* *ex* et meridiano *M*

enim aequinoctialis, et tropici ad rectos sint angulos[596] solstitiorum coluro[597] *bacd*. Si igitur in circumferentiis quaevis summantur puncta *k m f g o q*[598], a quibus ad planum *abcd* perpendiculares ducantur. Haec [[38 undecimi]] omnes in suas communes cadent sectiones. Et hoc accidet omnibus punctis horum circulorum. Similiter quoniam ecliptica *nflg*[599] ad[600] idem planum *abcd* ad rectos est[601] angulos[602], si igitur[603] omnibus igitur[604] punctis in *nflg*[605] sumptis[606] ad planumque *abcd* ductis[607], cadent omnes in *nl*[608] idem eveniet[609] aliis solis[610] parallelis, ut si *rs*[611] sit communis sectio solstitiorum coluri[612], et principii tauri, similiter si ab eius circumferentia ad planum *abcd* perpendiculares ducantur; omnes in lineam *rs*[613]. cadent. Et ita in[614] circulis articis, et antarticis atque reliquis[615] omnibus parallelis qui[616] inter *hb*, et *nd* existunt et in planispherio *ac* aequinoctialem ostendet, *hl ns*[617] tropicos, *nlk*[618] eclipticam *bd* mundi axem[619] *rs* vero[620] principii tauri parallelum ostendet.

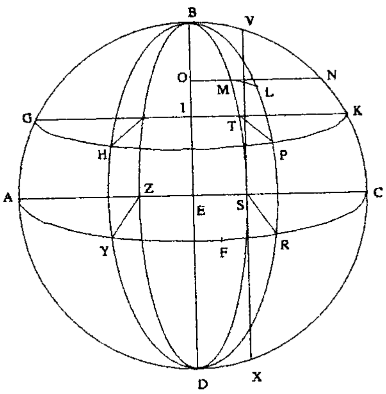
---

[596] *post* angulos *del.* ad *M*
[597] solstitiorum coluro *signo posito in marg. M*
[598] *k m f g o q in interl. post corr. M*
[599] ecliptica *nflg in interl. M*
[600] *ante* ad *del.* Zodiacus *bfk*, et colurus *bfdg M*
[601] est *in interl. M*
[602] *ante* angulos *del. aliquot literas M*
[603] *ante* si igitur *del.* ab *M*
[604] igitur *in interl. M*
[605] *nflg signo posito in marg. ex bfk M*
[606] *ante* sumptis *del. bfdg M*
[607] ductis *ex* ducatur *M*
[608] *post nl del. k* [*hl*] et quod *M*
[609] *post* eveniet *del.* in omnibus *M*
[610] solis *in interl. M*
[611] *rs ex op M*
[612] solstitiorum coluri *in interl. ex* meridiani *M*
[613] *rs in interl. ex op M*
[614] *post* in *del.* reliquis parallelis, et *M*
[615] atque reliquis ~ existunt: *in interl. M*
[616] *post* qui *del. aliquot literas M*
[617] *hl ns ex gk ln M*
[618] *nlk ex nl M*
[619] *post* axem *del. aliquot verba M*
[620] *rs* vero *in interl. ex op ex rrq M*

Et hoc immaginatione[621] potius, quam demonstratione cum nihil penitus demonstrent. Affirmant, his forsan adducti probabilibus[622] persuasionibus primum ut ex ipsorum verbis etiam colligitur[623] alia[624] planispheria. Astrolabum scilicet a nobis supra declaratum, necnon Ptolomei planispherium a Ioanne Stoflerino editum, ortum ducere a perspectiva. Et hoc est quoque planispherium[625]. Ergo ex perspectiva hoc quoque oritur. [Post][626] cum in planispheria philosofarent. Impossibile forsan ipsis visum est. Spheram aliquam in plano posse describi, nisi suam fuerat[627] originem[628] a perspectiva, ita ut ex his propositionem faciant universalem. Omnia planispheria ex perspectiva oriri. Quod tum est manifeste falsum.

Rationem autem, quo in planispherio hae rectae lineae est D. Ioan de Roias describuntur, vide supra, 71, 72, qua ponenda sunt.

[79] |



Sed ad meridianos itaque[629] circulosque horarios deveniamus, et quod sint in astrolabo ostendamus. Nam eos nonnulli vocant circulos, alii lineas curvas anomalas, quae neque "circuli sunt, neque certa designatione constitutae, sed tantum per puncta adsignata ut ipsemet D. Ioannes de Roias. Nobis vero

[621] Et hoc immaginatione ~ falsum: *in marg. M*
[622] probabilibus *in interl. M*
[623] *post* colligitur *del.* aliquot verba *in interl. M*
[624] *ante* alia *del. aliquot verba M*
[625] *post* planispherium *del. aliquot literas M*
[626] *ante* [Post] *del.* ita propositionem faciant utilem omnia [*pl..*] *M*
[627] fuerat *in interl. M*
[628] *ante* originem *del.* ducat *M*
[629] itaque *in interl. M*

facile erit ostendere etiam ex ipsorum constructione[630] ellipses esse. Erit[631] [[10 primi *sphericorum* Theodosii]] utique punctum[632] i centrum circuli[633] $gqko$. Sit postea in sphera meridianus aliquis $brdh$ qui aequinoctialem secet in punctis[634] r l parallelum[635] vero[636] in q. Et a punctis q r l ad planum $abcd$ perpendiculares ducantur rs, lz, qt, quae [[38 undecimi]] in ac gk cadent siquidem puncta[637] r l sunt in aequinoctiali atque punctum q in parallelo qui quidem circuli[638] solstitiorum coluro ad rectos existunt angulos quia vero circulus $bqrdl$ inclinatus est ad planum $abcd$ quod quidem[639] per centrum e circuli $brdl$ transit cum sit bd ipsorum communis sectio suntque qt, rs, lz[640] ad[641] planum $abcd$ perpendiculares; erunt puncta b t s d z in ellipsi[642] ipsiusque[643] maior axis erit[644] bd, minor vero sz[645]. Nam cum[646] puncta[647] r l sint[648] in aequinoctiali, erunt[649] br[650] rd aequales et bl ld aequales, nec non omnes circuli quartae, iuncta igitur lr per centrum e transibit[651]

[630]etiam ex ipsorum constructione *in interl. M*

[631]*ante* Erit *del.* Eadem autem ut prius construantur axisque *bed* secet *gk* in *i M*

[632] utique punctum *in interl. M*

[633]circuli *in interl. M*

[634]punctis *in interl. M*

[635]parallelum *in interl. M*

[636]*ante* vero *del.* tropicum *M*

[637]18ottobre6*: signo posito in marg. M*

[638]*post* circuli *del.* [ad] *M*

[639]quod quidem ~ sectio*: signo posito in marg. M*

[640]*lz add. in eadem linea M*

[641]ad *in interl. M*

[642]*post* ellipsi *del.* ut demonstravit Federicus Commandinus in libro *de horologiorum descriptione*, *** *M*

[643]ipsiusque *in interl. M*

[644]erit *in interl. M*

[645]*post sz del.* ipsius *es* duplum, (quoniam ut) nam cum *M*

[646]Nam cum *in interl. M*

[647]puncta *ex* punctum *M*

[648]sint *post corr. M*

[649]erunt *ex* [erit] *M*

[650]*post br del.* ipsi *M*

[651]et *bl ld* aequales, nec non omnes circuli quartae, iuncta igitur *lr* per centrum *e* transibit *in interl. M*

eritque[652] diameter *lr*[653] diametro *bd* perpendicularis ac propterea *sz* ellipsis[654] minor est axis. Nunc autem considerandum est, an *s t* sint puncta, quae D. Iannis de Roias reperire docet, [ut] quae per ipsa transit curva linea, sit in planispherio meridianus, circulusque horarius. Nam cum[655] circumferentia *gpk*[656] sit[657] semicirculus, itidemque *arc* semicirculus, et circuli maximi *bprd*[658] *bkcd* parallelos secant circulos *gpk*[659] *arc*, quorum poli sunt *bd*. [[10 secundi *sphericorum* Theodosii]] erit circumferentia *kp*[660] circumferentiae *cr* similis, quia vero a punctis *rp*[661] ad diametros *gk ac* ductae sunt perpendiculares *pt*[662] *rs*, erit *es* ad *sc*, ut *it* ad *tk*[663] ex supra demonstratis[664]. Et hoc modo si ab omnibus punctis circuli *bprd*[665] ut[666] ad planum *abcd* perpendiculares ducantur ad *lm*[667] omnes in ellipsi cadent demonstrabimus[668], ostendemusque semidiametros parallelorum[669][ab] ut *omn*[670] ita esse divisos, ut *es se*[671].

[80] | Quoniam autem quando meridianos, circulosve horarios in planispherio describere volunt; in circumferentiis *bc*[672] *cd* arcus accipiunt aequales, ut *bu dx*, vel quod idem est *cu*[673] *cx*[674], sitque *cu* ipsi *cr* aequalis erit enim et

[652] *ante* eritque *del.* et utraque quarta circuli *M*
[653] diameter *lr* ~ axis: *in interl. M*
[654] ellipsis *in interl. M*
[655] Nam cum: Nam cum *in interl. M* *ante* Nam *del.* Idcirco quoniam *M*
[656] *gpk ex gqk M*
[657] sit *in interl.* *ex* est *M*
[658] *bprd ex bqrd M*
[659] *gpk ex gqk M*
[660] *kp ex kq M*
[661] *rp ex rq M*
[662] *pt ex qt M*
[663] *post tk del.* ut infra [eandem] *M*
[664] ex supra demonstratis *in interl. M*
[665] *bprd ex bqrd M*
[666] ut *in interl. M*
[667] *post lm del.* ut *lm* ex loco [curvo] *M*
[668] demonstrabimus *in interl. M*
[669] *post* parallelorum *del.* et aliorum, ut *mr M*
[670] ut *omn in interl. M*
[671] *post se del.* *** ut supra in meridiani punctum *b* [qui] ad [*abcd*] perpendicularis ducatur *lm*, a punctaque *** *M*
[672] *ante bc del. aliquot literas M*
[673] *cu post corr. M*
[674] *cx post corr. M*

bn ipsi [*fr*] aequalis. Deinde[675] ducuntur[676] lineam *ux*, quae diametrum[677] aequinoctialis[678] *ac* secet[679] in[680] *s*[681] sinus versus *cs* est utrique arcui *cu cr* communis. Deinde secundum hanc proportionem, et tropicos, ac reliquos parallelos dividunt, ita nimirum[682] ut sit[683] *es* ad *sc*, ut *it* ad *tk*, et [684] et[685] per puncta in parallelis signata nempe *stm*[686] et *b d* manu ducunt lineam curvam, puta *bmtsd*, quam[687] in astrolabo meridianum ostendere affirmant et est quidem verissimum. Quare[688] puncta[689] *bmtsd*[690] sunt[691] in ellipsi nam[692] puncta *tm*[693] in parallelorum[694] diametris[695] ipsi *s* respondentia eadem ex dictis sunt prorsus, ubi a sectionibus[696] circuli[697] *brd* ac parallelorum[698] ad planum *abcd* perpendiculares cadunt, quae omnia in ellipsi esse ostensa sunt. Ellipsis igitur medietas[699] *bmtsd* in astrolabo medietatem meridiani, scilicet *brd* ostendet. Et hac ratione, meridianos omnes in planispherio ellipses esse ostendetur.

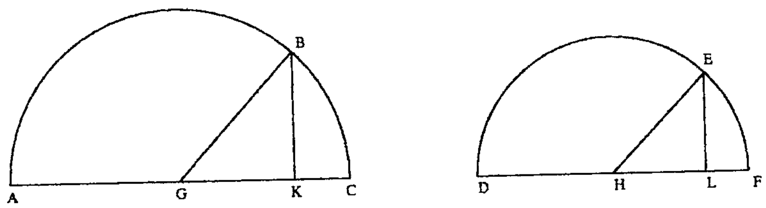
---

[675]erit enim et *bn* ipsi [*fr*] aequalis. Deinde *in interl. M*
[676]ducuntur *ex* ducunturque *M*
[677]diametrum *in interl. M*
[678]*ante* aequinoctialis *del.* lineam *M*
[679]secet *in interl. M*
[680]*ante* in *del.* secabit *M*
[681]*Dopo s c'è un segno: non capisco se si tratta di una lettera, o di un rimando*
[682]nimirum *in interl. M*
[683]*post* sit *del. aliquot literas M*
[684]*Dopo* et *c'è un segno di rinvio che però non trovo ripetuto altrove.*
[685]*ante* et *del.* *fm* ad *mn M*
[686]nempe *stm in interl. M*
[687]quam *ex* quae *M*
[688]Quare ∼ ellipsi: *in interl. M* Quare *signo posito in marg. M*
[689]puncta *in interl. M*
[690]*ante bmtsd del.* ellipsis *M*
[691]*ante* sunt *del. aliquot literas M*
[692]nam *in interl. ante del.* ostendit *M*
[693]*tm in interl. M*
[694]parallelorum *ex* parallelis *M*
[695]diametris *in interl. M*
[696] sectionibus *in interl. M*
[697]*ante* circuli *del.* punctis *M*
[698]ac parallelorum *in interl. M*
[699]medietas *in interl. M*

Quamvis Ioannes de Roias in sexto libro cap. [5] per tria punctaque utinque ab aequinoctialis respondent circulorum circumferentias describi posse falso existimat cum nulla sit in ellipsi pars quae sit circuli circumferentia.[700]

Postea considerandum occurrit, si altera sit medietas meridiani *bhyd*[701] aequaliter distans a *bad*, ut *brd* a *bcd* vel aequaliter a punto *f* distans, ut sit *fy* aequalis *fr*[702] eodemque modo inveniatur in plano *abcd* ellipsis *bzd*, meridiani medietatem *byd*[703] ostendens. Erit haec ellipsis medietas *bzd* ellipsis medietati *bsd* aequalis. Tota ergo *bsdz* ellipsiss integra erit cuius maior axis est *bd*, et *sz* minor. Quae quidem[704] ut diximus in planisphaerio[705] non solum has meridianorum medietates[706] verum etiam reliquas ipsorum meridianorum medietates, quae in altero sunt planisphaerio, ostendet.
Ex dictis patet omnia ex perpendicularibus, quae a circulis spherae[707] ad planum solstitiorum coluri[708] ducuntur, oriri.

[81] |



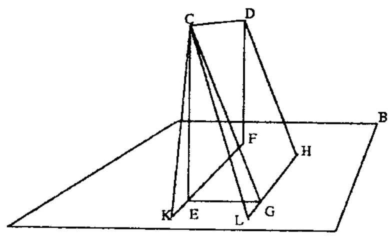
Quod suppositum est sic ostendetur.
Sint inaequales semicirculi *abc def*. Quorum centra *g h* diametrique vero *ac df*. Summantur[709] autem[710] in extremitatibus *c f*[711] circumferentiae

[700] Quamvis Ioannes de Roias in sexto libro cap. [5] per tria punctaque utinque ab aequinoctialis respondent circulorum circumferentias describi posse falso existimat cum nulla sit in ellipsi pars quae sit circuli circumferentia. *in marg. M*
[701] *bhyd ex bhd M*
[702] vel aequaliter a punto *f* distans, ut sit *fy* aequalis *fr in interl. M*
[703] *byd ex bld M*
[704] Quae quidem ~ ostendet: *in interl. M*
[705] in planisphaerio *in interl. M*
[706] *post* medietates *del.* ostendet *M*
[707] *ante* spherae *del.* dimidiae *M*
[708] coluri *post corr. M*
[709] diametrique vero *ac df*. Summantur *in interl. M*
[710] *ante* autem *del.* Sit *M*
[711] in extremitatibus *c f signo posito in marg. M*

bc ef[712] similes[713] quae sint circuli quartae minores[714] a[715] punctisque *b e* ad *ac df* perpendiculares ducantur *bk el*. Dico ita esse *gk* ad *kc*, ut *hl* ad *lf*. Connectantur *gb he*. Quoniam enim circumferentia *bc* similis est circumferentiae *ef*, erit angulus *bgc* angulo *ehf* aequalis, et anguli ad *k*, et *l*, sunt recti ergo reliquus *gbk* reliquo *hel* est aequalis[716]. Ut igitur[717] *bg* hoc est *cg* ad *gk*, ita *eh*, hoc est *fh* ad *fl* et dividendo, [[11 quinti]] ut *ef* ad *kg*, ita *fl* ad *lh*, denique[718] convertendo[719] ut *gk* ad *kc*, ita *hl* ad *lf*, quod demonstrare oportebat.

| Poli altitudinem[720] absque solis[721] observatione[722] meridiana, ac sine cognitione Zodiaci gradus, in quo sol reperitur [inveniri][723]. [82]

Haec autem prius ostendere oportet.



Duobus datis punctis unum tantum planum per data puncta transiens ad alterum planum ad rectos angulos duci[724] potest.

Sit planum *ab*. Sintque data duo puncta *c d*. Dico unum tantum planum per puncta *c d* transiens ad planum *ab* erectum duci posse. Si enim fieri potest,

712 *bc ef* *in interl. M*

713 *ante* similes *del.* [*bc* circumferentia *ef*] *M*

714 quae sint circuli quartae minores *in interl. M*

715 *ante* a *del.* et *M*

716 *post* aequalis *del.* ut igitur *kg* ad *gb*, hoc est ad *gc*, ita *lh* ad *he*, hoc est ad *hf*. Et convertendo *cg* ad *gk*, ita *fh* ad *hl*, atque *M*

717 Ut igitur ~ *fl* et: *signo posito in marg. M*

718 denique *in interl. M*

719 *ante* convertendo *del. aliquot verba M*

720 *post* Poli altitudinem *del.* †qualibet die† quadam ora inveniatur *M*

721 solis *in interl. ex* solis *M*

722 *ante* observatione *del.* stellarumque *M*

723 [inveniri] *signo posito in marg. M*

724 *ante* duci *del.* duci potest *M*

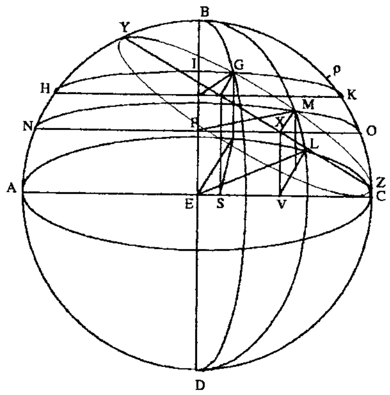
duo[725] ducantur[726] plana *ckfd clhd*, quae per puncta *c d* transeant, et utraque ad rectos sint angulos[727] plano[728] *ab* sit *kf* communis sectio[729] planorum *ab cf*, et *lh* planorum *ab dl*. Et a puncto *c* ad *kf* perpendicularis [ducatur *ce*] quae [[38 undecimi]] ad planum *ab* perpendicularis existet, similiter ab eodem puncto *c* ad *lh* perpendicularis ducatur *cg*, quae ad idem planum *ab* itidem perpendicularis erit. Denique connectatur *eg*. Quoniam[730] igitur *ce* est ad planum *ab* perpendicularis, erit angulus *ceg* rectus. Similiter quoniam *cg* est ad *ab* quoque perpendicularis, erit angulus *gce* rectus. In triangulo igitur *ceg* duo anguli ad *e g* duobus sunt rectis aequales. Quod est impossibile.

Aliter

Iisdem positis[731] et constructis[732] quoniam igitur linea[733] *ce* est ad *ab* perpendicularis. Similiter *cg* ad idem planum perpendicularis. [[*** undecimi]] erunt *ce cg* parallelae quod est impossibile
Per puncta ergo *c d* unum tantum duci potest planum ad *ab* erectum. Quod demonstrare oportebat.

[83] |

[725] *ante* duo *del.* sint *M*
[726] ducantur *in interl. M*
[727] *post* angulos *del.* ad *M*
[728] plano *ex* planum *M*
[729] sit *kf* communis sectio ~ Denique connectatur *eg*: *signo posito in marg. M*
[730] *ante* Quoniam *del.* [Connectatur *eg*. *** puncta *e g* in plano *ab* *** lineae *** *** *** *** ***) *M*
[731] *post* positis *del.* sit *ef* communis sectio plani *ab*, et *de*, *gh* vero ipsius *ab*, et *dg*, et a puncto *c* ad *ef* perpendicularis ducatur *ce* quae ad *ab* perpendicularis sit similiter a puncto *c* ad *gh* perpendicularis agatur *cg*. Erit quoque *cg* ad *ab* perpendicularis *M*
[732] constructis *in interl. M*
[733] linea *in interl. M*



Sit meridianus *abcd*, cuius centrum *e*, sitque horizon *afc*, cuius, et meridiani sit communis sectio *aec*. Sitque punctum verticis *b*, oppositum *d*. Et qualibet hora solis altitudo supra horizontem[734], eiusque in horizonte circumferentia, [quantum] scilicet a meridiano distat accipiatur[735] sitque primum sol[736] *g*; ita ut in verticali circulo *bgfd* solis altitudo sit *fg*. Circumferentiaque in horizonte a meridiano distans sit *cf* et per *g* circulus describatur *hgk* horizonti aequidistans, cuius centrum erit in ducta linea *** ut in[737] *i*[738] huiusque circuli, et meridiani sit *hik* sectio communis; quae [[16 undecimi]] erit aequidistans *ac*. Et cum *bgf bkc* sint maximorum circulorum[739] quartae. [[10 secundi *sphericorum* Theodosii]] erit circumferentia *kc* circumferentiae *fg*, hoc est solis altitudini aequalis. Rursus eadem die, atque altera quacumque hora solis altitudo inveniatur, nec non in horizonte circumferentia a meridiano distans ut si fuerit sol in *m*[740] sit[741] altitudo *lm* in circulo verticali *bmld*. Circumferentiaque in horizonte a meridie distans, sit *cl* et per *m* circulus horizonti aequidistans describatur *nmo*, cuius centrum *p* erit quoque in linea *be*[742] cuius quidem circuli[743] et meridiani sit communis sectio *npo*, quae itidem ipsi *ac* erit aequidistans, et cum similiter sint *bl bc* circuli quar-

[734] *post* horizontem *del.* accipiatur *M*
[735] accipiatur *in interl. ex* inveniatur *M*
[736] sol *in interl. M*
[737] erit in ducta linea *** ut in *in interl. M*
[738] *post i del.* et *M*
[739] *post* circulorum *del. aliquot literas M*
[740] ut si fuerit sol in *m in interl. M*
[741] sit *ex* sitque *M*
[742] erit quoque in linea *be in interl. M*
[743] quidem circuli *in interl. M*

tae erit[744] *co* solis altitudini *lm* aequalis[745]. Postea[746] connectantur *gi fe*[747] et quoniam plana *hgk afc*[748] ad rectos sunt angulos ad verticalem circulum *bgfd*[749], [[16 undecimi]] erunt communes sectiones[750] *ig ef* parallelae. Eademque ratione, ductis *pm el*, erunt hae quoque propter verticalem circulum *bmld*[751] intersese parallelae. Quoniam [[9 et 10 primi *sphericorum* Theodosii]] autem *bie* est ad plana *hgk afc* perpendicularis, erunt anguli *eig ief* recti. Ducatur itaque a puncto *g* ad horizontem perpendicularis *gq*. Cadet haec in lineam *ef* ipsaque *** ipsi [aequalis] et aequidistans *** ergo[752] et [[33 primi]] *eq* ipsi *ig* semidiametro circuli *hgk* hoc est *ik*[753] erit aequalis. Similiter ducta *mr* ad horizontem perpendicularis: demonstrabitur[754] *er*[755]
[84] semidiametro *pm*[756] hoc est *po*[757] aequalem[758] esse[759]. Ducantur deinde | a punctis *q g* ad meridianum perpendiculares *qs gt*, quae [[34 undecimi]] in *hk*, et *ac* cadent, et [[6 undecimi]] interse aequidistantes erunt. Et quoniam [[10 secundi *sphericorum* Theodosii]] cirumferentia *kg* est circumferentiae *cf* similis, erit angulus *gik* angulo *fec* aequalis, et angulus *itg* rectus recto *esq* est[760] aequalis, estque *ig* aequalis *eq*. Ergo [[6 primi]] *gt* aequalis est *qs*, quare ducta *ts* [[33 primi]] erit ipsi *gq* aequalis, et aequidistans. Similiter ostendetur ductis *rn*[761] *mx* ad meridianum perpendicularibus, ductaque *nx*,

---

[744] cum similiter sint *bl bc* circuli quartae erit *in interl. M*

[745] *post* aequalis *del.* sunt *M*

[746] Postea *in interl. M*

[747] *post fe del.* [[10 primi *sphericorum* Theodosii]] linea *ba* per centra *i p* transibit *M*

[748] *afc post corr. M*

[749] *post bgfd del. aliquot verba M*

[750] communes sectiones *in interl. M*

[751] propter verticalem circulum *bmld in interl. M*

[752] ipsaque *** ipsi [aequalis] et aequidistans *** ergo *signo posito in marg. M*

[753] hoc est *ik in interl. M*

[754] demonstrabitur *in interl. M*

[755] *ante er del.* erit *M*

[756] *pm post corr. M*

[757] hoc est *po in interl. M*

[758] aequalem *ex* aequalis *M*

[759] esse *in interl. M*

[760] est *in interl. M*

[761] *rn in interl. post corr. M*

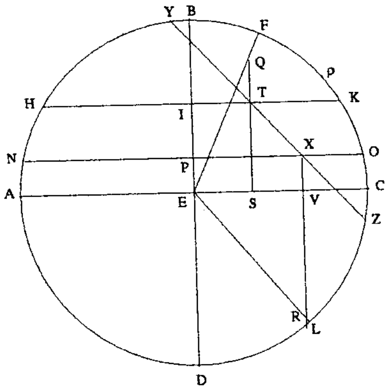
ipsum[762] nx ipsi [rm] aequalem[763], et[764] et aequidistantem[765] esse[766]. Itaque ducitur per puncta t x in meridiano recta linea $ytxz$. Et quoniam gt mx sunt ad meridianum perpendiculares, [[6 undecimi]] erunt intersese parallelae, et ad yz perpendiculares. Ergo [[7 undecimi]] in uno, et eodem sunt sunt plano lineae yz tg xm. Per quas idcirco ducatur planum, circulum in sphera efficiens $ygmz$, [[18 undecimi]] erit circulus $ygmz$ ad meridianum erectus. Quoniam autem, sol qualibet die circulum describit, qui ad meridianum est erectus, cuius polus est polus mundi, ac circulus $ygmz$ ubi sol bis eadem die reperitur, est ad meridianum erectus. Impossibileque est[767] aliud planum ducere per puncta g m transiens, quod ad idem meridianum sit erectum. Erit circulus $ygmz$ parallelus[768], quem sol ea die percurrit, cuius diameter est yz quae ad axem mundi est perpendicularis, parallelique[769] polus[770] est mundi polus. Quare dividatur circumferentia ykz bifariam in puncto ρ. Erit ρ polus mundi. Ergo $c\rho$ poli altitudinem[771] supra[772] horizontem afc ostendet.

Operatio[773] facillima quidem erit hoc modo[774].

| [85]

---

[762]ipsum *in interl.* *M*
[763]aequalem *ex* aequalis *M*
[764]*ante* et *del.* esse *M*
[765]aequidistantem *ex* aequisdistans *M*
[766]esse *signo posito in marg.* *M*
[767]est *post corr.* *M*
[768]*ante* parallelus *del.* solis *M*
[769]quae ad axem mundi est perpendicularis, parallelique *in interl.* *M*
[770]*ante* polus *del.* *aliquot literas* *M*
[771]altitudinem *ex* altitudo *M*
[772]*ante* supra *del.* est *M*
[773]*ante* Operatio *del.* *aliquot verba* *M*
[774]hoc modo *ex* hoc modo *M*



Sit circulus *abcd*, cuius centrum *e*, sintque diametri *ac bd* invicem ad rectos angulos. Sumatur[775] solis altitudo, cui aequalis ponatur[776] *ck* necnon eodem tempore quantum sit distans a meridiano, cui sit aequalis circumferentia *cf*[777] et a puncto *k* ipsi *ac* aequidistans ducatur *kih*, quae a linea *be* bifariam dividitur in *i*. Et[778] connectatur *fe*. Fiatque[779] *eq* aequalis *ik*. Rursus eadem die aliaque quacumque hora[780] solis altitudo accipiatur, quae sit *co*. Circumferentiaque in horizonte a meridiano distans sit *cl*. Et a puncto *o* ipsi *ac* similiter aequidistans ducatur *opn*, quae a linea *be* in *p* bifariam dividitur. Et iungatur *el*[781] fiatque *er* aequalis *po*. Nunc itaque[782] intelligatur[783] *abcd* horizon, et *eqf erl* esse[784] in horizonte lineaque *ac* horizontis et meridiani communis sectio[785] et a punctis *q r* ad *ac* perpendiculares ducantur *qs rn*. Inventis punctis *s n*[786] intelligatur[787] *abcd* meridianus et

[775] *ante* Sumatur *del.* Accipiatur primum circulus per [meridiana], et *ac* meridiani, et per horizontes communis sectio *M*

[776] cui aequalis ponatur *in interl. M*

[777] necnon eodem tempore quantum sit distans a meridiano, cui sit aequalis circumferentia *cf in interl. M*

[778] *ante* Et *del.* Sitque *cf* circumferentia in horizonte, *** sit a meridiano distans *M*

[779] *ante* Fiatque *del.* Et *M*

[780] aliaque quacumque hora *in interl. M*

[781] iungatur *el in interl. M*

[782] Nunc itaque *in interl. M*

[783] *ante* intelligatur *del.* Propterea *M*

[784] *ante* esse *del.* [in] *M*

[785] lineaque *ac* horizontis et meridiani communis sectio *in interl. M*

[786] Inventis punctis *s n in interl. M*

[787] *ante* intelligatur *del.* Rursus *M*

ac[788] horizontis[789] et meridiani sectio communis maneat deinde a[790] punctis s n ad ac perpendiculares ducantur st ux. Secetque st lineam bk in t, et ux lineam no in x. Ducaturque $ytxz$, erit ex dictis $ytxz$ communis sectio meridiani et paralleli, quem sol ea die perlustrat. Dividatur itaque circumferentia ykz bifariam in ρ: erit ρ polus mundi. Et $i\rho$ ipsius altitudinem horizontem ostendet[791]. Quod invenire oportebat.

Quoniam autem in operatione ntelligentiam separatim duximus[792] perpendiculares ru ux quae quidem[793] in unam rectam coincidunt lineam, cum anguli ad u sint recti. Quod idem evenit ipsis qs st idcircirco ut puncta t x inveniantur[794] sat erit a puncto r ad lineam no perpendicularem ducere rx. Et a puncto q ad hk perpendicularem qt[795] ut[796] ***[797] parallelorum inveniatur $ytxz$.

[788] et ac ~ deinde: *in interl.* *M*
[789] *post* horizontis *del.* deinde *M*
[790] *ante* a *del.* et *M*
[791] ostendet *in interl.* *M*
[792] ntelligentiam separatim duximus *in interl.* *M*
[793] quae quidem *in interl.* *M*
[794] ut puncta t x inveniantur *in interl.* *M*
[795] *post* qt *del.* ut puncta t x inveniantur per qua ducatur recta *M*
[796] ut ~ inveniatur: *in interl.* *M*
[797] *post* *** *del.* recta *M*

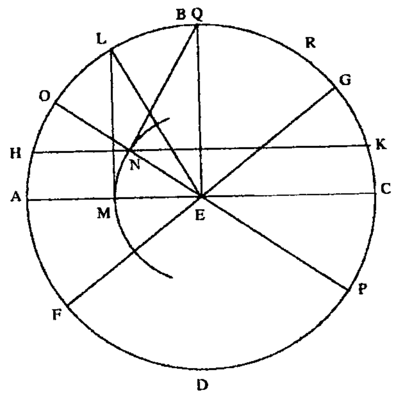
Corollarium

Hoc idem iisdem observationibus[798] assequi nocte[799] poterimus quacumque stella, praeterque luna, quae propter eius maximam velocitatem parallelos non [servat].

Corollarium

Ex hac operatione cognita erit quoque cuiuscumque stellae, praeterque lunae maxima illius dies altitudo, quam ostendet ay, nam sol, vel alia stella, dum parallelum describit. Quando erit in y, erit et in meridiano ubi maxima est altitudo supra horizontem.

[86] |



Cognito gradu, in quo sol recipitur, data poli altitudine, qualibet die maximam solis declinationem invenire.

Operatio

Sit meridianus $abcd$, b d poli mundi, e verum centrum. Sit ac diameter[800] aequinoctialis, fg horizontis, polique altitudo sit gb data. Quare, et data est fa complementum scilicet arcus bg. Accipiatur solis altitudo meridiana,

[798] iisdem observationibus *in interl. M*

[799] nocte *in interl. M*

[800] diameter *in interl. M*

cui aequalis ponatur[801] *fh*[802] et a puncto *h* ipsi *ac* aequidistans ducatur *hk* quae[803] diameter[804] paralleli solis existet et quantum sol distat ab ariete, ita fiat *bl*. Ut si sol sit ea die in principio tauri; fiat *bl* 30 gradus, et a puncto *l* ad *ae* perpendicularis ducatur *lm*. Itaque[805] deinde centro *e*, spatio vero *em* circulus describatur *mn*, qui *hk* secet in *a* et per *n e* recta ducatur linea *onep*[806].

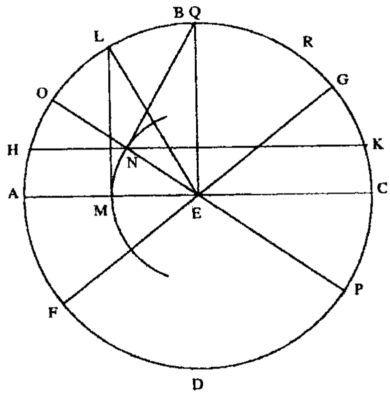
Non deveno andar a quest'altra propositione

Corollarium

Ex hoc innotescit[807] tropicorum distantia.

| Idem invenire, absque solis observatione meridiana. [87]

[801] cui aequalis ponatur *in interl. M*
[802] *ante fh del.* quae sit *M*
[803] quae ~ existet: *in interl. M*
[804] *post* diameter *del.* solis *M*
[805] Itaque *in interl.: ante* Itaque *del.* Et si ponamus *b* arietis principium, erit *em* aequalis quantitas diametri eclipticae, ubi a principiis arietis, et tauri ad ipsum perpendicularis ducuntur *M*
[806] *post onep del.* ad quam ad rectos angulos a puncto *n* ducatur *nq*. Tandemque connectatur *el eq*, atque circumferentia *oqp* bifariam dividatur in *r* unde erit *or* quarta circuli. Quoniam enim duae *me el* duabus *ne eq* sunt aequales, et angulus *eml* rectus recto *enq* est aequalis, erit *ml* ipsi *nq* aequalis, et angulus *lea* angulus *oeq* aequalis circumferentia *al* circumferentiae *oq* est aequalis, et circumferentia vero *ab* est circumferentiae *or* aequalis cum sint circuli quartae. Ergo circumferentia *bl* est ipsi *rq* aequalis, ac propterea *rq* spatium erit 30 graduum. Quoniam autem perpendicularis a puncto *r* ad *op* ducta, cadit in *e*, et *ah* ex iis quae diximus in *** declinatio est puncti *q*, et *en* est aequalis *em*, erit *en* *** diametri eclipticae, quae a perpendicularibus a principiis arietis et tauri ductis intercipitur; erit ergo *q* principium tauri, et *r* principium arietis, et punctum *o* erit cancri principium, quare *oep* diameter erit eclipticae et circumferentia *ao* erit eius maxima declinatio. Quod invenire opus erat. *M*
[807] innotescit *ex* apparet *M*



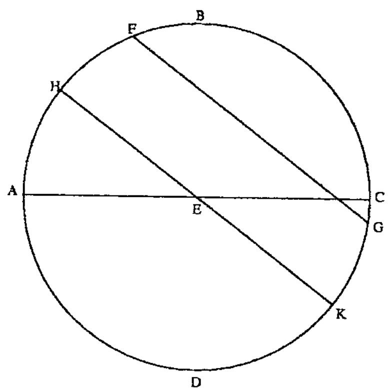
Sit ut prius *abcd* meridianus, cuius centrum *e*. Mundi poli *bd*[808]. *ac* aequinoctialis diameter. *fg* vero horizontis. Poli altitudo *gb*[809] Accipiatur qualibet hora simul, et solis supra horizontem altitudo, quae sit *fs*, et in horizonte circumferentia *fu*[810], quantum scilicet a meridiano sit distans. Et a puncto *s* ipsi *fg* aequidistans ducatur *st*. Deinde ducta *eu*[811] secetur in[812] *x*, ita ut sit *ex* aequalis dimidiae ipsius *st*, a punctoque *x* ad *st* perpendicularis ducatur *xy*. Erit (ex 85) punctum *y* in diametro circuli paralleli, quem sol ea die percurrit. Cuiuscumque vero[813] paralleli[814] diametri[815] est diameter aequinoctialis[816] aequidistans[817], quare[818] ducatur[819] per punctum *y* ipsi *ac* aequidistans *hyk*, erit[820] *hk* paralleli diameter in quo sol reperitur. Hoc[821] itaque invento quantum[822] sol ab ariete distat, ita fiat circumferentia *bl*. Caeteraque eodem modo fiant, ut in precedenti. Similiter inveniemus *op*

[808]Mundi poli *bd* *in interl.* *ex* sit *bed* mundi axis *M*
[809]Poli altitudo *gb* *signo posito in marg.* *M*
[810]*fu* *ex* *gu* *M*
[811]ducta *eu* *in interl.* *M*
[812]*ante* in *del.* *aliquot literas* *M*
[813]Cuiuscumque vero *in interl.* *ex* Sed haec *M*
[814]paralleli *in interl.* *M*
[815]diametri *post corr.* *M*
[816]aequinoctialis *ex* aequinoctiali *M*
[817]*post* aequidistans *del.* vel quod idem est ad axem mundi perpendicularis *M*
[818]quare *in interl.* *M*
[819]*post* ducatur *del.* itaque *M*
[820]*hyk*, erit ~ invento: *in interl.* *M*
[821]*ante* Hoc *del.* qua invento *M*
[822]*ante* quantum *del.* deinde *M*

eclipticae diametrum, et[823] *ao* maximam solis declinationem. Quod facere oportebat.

Ex hac operatione possumus qualibet die Zodiaci gradum invenire in quo sol reperitur inveniatur enim, ut dictum est, *hk* diameter paralleli, quem sol ea die percurrit. Sit autem *op* eclipticae diameter data, secetque *hk* lineam *op* in *n*, et a puncto *n* ipsi *op* perpendicularis erigatur *nq*. Si igitur intelligatur *orp* ecliptica, sitque *or* quarta circuli. Erit punctum *q*, ubi sol reperitur, cum *hk* (ex 71) sit illius[824] diameter paralleli, quando sol est in *q*. Ac propterea circumferentia *rq* quantum sol ab ariete vel libra[825] distat, ostendet. Scire enim oportet, cui sol propius est, arieti scilicet vel librae, et si est in signis meridionalibus, vel septentrionalibus. Ut si sol sit librae propinquius, et in signis septentrionalibus, tunc *rq* gradus ostendet a libra arietem rursus.

| [88]



Stellarum fixarum ab aequinoctiali declinationem invenire.

Sit meridianus *abcd*, cuius centrum *e*. Sitque *aec* communis sectio horizontis et meridiani *hek* vero sit diameter aequinoctialis[826]. Inveniatur stellae cuius oportet declinationem invenire[827] paralleli diameter[828] quae sit[829] *fg*,

[823] *op* eclipticae diametrum, et *in interl. M*
[824] illius *in interl. M*
[825] vel libra *in interl. M*
[826] *hek* vero sit diameter aequinoctialis *in interl. M*
[827] cuius oportet declinationem invenire *in interl. M*
[828] *post* diameter *del.* *fg* ex precedenti, si cognita est poli altitudo. Si vero minime (ex 85), quae sit *fg*, et per centrum *e* ipsi *fg* aequidistans ducatur *hek M*
[829] quae sit ~ docuimus: *in interl. M*

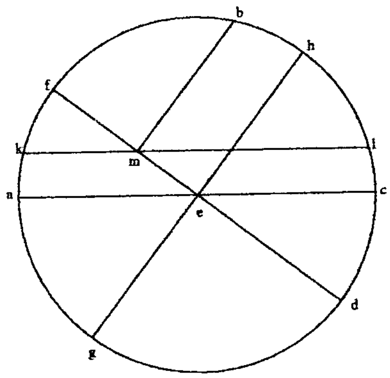
ut multis modis osservatione[830] docuimus. Meridiani[831] circumferentia[832] hf[833] declinationem stellae ab aequinoctiali demonstrabit.

Corollarium I

Hinc[834] stellarum[835] maxima hoc est meridiana: altitudo af[836] innotescet.

Corollarium II

Ex hoc quoque manifestum est si fg horizontem non[837] secat tunc astrum numquam occidere et semper apparere. Si vero sciat, minime.



[830]osservatione *in interl. M*

[831]Meridiani *in interl. M ante* meridiani *del.* Et quoniam paralleli circuli, et aequinoctialis sunt invicem paralleli: erit diameter fg *** diametro aequinoctialis aequidistans, quae sit communis sectio aequinoctialis et merdiani. Quare hek est aequinoctialis diameter, ac per [consequens] meridiani, et aequinoctialis communis sectio *M*

[832]*post* circumferentia *del.* igitur *M*

[833]*post* hf *del.* meridiani *M*

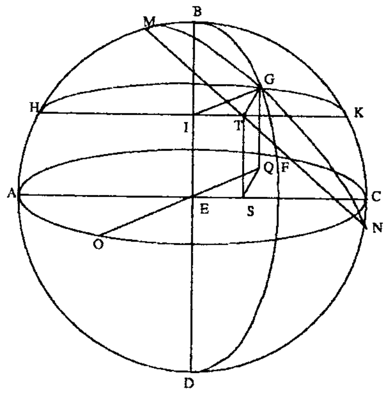
[834]Hinc ~ meridiana: *in interl. M*

[835]stellarum *in interl. M*

[836]af *in interl. M*

[837]non *in interl. M*

| [89]



Qualibet hora, altitudine [tantum] solis [observatur][838] meridianam invenire. praemittitur autem hoc[839] *abcd* meridianus, cuuius centrum *e*. Sit horizon *afc*, et *aec* sit horizontis, et meridiani communis sectio. Sit *b* Zenit, *d* vero oppositum. Iungatur *bed*[840]. Qualibet[841] hora supra horizontem[842] solis altitudo observetur ut[843] sit[844] sol in *g*. Verticalisque[845] circulus[846] per solem transiens sit[847] *bgfd*[848] sitque solis altitudo[849] *fg*. Ac per *g* secetur sphera plano horizonti aequidistante, sectioque sit circulus *hgk*, cuius centrum *i*, erit in linea *bed*[850] atque huius vero circuli[851], et meridiani sit *hik* sectio communis[852]. Erit utique[853] *hi* aequalis *ik*: connectatur[854] *i g*. Dein-

[838] *ante* altitudine [tantum] solis [observatur] *del.* lineam *M*
[839] *ante* praemittitur autem hoc *del.* Sit *M*
[840] Iungatur *bed in interl. M*
[841] *ante* Qualibet *del.* Et *M*
[842] supra horizontem *in interl. M*
[843] ut ~ *g*: *in interl. M*
[844] sit *ex* sitque *M*
[845] Verticalisque *in interl. M* *ante* Verticalisque *del.* quae sol *M*
[846] circulus *post corr. M*
[847] per solem transiens sit *in interl. M* *ante* itaque *del.* per *M*
[848] *ante bgfd del.* meridiani *M*
[849] solis altitudo *in interl. M*
[850] *post bed del.* ducta *M*
[851] *post* circuli *del.* *aliquotliteras M*
[852] *post* communis *del.* unde *M*
[853] utique *in interl. M*
[854] connectatur *ex* connectaturque *M*

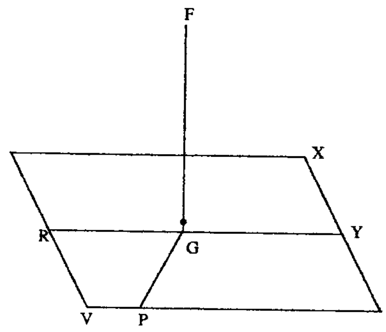
de huius diei parallelus solis sit[855] mgn[856]; cuius et meridiani sit communis sectiomn. Secet autem mn lineam hk in t cum autem sit sol in g[857] circumferentia[858] hgk circumferentiam mgn in g secabit[859]. Quoniam[860] enim perpendicularis a puncto g ad meridianum ducta propter circumferentiam hgk, quae[861] ad meridianum est[862] erecta, [[38 undecimi]] cadit in hk, et propter circumferentiam mgn, quae itidem[863] est[864] ad meridianum erecta, in mn cadit in intersectione[865] igitur diametrorum hk mn cadet, quare cadet in t. Ducta[866] igitur gt[867] ad meridianum est perpendicularis, ac propterea[868] angulus gti rectus est. Ducatur post a puncto t ad ac perpendicularis ts; erit es aequalis it, siquidem[869] ie ts interse sunt[870], ac[871], a[872] puncto autem[873] s in horizonte ad ac perpendicularis ducatur sq. Appliceturque a puncto e linea eq aequalis ig, hoc est semidiametro circuli hgk aequalis[874] quae sq secet in q. Quoniam igitur duae se eq duabus ti ig sunt aequales, et angulus esq rectus recto itg est aequalis. Erit triangulum esq triangulo tig aequale, et angulus[875] seq angulo tig aequalis[876], et est es aequidistans

---

855 sit *in interl.* *M*
856 *ante mgn del.* ex perpendicularibus inveniatur, qui sit *M*
857 cum autem sit sol in *g* *in interl.* *M*
858 *ante* circumferentia *del.* ac *M*
859 secabit *in interl.* *M*
860 *ante* Quoniam *del.* Iungaturque *g t* *M*
861 *post* quae *del.* est *M*
862 est *in interl.* *M*
863 itidem *in interl.* *M*
864 *ante* est *del.* similiter *M*
865 in intersectione ~ igitur: *add. in folio 90* *M*
866 *ante* Ducta *del.* Ac propterea *M*
867 *ante gt del.* quare cadet in *** *** *M*
868 ac propterea *in interl.* *ex* ac †et† propterea *M*
869 siquidem *in interl.* *ex* cum sit *M*
870 interse sunt *in interl.* *M*
871 ac *ex* et *M*
872 *ante* a *del.* et *M*
873 autem *in interl.* *M*
874 aequalis *in interl.* *M*
875 *ante* angulus *del.* aliud *M*
876 *ante* aequalis *del.* *aliquot literas* *M*

it. Ergo [[ex 10 undecimi]] et[877] *eq* est aequidistans *ig*. Quare[878] iuncta[879] *gq*, erit [[33 primi]] ipsi *ie* aequalis, et aequidistans, sed quoniam[880] est[881] *ie* horizonti[882] perpendicularis. Erit[883] et *gq* | circulo[884] *afc*[885] perpen- [90]
dicularis [[ex 7 undecimi]] lineae[886] igitur[887] *gq qe ei ig* in uno, et eodem sunt plano. Producatur itaque *qe* usque ad circumferentiam[888] in *o*. Erunt lineae *qo be ig gq* in uno, et eodem plano. Existente igitur sole in *g*; erit punctum *q*, ubi perpendicularis a solis ad horizontem ducta, cadit, lineaque *eo* erit[889] umbra[890] a linea *be* facta facta[891]. Angulus autem[892] *aeo*, hoc est circumferentia *ao* distantiam, quae inter lineam meridianam, et umbram *eo* intercipitur ostendet[893].

| [91]



[877]et *add. in eadem linea M*
[878]Quare *in interl. M*
[879]*post* iuncta *del.* igitur *M*
[880]sed quoniam *in interl. M*
[881]est *ex* estque *M*
[882]horizonti *ex* ad horizontem *M*
[883] Erit *in interl. post corr. M*
[884]circulo *in interl. M*
[885]*ante afc del.* ipsi *M*
[886]*ante* lineae *del.* *distat, *** perinde *M*
[887]igitur *in interl. M*
[888]usque ad circumferentiam *in interl. M*
[889]lineaque *eo* erit *in interl. M*
[890]*ante* umbra *del.* lineaque *M*
[891]*post* facta *del.* erit [*eo*]. Et *M*
[892]autem *in interl. M*
[893]*post* ostendet *del.* Operatio fiet in hoc modum *M*

Praxis[894]

Exponatur[895] planum[896] ux horizonti aequidistans, in quo designanda est linea meridiana. Sitque supra hoc planum gnomon ut supra diximus[897] vel perpendiculum fg quod[898] ad planum ux sit[899] perpendiculare. Sit[900] deinde circulus $abcd$, cuius centrum e. Sintque diametri ac bd ad rectos angulos. Intelligatur primum circulus per meridiano, et ac ipsius, et horizontis sit communis sectio.

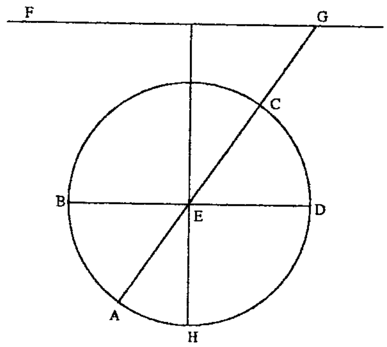
Inveniaturque[901] linea[902] mn[903], quae sit diameter paralleli, quem sol ea die percurrit. Accipiaturque[904] quacumque hora solis altitudo, quae sit ab gnomon[905] vero[906] sive perpendiculum fg[907] eodem tempore umbram faciat gp. Lineaque ducatur gp. A[908] puncto autem[909] h ipsi ac aequidistans ducatur hik quae bd secet in i[910] erit [sane][911] hi aequalis ik siquidem est[912] hk[913] ipsi bd perpendicularis. Secetque[914] hk[915] lineam mn[916] in t. Erit ex dictis punctum t, ubi perpendicularis a sole ad meridianum cadit. Ducaturque a puncto t ad ac perpendicularis ts. Nunc vero invento puncto s[917] intelli-

---

[894] *ante* Praxis *del.* Operatio *M*
[895] Exponatur *signo posito in marg.* *M*
[896] *ante* planum *del.* *aliquot verba* *M*
[897] ut supra diximus *in interl.* *M*
[898] quod *in interl.* *M*
[899] sit *in interl.* *M*
[900] *Prima di* Sit *il numero 2 inserisce il periodo a seguire nel corpo del testo*
[901] *post* Inveniaturque *del.* deinde ex *** iis quae *** *M*
[902] linea *signo posito in marg.* *M*
[903] *ante* mn *del.* *aliquot verba* *M*
[904] *post* Accipiaturque *del.* deinde *M*
[905] gnomon ~ sive: *in interl.* *M*
[906] vero *in interl.* *M*
[907] fg *in interl.* *post corr.* *M*
[908] *ante* A *del.* Et *M*
[909] autem *in interl.* *M*
[910] quae bd secet in i *in interl.* *M*
[911] [sane] *in interl.* *M*
[912] siquidem est ~ perpendicularis: *in interl.* *M* est *in interl.* *M*
[913] *ante* hk *del.* *aliquot literas* *M*
[914] *ante* Secetque *del.* *in interl. et in marg. aliquot lineas del.* *M*
[915] hk *in interl.* *ex* mn *M*
[916] mn *in interl.* *ex* hk *M*
[917] invento puncto s *in interl.* *M*

gatur circulus *abcd* horizon et *ac*[918] communis sectio similiter[919] horizontis et meridiani et a puncto *s* ad *ac* perpendicularis ducatur *sq*, deinde[920] a puncto *e* applicetur *eq* aequalis *ik*, quae *sq* secet in *q*. Erit itidem ex dictis punctum *q*, ubi perpendicularis a sole in horizontem cadit. Producatur itaque *qeo*. Ostendet circumferentia *ao* distantiam inter lineam meridianam, et lineam *eo*, quae est [tamquam] umbra a linea, quae a puncto *e* horizonti esset erecta[921], eodem tempore facta, quo facta est umbra *gp*. Fiat igitur in plano *ux* angulus *pgr* aequalis *oea*. Ducaturque *rgy*. Erit *rgy* linea meridiana. Advertendum tum est quod si observatio solis facta est ante meridiem tunc angulus *pgr* in una parte[922], si vero post, in altera est constituendus[923]. Quod facere oportebat.

| [92]



Est quoque animadvertendum, in operatione perpendiculares *ts sq* in unam coincidere lineam, cum ad *s* sint recti. Idcirco, ut inveniatur punctum *q* sat erit, a puncto *t* ad *hk* perpendicularem ducere ex utraque parte, ita ut ducta *eq*, quae sit aequalis *ik*, ipsam secet in *q*.

Corollarium

Ex hoc manifestum est, quo modo inveniantur puncta, ubi a sole ad meridianum, et horizontem perpendiculares cadunt. Si enim intelligatur *abcd*

[918] et *ac* ∼ meridiani: *signo posito in marg. M*
[919] similiter *in interl. M*
[920] deinde *in interl. ex* et *M*
[921] esset erecta *in interl. ex* sit perpendicularis *M*
[922] *post* parte *del.* constituendus est *M*
[923] est constituendus *in interl. M*

meridianus erit punctum t. Si[924] vero intelligatur *abcd* horizon, erit punctum q.

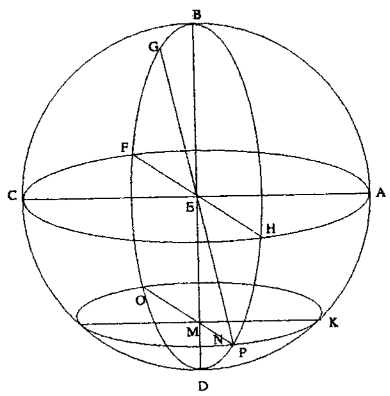
Qualibet hora lineae positione datae aspectum invenire.

Sit linea fg positione data, cuius oportet aspectum[925] invenire. Describatur circulus *abcd*, cuius centrum e, et qualibet hora[926] (ex praecedenti) linea inveniatur meridiana *ac*, quae si protrahatur, vel cum linea fg concurret, vel minime. Et si non concurret, erit ipsi fg aequidistans, ac propterea erit fg linea meridiana cuius aspectus notus est. Si vero conveniet, conveniat ut in g. Et per centrum et ipsi fg aequidistans ducatur *bed*. [[29 primi]] erit angulus *bea* aequalis *fge* circumferentia igitur *ba* distantiam a linea meridiana ostendet. Ducatur itaque *eh* ipsi *bd* perpendicularis. Erit h aspectus ipsius *bd*, ac per consequens ipsius fg. Producta enim *bh*, [[ex 29 primi]] erit ad fg perpendicularis. Quare circumferentia *ah* gradus ostendet, quantum a meridie et hac parte ipsius fg aspectus sit distans.

Corollarium

Ex hoc facillimum erit invenire cuiscumque [parietis] aspectum.

[93] |



Cum autem[927] in his operationibus maxime opus sit altitudinem solis supra horizontem, quando libet invenire, nec non aliquando simul, et eius altitudinem, et circumferentiam in horizonte, quantum a meridiano sit distans

[924] Si *post corr. M*
[925] aspectum *post corr. M*
[926] hora *post corr. M*
[927] autem *in interl. M*

invenire sit necesse. Idcirco, quamvis hoc multis in strumentis fieri possit, tamen valde mihi videtur [fore] utile, si has quoque operationes rectis lineis circulique circumferentiis tantum inveniri[928] posse doceamus. Cum operationes, quae lineis tantum rectis, circulique circumferentiis fiunt, omnibus aliis sint meliores, et ad [unguem] magis veritatem ostendant, ut manifestum est in horologiis solaribus. Nam quae fiunt analemmatibus, sunt omnino meliora iis, quae fiunt calculis, vel strumentis. Illo enim ad ***, et ita veritatem ostendunt, ut nihil amplius desiderari possit. Quare quomodo quandolibet altitudinem solis, nec non circumferentia in horizonte, quantum sol a meridiano sit distans inveniri possit, ostendamus.

Sit meridianus $abcd$, cuius, et mundi centrum e. Sit horizon $afch$, et ac horizontis, et meridiani communis sectio quae quidem ac erit linea meridiana[929]. Sitque b punctum verticis, d vero eius oppositum. Ponatur astrum[930] in g, transeatque per g verticalis circulus $bgdh$. Huiusque circuli, et horizontis sit feh sectio communis. Ducaturque[931] linea bed, et sub horizonte, ipsique horizonti aequidistans ducatur planum $kolp$, quod lineam bed secet in m sitque huius plani, et verticalis $bfdh$ communis sectio po et lk, ipsius, et meridiani | sectio communis. Et quoniam planum $afch$ est aequidistans [94] $kolp$; [[6 undecimi]] erit fh aequidistans op, et ac ipsi kl. Atque linea bem [[6 undecimi]] erit ad planum $kolp$ perpendicularis. Iunctatur[932] deinde[933] ge quae[934] producatur, donec in planum $kolp$ perveniat. Sitque gen. Quoniam autem bd hf gen, et po in uno, et eodem sunt plano, verticalis nempe circuli $bfdh$, et op est aequidistans fh, linea gen cum linea[935] op conveniet[936], unde constat punctum n esse in linea op[937]. Si itaque intelligatur lineam gen solis esse radium, et me gnomon supra planum $kolp$ erectum; erit mn

[928]inveniri *in interl.* *ex* fieri *M*

[929]quae quidem ac erit linea meridiana *in interl. M*

[930]astrum *in interl.* *ex* sol *M*

[931]*ante* Ducaturque *del.* proculdubio circumferentia cf in horizonte, quantum sol a meridiano sit distans, ostendet *M*

[932]Iunctatur *ex* Iunctaturque *M*

[933]deinde *in interl. M*

[934]quae *in interl. M*

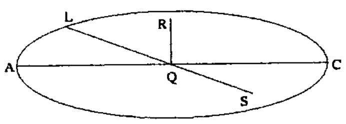
[935]linea *in interl. M*

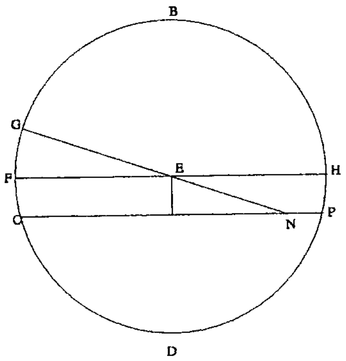
[936]*post* conveniet *del.* quare concurrat in n *M*

[937]unde constat punctum n esse in linea op *in interl. M*

umbra in plano *k*[938] *olp* facta a linea, sive gnomone *me*, et circumferentia *fg* solis altitudinem supra horizontem ostendet. Et circumferentia *lo*, cum sit circumferentiae *cf* similis, quantum sol a merdiano sit distans in plano *kplo* horizonti aequidistante, demonstrabit[939], ita ut cognitis gradibus circumferentiae *lo*, cogniti quoque erunt gradus circumferetiae *cp*, cum numero sint pares.
Operatio fiet hoc modo.

[95] |





Sit planum *acl* horizonti aequidistans, in quo describatur cirulus *acl*, cuius centrum *q*. Erigaturque *qr* gnomon huic plano perpendicularis qui verticem *r* aliquantulum habeat acutum ut fieri solet[940]. Et ut operatio clarior innotescat; describatur seorsum circulus *bfdh*, cuius centrum *e*, in quo diameter ducatur[941] *feh*. Et a puncto *e* ipsi *fh* perpendicularis ducatur *em*. Quae[942] fiat aequalis *qr*. Et a puncto *m* ipsi *fh* aequidistans ducatur *op*. Sit[943] igitur[944] quacumque hora altitudinem solis invenire voluerimus. Observetur solis umbra facta a gnomone *qr*, quae[945] sit *qs*, tunc[946] fiat *mn* aequalis *qs*, denique connectatur *ne*, quae in directum producta usque ad circumferentiam perveniat in *g*. Circumferentia *fg* altitudinem solis ostendet. Nam

[938] *k post corr. M*
[939] *ante* demonstrabit *del.* ostendet *M*
[940] qui verticem *r* aliquantulum habeat acutum ut fieri solet *in interl. M*
[941] ducatur *post corr. M*
[942] Quae *post corr. M*
[943] *ante* Sit *del.* Et *M*
[944] igitur *in interl. M*
[945] *post* quae *del.* *** exempli *M*
[946] tunc *in interl. M*

si intelligatur punctum *b* Zenit et[947] *bfdh* circulus verticalis transiens per solem, et *fh* ipsius, et horizontis communis sectio. Et *op* diameter plani horizonti aequidistantis, et[948] a[949] centro mundi *e* linea *em* est[950] ipsi *op* perpendicularis, cuius umbra est *mn*. Iuncta *ne* si producatur proculdubio ad solem pertinget. Sol ergo erit in *g*. Ac propterea circumferentia *fg* solis altitudinem supra horizontem[951] ostendet. Quod invenire oportebat.
Si autem[952] quantum[953] hac hora sol a meridiano sit distans invenire voluerimus supponatur[954] in[955] plano *acl* linea meridiana *ac* quam infra invenire docebimus[956] erit[957] nimirum *ac*[958] communis sectio plani *acl*, et meridiani. Ductaque *sq* producatur usque ad circumferentiam in *l*. Cum itaque[959] *qs* sit umbra solis erit[960] linea *** plani *acl*, verticalisque circuli per solem transeuntis, communis[961] sectio. Circumferentia igitur[962] *al* ex ductis in horizonte, quantum sol a meridiano distat, ostendet. Quod facere oportebat.

Corollarium

Hinc patet circumferentiam *bg*, quantum in hora[963] sol a nostro Zenit distat, ostendere.

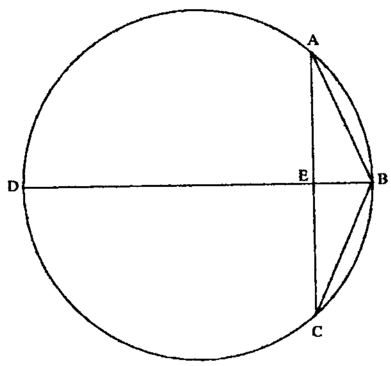
---

[947]punctum *b* Zenit et *in interl. M*
[948]et *in interl. M*
[949]*ante* a *del.* estque *M*
[950]est *in interl. M*
[951]*post* horizontem *del. in interl. aliquot verba M*
[952]Si autem *signo posito in marg. M*
[953]*post* quantum *del.* autem *M*
[954]invenire voluerimus supponatur *in interl. M*
[955]*ante* in *del.* Hoc modo inveniatur Inveniatur axis vel altitudo *M*
[956]infra invenire docebimus *in interl. M*
[957]*ante* erit *del.* quae *M*
[958]nimirum *ac in interl. M*
[959]Cum itaque ~ linea: *ex* quoniam enim *M*
[960]*qs* sit umbra solis erit *in interl. M*
[961]*ante* communis *del.* sit *M*
[962]igitur *in interl. M*
[963]in hora *in interl. M*

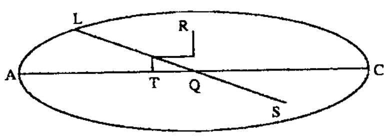
Corollarium

Constat etiam, quam facile sit cognoscere cum *ac* sit linea meridiana. An ante, vel post meridiem sit. Unde etiam liquet quam facillimum sit solis meridianam observare altitudinem. Quod fiet, quando umbra in linea *ca* existet.

[96] | Lemma

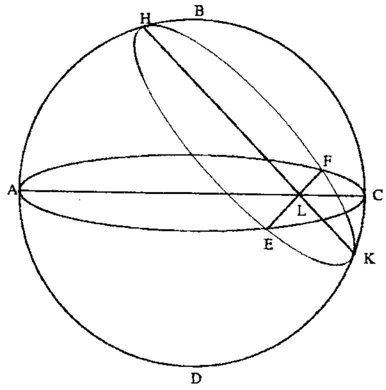


Sit circulus *abcd*, cuius diameter *bd*. Summatur in *bd* ubicumque punctum *e*, a quo ad *bd* perpendicularis ducatur *ac*. Dico circumferentiam *ba* circumferentiae *bc* aequalem esse.
Connectantur *ab bc*. Quoniam enim [[3 tertii]] *ac* est aequalis *ec*, et *be* est utrique triangulo *abe bec* communis. Et rectus angulus *bec* est recto *aeb* aequalis. [[4 primi]] erit latus *ab* lateri *bc* aequale. Ergo [[ex 28 tertii]] circumferentia *ab* circumferentiae *bc* est aequalis. Quod demonstrare oportebat.



[97] | Cuiuscumque astri[964] arcum quem supra horizontem, et sub horizontem describit, invenire.

[964] astri *in interl.* *ex* stellae fixae *M*



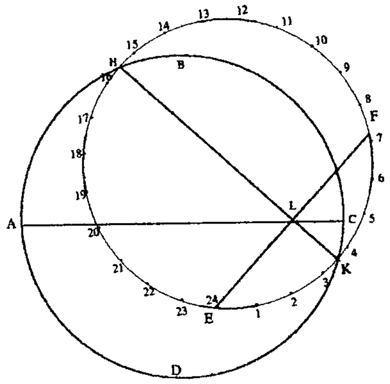
Sit circulus *abcd* meridianus, *aecf* horizon, cuius et meridiani sit communis sectio *ac* sitque parallelus quem[965] stella *** describit[966] *hfke*, cuius, et meridiani sit communis sectio *hk*.

Primum quidem vel *hekf* horizontem *aecf* intersecat, vel minime. Si[967] non, tunc semper stella, supra[968] horizontem erit et numquam ocultabitur[969]. Caeterum *hekf* horizontem[970] secet in *ef*. Diametri quoque *ac hk*, cum in eodem sint plano se invicem secabunt, secent itaque se invicem[971] in *l*. Connectaturque *ef*, quae cum sit communis sectio circulorum[972] *aecf* et *hekf*[973] per punctum *l* transibit, siquidem punctum *l* est[974] in[975] utroque plano plano[976]. At[977] quoniam[978] plana[979] *aecf bekf* ad meridianum *abcd* ad rectos sunt angulos; [[19 undecimi]] erit *ef* ad eundem meridianum *abcd* perpendicularis, estque *hk* in plano meridiani, ergo *ef* ipsi *hk* est perpen-

[965] quem *in interl. M*
[966] *** describit *in interl. M*
[967] *ante* Si *del. aliquot literas M*
[968] *ante* supra *del.* vel *M*
[969] *post* ocultabitur *del.* dummodo parallelus sit supra horizontem, vel numquam supra horizontem apparebit, si sit sub horizonte *M*
[970] *hekf* horizontem *in interl. M*
[971] secent itaque se invicem *in interl. ex* sitque communis sectio *M*
[972] circulorum *in interl. M*
[973] *hekf ex hecf M*
[974] siquidem punctum *l* est *in interl. M*
[975] *ante* in *del.* cum sit communis sectio diemetrorum, [ac] *M*
[976] *ante* plano *del.* sit *M*
[977] At *in interl. M*
[978] *ante* quoniam *del.* Et *M*
[979] *ante* plana *del. in interl. aliquot literas M*

dicularis. Quia vero ehf est supra horizontem, et fke infra horizontem. Ostendet ehf arcum, quem stella supra horizontem describit et fke, quem infra horizontem. et si *** a puncto e, quod est in horizonte, circulum $ehfk$ in 24 partes aequales[980] diviserimus. Statim innotescet spatium quod occupat efh[981], quod quidem est [nuova] stellae supra horizontem. Et fke [eum] ostendet[982] quod[983] sub horizonte[984].

[98] | Operatio



senza li numeri

Sit meridianus ut supra *abcd*, *b* punctum verticis[985], horizontis, et meridiane sit *ac* comunis sectio. Paralleli[986] diameter stellae inveniatur[987]. Sitque hk. Et diametro hk circulus describatur $hekf$. Et primum vel hk secat *ac*, vel non. Si non, tunc semper stella supra[988] horizontem existet[989], et numquam ocultabitur ocultabitur[990]. Sed secet in l, et a puncto l, ad hk

[980]aequales *in interl.* *M*

[981]*post* efh *del.* *** *** proportionatum *M*

[982]*post* ostendet *del.* *in interl.* *aliquot literas* *M*

[983]quod *ex* [quem] *M*

[984]*post* horizonte *del.* Ut ex analemmate est quoque manifestum. Et hoc modo omnium planetarum (praeterque lunae) arcus, quos planetae supra horizontem ac infra horizontem describunt cuiuslibet diei, inveniemus.
In super arcus semidiurni seminocturnoque respondentes [patefien?] ut *eh* *fk*, cum puncta *e* *f* sint in horizonte, puncta vero *s* *k* in meridiano *M*

[985]*b* punctum verticis *in interl.* *M*

[986]*ante* Paralleli *del.* Et *M*

[987]*ante* inveniatur *del.* ex praecedentibus *M*

[988]*ante* supra *del.* vel *M*

[989] existet *in interl.* *ex* erit *M*

[990]*post* ocultabitur *del.* si *hk* infra horizontem, vel numquam supra horizontem apparebit, si sit infra horizontem *M*

perpendicularis ducatur elf. Erit ex dictis circumferentia ehf ea pars ⟨quae est supra horizontem⟩, quam stella supra horizontem describit, et fke, quam sub horizonte. Dividatur itaque, exordium summendo a puncto e circulus $ehfk$ in 24 partes, et ehf [nuovam] ostendet stellae supra horizontem, et fke, quae sub horizonte. Quod invenire oportebat.

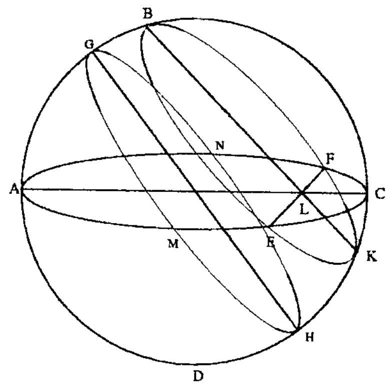
Corollarium

Hacque prorsus ratione arcus planetarum (praeterquam lunae)[991] cuiuslibet diei inveniemus, ex quibus etiam arcus semidiurni seminocturnique[992] manifesti[993] sunt. Ut eh [ek][994].

Corollarium

Hinc si ponatur circulus[995] $hekf$ solis parallelus. Intelligaturque punctum e in occidente, in quo sunt 24 horae more italico. Punctum f erit in Oriente. Et qua hora sol oriatur ad unguem ostendet, et punctum h meridiem indicabit. k vero mediae noctis horam demonstrabit[996]. ⟨Quae omnino (ut diximus) ex analemmate ortum ducunt⟩

| Stellarum[997] ortus, occasusque amplitudinem invenire. [99]



[991](praeterquam lunae) *in interl.* *M*
[992]semidiurni seminocturnique *ex* semidiurno seminocturnoque *M*
[993]*ante* manifesti *del.* respondentes *M*
[994][ek] *ex* efk *M*
[995]circulus *in interl.* *M*
[996]*ante* demonstrabit *del.* *aliquot literas* *M*
[997]*ante* Stellarum *del.* Solis atque *M*

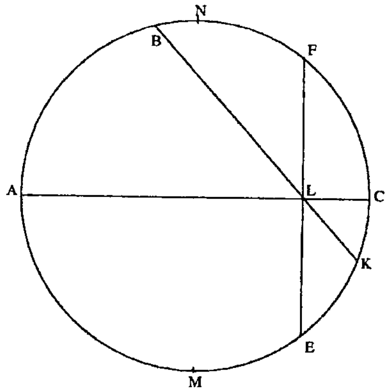
Si[998] igitur[999] ponatur m versus[1000] oriens, n versus[1001] occidens. Punctum vero e astri oriens f autem occidens[1002] circumferentia me ortus amplitudinem ostendet. Et nf occasus. Quae sunt quidem interse se aequales. Nam cum[1003] sit circumferentia cf circumferentiae ce aequalis[1004]. Et cm cn interse sunt aequales, cum sint eiusdem[1005] circuli quartae. Erit[1006] me circumferentia[1007] circumferentiae nf aequalis.

In sphera vero recta cuiuscumque puncti eadem est declinatio, et ortus amplitudo[1008] ortus amplitudo [1009]. Si enim accipiatur in sphera recta circulus $abcd$ pro horizonte, cum per mundi polos transeat erit punctum h versus oriens. Unde hk astri amplitudinem ortus ostendet. Quae quidem circumferentia hk ipsius astri existit[1010] [declinatio][1011]. Sit[1012] $abcd$ meridianus. Sit astri parallelus $bekf$. Horizon $aecf$, qui se invicem secent in punctis e f[1013]. Sitque aequinoctialis $gmhn$[1014], qui horizontem secet in punctis m n. Erunt puncta m n versus oriens, et ocidens. Et cum sit $abcd$ meridianus erunt semicirculi[1015] anc[1016] amc[1017] bifariam in m n divisi sit[1018] postea ac hori-

[998] *ante* Si *del.* Eadem exponantur, quae in (97). Sitque [efh] pars, quae est supra horizontem. Et quoniam ac est communis sectio horizontis, et meridiani. Dividantur semicirculi aec afc bifariam in m n. Erunt puncta m n; in quibus horizon aequinoctialem intersecat. Quare *M*
[999] igitur *in interl. M*
[1000] versus *in interl. M*
[1001] versus *in interl. M*
[1002] Punctum vero e astri oriens f autem occidens *in interl. M*
[1003] *post* cum *del.* (ex 97) ef sit meridiano perpendicularis, et ac est in plano meridiani, linea ef ipsi ac perpendicularis existet. Quare ex 96 *M*
[1004] *ante* aequalis *del.* est *M*
[1005] eiusdem *in interl. M*
[1006] Erit *ex* Ergo *M*
[1007] *post* circumferentia *del.* est *M*
[1008] amplitudo *post corr. M*
[1009] ortus amplitudo *ex* amplitudo ortus *M*
[1010] existit *in interl. M*
[1011] [declinatio] *post corr. M*
[1012] *ante* Sit *del.* ostendit *M*
[1013] qui se invicem secent in punctis e f *signo posito in marg. M*
[1014] *gmhn ex bmhn M* *ante gmhn del.* vero *M*
[1015] semicirculi *in interl. M*
[1016] *post anc del.* *** similiter *M*
[1017] *post amc del.* *** circuli quartae *M*
[1018] sit *ex* sint *M*

zontis diameter, [*bk*] vero paralleli. Connectaturque *ef*, similiter[1019] ut[1020] in praecedenti ostendetur *ef* ad meridianum *abcd* perpendicularem esse ac propterea, cum linea[1021] *ac* sit in meridiano, erit *ef* ipsi *ac* perpendicularis circumferentiaque *ce* circumferentiae *cf* aequalis.

| [100]



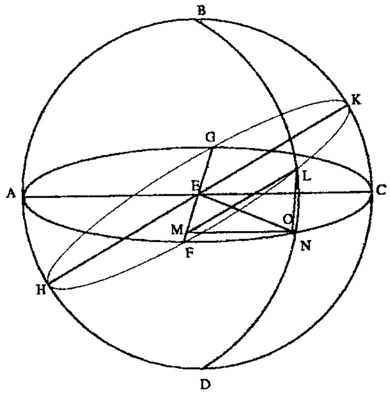
Sit *abck* meridianus, et *ac* communis sectio horizontis, et meridiani. Inveniatur diameter paralleli stellae cuius oporteat ortus altitudinem invenire[1022]. Quae sit *bk*, quae quidem[1023] horizontis diametrum secet in *l*. Nunc vero invento puncto *l*[1024] intelligatur circulus *abck* horizon, et *ac* horizontis et meridiani communis sectio, quae erit linea meridiana. Et a puncto *l* ipsi *ac* perpendicularis ducatur *elf*. Semicirculique *aec afc* bifariam dividantur in *m n*. Erunt ex dictis puncta[1025] *m n* versus oriens, et[1026] versus occidens. Unde si intelligatur *m* oriens *n* occidens[1027] circumferentia *me* ortus amplitudinem ostendet, circumferentia vero *nf* occasus. Quae intersese iam ostensae sunt[1028] aequales[1029]. Quod facere oportebat.

[1019] similiter *in interl. M*
[1020] *ante* ut *del.* quae ut *M*
[1021] linea *in interl. M*
[1022] stellae cuius oporteat ortus altitudinem invenire *in interl. M*
[1023] quidem *in interl. M*
[1024] invento puncto *l in interl. M*
[1025] puncta *in interl. M*
[1026] *ante* et *del.* et *n M*
[1027] si intelligatur *m* oriens *n* occidens *signo posito in marg. M*
[1028] iam ostensae sunt *in interl. M*
[1029] *ante* aequales *del.* sunt *M*

Corollarium

Hinc cuiuslibet paralleli planetarum inventa diametro. Eorum[1030] ortus, et occasus altitudinem invenire facillimum erit.

[101] | Cuiuscumque eclipticae puncti rectam invenire ascensionem.



Sit *abcd* solstitiorum colurus. Cuius et mundi centrum *e*, poli[1031] vero mundi[1032] *b d*. Sit *afcg* aequinoctialis, et *ac* ipsius, dictique coluri cọmmunis sectio, et ipsi *ac* perpendicularis existat diameter *feg*, quae ad planum *abcd* [[ex conversa 18 undecimi]] perpendicularis erit. Sit *fkgh* linea ecliptica, quae aequinoctialem secet in punctis *f g*. Sitque *f* principium arietis. *k* principium cancri, et caetera circumferentia quidem *ck* erit[1033] solis[1034] maxima declinatio. Sit[1035] deinde[1036] *hek*[1037] eclipticae[1038] circulique[1039] *abcd* communis sectio; quae ipsi *fg* perpendicularis erit[1040], siquidem[1041] linea *fg*

[1030] Eorum *post corr.* *M*
[1031] *ante* poli *del.* et *M*
[1032] vero mundi *in interl.* *M*
[1033] circumferentia quidem *ck* erit *in interl.* *M*
[1034] *ante* solis *del.* *aliquot verba* *M*
[1035] Sit ex Sitque *M*
[1036] deinde *in interl.* *M*
[1037] *post hek del.* zodiacus *** *M*
[1038] eclipticae *in interl.* *M*
[1039] *ante* circulique *del.* et *M*
[1040] erit *in interl.* ex existet *M*
[1041] siquidem *in interl.* ex cum *M*

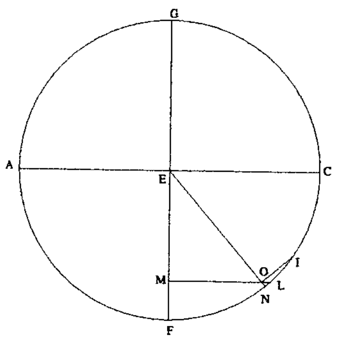
ad planum *abcd* perpendicularis[1042] existit[1043]. Et *cek* erit angulus inclinationis lineae eclipticae, et aequinoctialis. Summatur in quarta[1044] ecliptica *fk*[1045] quodvis punctum *l*. Et per polos *b d*, et punctum *l* circulus ducatur *bld*, qui aequinoctialem secet in *n*. Manifestum est, aequinoctialis circumferentiam *fn* rectam esse ascensionem circumferentiae *fl*. Connectatur[1046] itaque *en*, quae erit communis sectio aequinoctialis, et circuli *blnd*, a punctoque *l* ad planum aequinoctialis perpendicularis ducatur *lo*, quae [[38 undecimi]] in *en* cadet, et ab hoc puncto *o* ad *fg* perpendicularis ducatur *om*, quae aequidistans erit *ac*. Connectaturque *lm*: erit*lm* ipsi *fg* perpendicularis, et ob id ipsi *ek* aequidistans. Cum autem duae *om ml* sint ipsis *ce ck* aequidistantes. [[10 undecimi]] erit angulus *lmo* angulo *kec* aequalis. Qui est angulus inclinationis eclipticae, et aequinoctialis. Datus est ergo angulus *oml*.

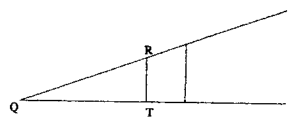
Corollarium

Hinc[1047] manifestum est circumferentiam *ln* ipsius puncti *l* declinationem esse.

[102]

Operatio





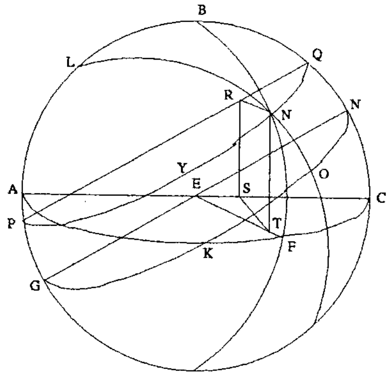
[1042]*ante* perpendicularis *del.* est *M*
[1043]existit *in interl.* *M*
[1044]quarta *in interl.* *M*
[1045]*fk in interl.* *M*
[1046]*ante* Connectatur *del.* *aliquot literas* *M*
[1047]*ante* Hinc *del.* A circumferentiaque [*l*] *M*

Sit circa centrum e circulus $afcg$, qui primum accipiatur per ecliptica[1048], in[1049] quo ad rectos insint angulos diametri ac fg. Intelligaturque punctum[1050] f[1051] principium arietis. Summatur in circumferentia circuli fc[1052] quodvis punctum l, cuius oporteat rectam invenire ascensionem. Ducatur a puncto l ad fg perpendicularis lm. Deinde seorsum exponatur angulus pqr, qui aequalis sit angulo inclinationis Zodiaci, et aequinoctialis. Contineat [nimirum][1053] angulus angulis[1054] pqr circuli[1055] vigintitres gradus, cum dimidio [fere], ut recentioribus placet. Fiatque qr aequalis lm, et a puncto r ad qp perpendicularis ducatur rp. Intelligaturque nunc circulus $afcg$ aequinoctialis, itidemque punctum f arietis principium. Et a puncto m ad fg perpendicularis ducatur, quae in eandem[1056] ml coincidet. Fiatque mo aequalis qp. Erit ex supradictis punctum o ubi ducta perpendicularis a puncto eclipticae ipsi circumferentiae fl respondente in planum aequinoctialis cadit. Ducatur itaque eon, quae circumferentiam secet in n. Circumferentia fn rectam ostendet ascensionem arcus eclipticae ipsi fl aequalis. Quod invenire oportebat[1057].

Si autem ipsius puncti eclipticae declinationem invenire voluerimus ducatur a puncto o ipsi en perpendicularis oi *** secans in i[1058],quae quidem ipsi pr aequalis erit. Circumferentia ni ipsius eclipticae puncti l declinationem ostendet.

[103] | Data in ecliptica[1059] cuiuscumque stellae longitudine, et latitudine, rectam eius ascensionem invenire.

[1048]ecliptica *in interl.* M
[1049]*ante* in *del.* Zodiaco M
[1050]Intelligaturque punctum *in interl.* M
[1051]*ante* f *del.* sitque M
[1052]fc *in interl.* M
[1053][nimirum] *in interl.* M
[1054]*ante* angulis *del.* scilicet M
[1055]circuli *in interl.* M
[1056]eandem *in interl.* M
[1057]oportebat *signo posito in marg.* M
[1058]*** secans in i *in interl.* M
[1059]in ecliptica *in interl.* M



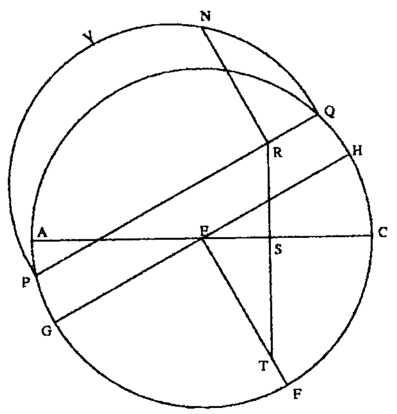
Sit *abcd* solstitiorum colurus, cuius centrum *e*. Sint poli mundi *b d*. Sit *afc* aequinoctialis, cuius, dictique coluri sit *aec* communis sectio. Sit *gkh* ecliptica, qua aequinoctialem secet in *k*. Sitque *k* principium Arietis[1060] et *gh* zodiaci, et coluri *abcd* sit[1061] sectio communis. Sint *l m* poli zodiaci. Sit stella punctum[1062] *n*, et per *n*, perque polos zodiaci circulus ducatur *lnm*, qui eclipticam[1063] secet[1064] in *o*. Erit *ko* stellae longitudo data. Et *on* eius latitudo data. Si itaque per polos mundi *b d*, et per *n* circulus ducatur *bnd* aequinoctialem secans in *f*. Manifestum est *kf* rectam esse ascensionem stellae in *n* constitutae. Ducatur igitur per *n* planum zodiaco aequidistantem, quod in sphera circulum faciat *pnq*, quod quidem ad planum *abcd* erit erectum; sitque linea[1065] *pq* ipsius, et *abcd* communis sectio; [[16 undecimi]] erit *pq* ipsi *gh* aequidistans. Quoniam enim *lno lqh* sunt [maximarum] circulorum quartae, et *pnq* est ipsi *goh* aequidistans, [[secundi *sphericorum* Theodosii]] *hq* aequalis *on*. Ergo data est *hq*, quae latitudini stellae est aequalis. Et ob eandem causam [[secundi *sphericorum* Theodosii]] *qu* similis erit *ho*[1066]. Dividatur circumferentia[1067] *pnq* bifariam in puncto *u*. Erit utique quarta *q* similis quartae *kh*. Ac propterea circumferentia *un* similis erit

[1060]*post* Arietis *del.* erit [*ak*] aequalis *kc M*
[1061]sit *in interl. M*
[1062]punctum *in interl. M*
[1063]eclipticam *in interl. M*
[1064]*ante* secet *del.* zodiacum *M*
[1065]linea *in interl. M*
[1066]*post ho del.* est autem *ko* data, et *koh* quarta circuli. Data, ergo *ho* complementum ipsius *ko* data erit. Quare quando data erit. Hoc est, quae gradus [continet] *** *** circuli *hog*, [tot] quoque continet quando *** circuli *qnpo M*
[1067]Dividatur circumferentia ~ dati*:* *signo posito in marg. M*

circumferentiae *ko*. Ergo data est, quippe quae[1068] tot numero[1069] continet gradus. Quot sit ipius stellae longitudine[1070] dati. Ducatur deinde a puncto *n* ad planum *abcd* perpendicularis *nr*, quae [[38 undecimi]] in *pq* cadet, et ab hoc puncto *r* ad aequinoctialis planum *afc* perpendicularis ducatur *rs*, quae in *ac* cadet. Et a puncto *s* ad *ac* in aequinoctialis plano perpendicularis ducatur *st*, [[6 undecimi]] erit *st* plano *abcd* perpendicularis. [[6 undecimi]] quare *st* aequidistans erit *nr*. Fiat itaque *st* aequalis *nr*. Iunctaque *nt*, [[33 primi]] erit *nt* aequidistans *rs*, ac propterea [*nt*] [[8 undecimi]] aequinoctialis plano perpendicularis existet. Iandem connectatur *ef*, quae aequinoctialis, et circuli *bnfd* est communis sectio. Quoniam igitur *nt* est aequinoctialis plano perpendicularis, [[38 undecimi]] cadet *nt* in *ef*. Linea ergo *ef* per punctum *t* transit.

[104] |

Operatio

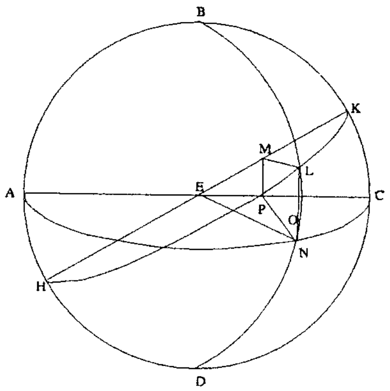


Sit circulus *aqcg*, qui primum accipiatur per solstitiorum coluro, cuius sit centrum *e*. Sit *aec* aequinoctialis diameter, *geh* eclipticae. Fiat *hq* stellae latitudini ab ecliptica[1071] aequalis, et a puncto *q* ipsi *hg* aequidistans ducatur *qp*. Et diametro *pq* circulus describatur *puq*[1072]. Sitque *pu*[1073] aequalis *uq*.

1068 *post* quae *del.* longitudinis stellae est aequalis hoc est, aequales *M*
1069 tot numero *in interl. M*
1070 *ante* longitudine *del.* et *M*
1071 ab ecliptica *signo posito in marg. M*
1072 *post puq del.* deinde fiat *qu* complemento longitudinis stellae similis *M*
1073 Sitque *pu* ∼ *un*: *signo posito in marg. M*

Et quot longitudine sunt[1074] gradus[1075] ipsius stellae, tot fiant ipsius circuli *un*. Et a puncto *n* ad *pq* perpendicularis ducatur *nr*. Erit punctum *r*, ubi perpendicularis a stella ad solstitiorum colurum cadit, et a puncto *r* ad *ac* perpendicularis ducatur *rs*. Nunc vero invento puncto *s* intelligatur circulus *akc* aequinoctialis, et sit *kc* quarta circuli. Intelligaturque *k* Arietis principium. Deinde a puncto *s* ipsi *ac* perpendicularis ducatur *st* fiatque *st* aequalis *nr*[1076]. Erit punctum *t*, ubi cadit perpendicularis a stella in planum aequinoctialis. Ducatur[1077] itaque *etf*. Circumferentia *kf* rectam ostendet stella oblatae ascensionem. Quod invenire oportebat[1078].

| Aliter invenire, quod in (101) propositum est. [105]



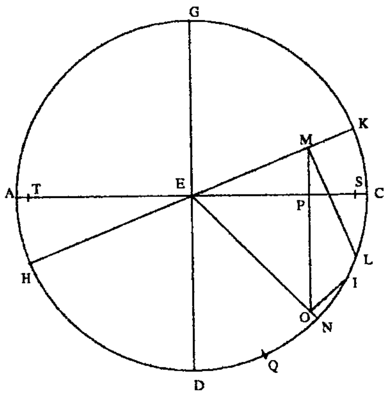
Eadem exponatur[1079]. Sit scilicet[1080] *abcd* solstitiorum colurus, *afc* aequinoctialis, cuius diameter *ac*. Sit *hfk* ecliptica, cuius diameter *hk*. Sitque *f* principium Ariets *k* vero principium cancri. Summatur punctum *l*, circulusque ducatur *blnd*, cuius et aequinoctialis sit *en* communis sectio. Iam constat circumferentiam[1081] *fn* circumferentiae *fl* rectam esse ascensionem.

[1074] longitudine sunt *in interl. M*
[1075] *post* gradus *del.* sunt *M*
[1076] fiatque *st* aequalis *nr in interl. M*
[1077] *ante* Ducatur *del.* fiatque *st* aequalis *nr M*
[1078] Quod invenire oportebat *signo posito in marg. M*
[1079] *post* exponatur *del.* primum quidem *kl* complementum puncti eclipticae dati, datum est *M*
[1080] Sit scilicet ~ ascensionem: *signo posito in marg. M*
[1081] *ante* circumferentiam *del. aliquot literas M*

Ducatur itaque[1082] a puncto l ad planum $abcd$ perpendicularis lm, quae [[38 undecimi]] in hk cadet, deinde a puncto m ad ac perpendicularis ducatur mp, et a puncto p in plano aequinoctialis ad ac perpendicularis ducatur po, fiatque po aequalis ml. Erit (ut saepius dictum est) po aequalis, et aequidistans ipsi[1083] lm; ac proptera[1084] iuncta[1085] lo, erit aequinoctialis[1086] plano perpendicularis. Quae quidem in en cadet ergo punctum o in linea en existit[1087] et fn rectam[1088] circumferentiae fl[1089] ascensionem ostendet.

[106] |

Operatio



Sit primum circulus $akch$ ecliptica[1090], cuius diameter hk, sitque k cancri principium[1091]. hk circuli quarta[1092] intelligaturque punctum q Arietis principium summaturque in quarta qk circumferentia sitque ql[1093], cuius

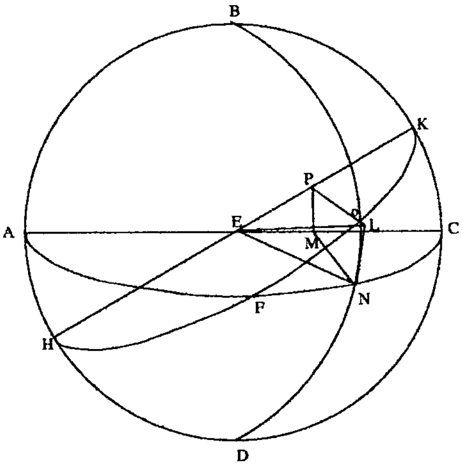
[1082]itaque *in interl. M*
[1083]ipsi *signo posito in marg. M*
[1084]ac proptera *in interl. M*
[1085]iuncta *ex* iunctaque *M*
[1086]*ante* aequinoctialis *del.* *f* *M*
[1087]existit *in interl.* *ex* Ducatur itaque *en*, transibit haec per punctum *o* *M*
[1088]*post* rectam *del.* puncti *l*, secet *M*
[1089] circumferentiae *fl in marg. M*
[1090]ecliptica *in interl.* *ex* Zodiacus *M*
[1091]*post* principium *del.* Fiatque *kl* complementum puncti *l* ab Ariete *M*
[1092]*hk* circuli quarta ~ ascensionem: *in marg. M* *post* ascensionem *del.* a cancro distans circumferentia *kl* quae minor sit quadrante *M*
[1093]*ante ql del.* *aliquot verba M*

oporteat rectam invenire ascensionem. Et a puncto l ad hk perpendicularis ducatur lm. Deinde intelligatur circulus solstitiorum colurus, in quo sit ac aequinoctialis diameter, et hk eclipticae diameter maneat. A punctoque m ducatur ad ac perpendicularis mp. Nunc itaque invento puncto p, intelligatur afc aequinoctialis, et cf sit circuli quarta, punctum vero[1094] f[1095] Arietis principium, et a puncto p ipsi ac perpendicularis ducatur po. Quae fiat aequalis lm. Ducta[1096] igitur eon circumferentia fn rectam ostendet circumferentiae ql[1097] ascensionem[1098].

Ascensiones[1099] rectas[1100] tantum in primo quadrante invenire docuerimus[1101], quia vero ab ariete quadrantes omnes aequalem habent ascensionem. Si igitur data sit a puncto f ab[1102] Arietis nimirum principio circumferentia fb quae maior sit fc, cuius oporteat rectam invenire ascensionem. Inveniatur ex dictis circumferentiae gb recta ascensio gd, circumferentia[1103] fcd circumferentiae fcb rectam ostendet ascensionem. Si vero data sit circumferentia fgr. Inveniatur ipsius gr ascensio recta gp, erit fgp ascensio recta circumferentiae fgr. Data autem sit circumferentia fan inveniatur circumferentiae fn recta ascensio fx. Et[1104] circumferentia[1105] fax circumferentiae fan ascensio recta existet.

[1094] punctum vero *in interl. M*
[1095] *ante f del. aliquot literas M*
[1096] *ante* Ducta *del.* Erit punctum o, ubi cadit perpendicularis a dato zodiaci puncto in planum aequinoctialis *M*
[1097] circumferentiae ql *in interl. M*
[1098] *ante* ascensionem *del.* dati puncti *M*
[1099] *ante* Ascensiones *del.* Corollarium *M*
[1100] rectas *in interl. M*
[1101] docuerimus *ex* docuimus *M*
[1102] ab *in interl. M*
[1103] *ante* circumferentia *del.* erit *M*
[1104] Et *in interl. M*
[1105] *ante* circumferentia *del.* erit *M*

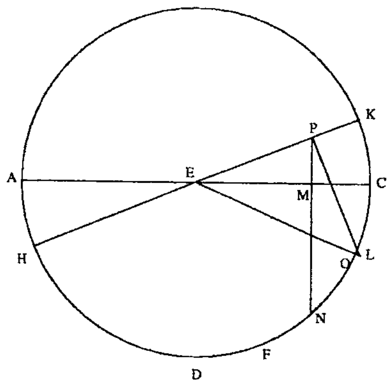
[107] | Cuilibet rectae ascensioni arcum eclipticae coascendentem invenire.



Sit ut supra *abcd* solstitiorum colurus. *b d* poli mundi. Sit *afc* aequinoctialis. *hfk* ecliptica. Sitque *f* principium Arietis, et sit *fn* ascensio recta. Ducatur[1106] per *n*, et *b d* planum, quod in sphera circulum efficiat *bnd*, qui eclipticam secet in *o*. Iam constat *fo* arcum esse eclipticae cum, *fn* coascendentem. Ducatur itaque[1107] a puncto *a* ad planum *abcd* perpendicularis *nm*, quae [[38 undecimi]] in *ac* cadet. Deinde a puncto *m* in plano *abcd* ad *ac* perpendicularis ducatur *mp*, quae *hk* secet in *p*. Rursus a puncto *p* ad idem planum *abcd* perpendicularis ducatur *pl*, erit haec in plano eclipticae, fiatque *pl* aequalis *mn*. Iunctaque *nl*, erit[1108] ipsi *mp* aequalis, et aequidistans quare *nl* aequinoctialis plano perpendicularis existet. Planum vero per *bad* transiens eidem aequinoctialis plano est perpendicularis. Ergo *nl* est in plano per *bnd* ducto. Sed et iuncta *en* est in eodem plano *bnd*. [[2 undecimi]] iuncta igitur *el*, erit in plano *bnd* siquidem omne triangulum in uno existit plano[1109] quoniam autem *op pl* sunt in eclipticae plano *hok*. [[2 undecimi]] erit quoque *el* in eodem eclipticae plano. Ergo *el* est et in plano *bond*, et *hok*, et ob id ipsorum est communis sectio. Ac propterea linea *el* per punctum *o* transit.

[1106] *ante* Ducatur *del.* *nc* eius complementum datum *M*
[1107] itaque *in interl.* *M*
[1108] *ante* erit *del.* *nl* *M*
[1109] siquidem omne triangulum in uno existit plano *in interl.* *M*

| Operatio [108]

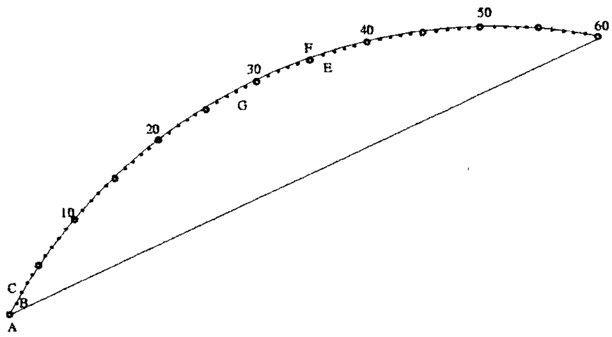


Sit circulus *acng*, cuius centrum *e*, et diameter *ac*, qui primum accipiatur per aequinoctiali. Sit[1110] *cg* quarta circuli, et sit *gn* ascensio recta data, cui oportet eclipticae arcum coascendentem invenire. Ducatur a puncto *n* ad *ac* perpendicularis *nm*. Deinde intelligatur circulus solstitiorum colurus in quo sit *ac* aequinoctialis diameter, et *hk* eclipticae. Et a puncto *m* rursus ad *ac* perpendicularis ducatur *mp*, quae *hk* secet in *p*. Iandem invento puncto *p* intelligatur circulus ecliptica. Sitque *kf* quarta circuli punctumque *f*[1111] Arietis principium[1112]. Ducatur[1113] a puncto *p* ad *hk* perpendicularis *pl*, quae fiat aequalis *mn*. Iungaturque *el*, quae circulum secet in *o*. Erit *fo* eclipticae arcus, qui cum recta ascensione data *gn* simul ascendit.

| *Bisogna accomodar che ab sia minor della metà di ac et accomodar tutta la figura cioè far li gradi come s'usa con tre circuli* [109]

Datae circuli portionis uno gradu minoris, minuta, secunda, tertia et caetera invenire.

[1110] *ante* Sit *del.* Sit *nc* complementum ascensionis rectae, hoc est *M*
[1111] *ante f del. k* cancri principium, et *M*
[1112] principium *in interl. M*
[1113] Ducatur *ex* Ducaturque *M*



Sit portio circuli *ab*, quae integro gradu *ac* sit minor. Summatur portio circuli *ad* quae 60 contineat gradus integros. Erit *ac* sexagesima pars ipsius *ad*. Secetur deinde ex *ad* portio *ae*, cuius *ab* sit sexagesima pars. Quod fiet si circumferentiam *ab* super circumferentia *ad*[1114] usque ad sexaginta multiplicaverimus. Quoniam enim ita est *ab* ad *ae*, ut *ac* ad *ad*, erit permutando *ab* ad *ac*, ut *ae* ad *ad*[1115]. Ergo quot[1116]Quot ergo partes continet *ae* ipsius *ad*, tot continebit *ab* ipsius *ac*. Unusquisque autem gradus in 60 dividitur partes, quae minuta vocantur. Quot igitur gradus ostendit *ae*, tot erunt minuta ipsius *ab*. Quod si *ae* ad unguem integros non ostendit gradus, sed aliqua supererit pars, ut *fe*. Rursus secundum quantitatem *fe*, incipiendo ab *a*, multiplicetur *fe* super circumferentiam usque ad 60, sitque *ag*. Tunc quot gradus ostendet *ag*, tot erunt ipsius *fe* secunda. Nam ita se habent secunda ad minutum, ut minuta ad gradum, et gradus ad circumferentiam *ad*[1117], ac propterea, si accipiamus *ae* loco minutorum, erit[1118] *fe* secundorum vice. Unde colligitur, circumferentiam *ab* tot esse minuta, quot sunt gradus in circumferentia[1119] *ae* contenti, ut *af*[1120] totque secunda, quot sunt gradus *ag*. Quod si *ag* quoque[1121] ad [ammissim?] gradus non ostedet, summatur similiter[1122] quod superest. Exordiendoque ab *a* per 60 super circumferen-

---

[1114] super circumferentia *ad in interl. M*

[1115] *ad post corr. M*

[1116] Ergo quot *post corr. M*

[1117] *post ad del.* quae est 60 gradus *M*

[1118] *post* erit *del. aliquot verba in inter. M*

[1119] in circumferentia *in interl. M*

[1120] contenti, ut *af in interl. M*

[1121] quoque *in interl. M*

[1122] similiter *in interl. M*

tiam multiplicetur. Gradusque ob eandem causam[1123] tertia ostendent. Et ita in reliquis. Et quarta, et quinta, et millesima inveniemus, donec, vel ad integrum pervenerimus gradum, vel in infinitum abibit operatio. Quod facere oportebat. Unde constat[1124] omnibus circumferentiis tam astrolabiorum, quam aliorum maxime describere, cum possimus cuiuscumque oblatae circumferentiae gradus[1125] et minuta [secunda] tertia et caetera invenire. Propter operationem autem est primo advertendum quamvis hoc non imperat necessitatem, sed commoditatem tantum[1126] quod circumferentia non minor uno [pede] diametri constituenda est, ut[1127] operatio sub [sensibiliori] quantitate pervenire[1128] possit[1129]. Deinde, et hoc est maxime notandum, si *ab*, cuius minuta quaerimus.

| Manifestum est[1130], quam dimidia *ac*, tunc accipiatur *cb* exordiendoque [110]
a puncto *a*, multiplicetur *co* super circumferentia *da* usque ad 60 sitque *de*, tunc quot gradus ostendet et reliqua erit[1131] *ae* tot erunt ipsius *ab* minuta. Nam cum sit *ac* ad *ad*, ut *cb* ad *de*, erit et *ab* ad *ae* ut *ac* ad *ad*. Erit igitur *ae* ipsius *db* multiplex sexagenaria[1132] et hoc fit ut nunquam moltiplicetur minor, quam dimidia, pars, unius gradus siquidem quae ad actum operationis producuntur facilius quae sub aliqua quantitate connectantur, quam quae sub minima vel modica.

Circinus vero ille Fabricius Mordentis Neapolitani cursoribus constructus rectibus quidem lineis valde accomodus est, atque utilis. Non tamen circulorum circumferentiis, ut ipsemet aliquando fateri ausus est, ita praecipue, ut circino ipso, et minuta, et secunda et caetera ut supra inventa sunt,

---

[1123]ob eandem causam *in interl. M*

[1124]Unde constat ~ quaerimus: *signo posito in marg. M* Unde constat operationem hanc *in interl.* *ex* Et haec operatio *M*

[1125]gradus *in interl. M*

[1126]quamvis hoc non imperat necessitatem, sed commoditatem tantum *signo posito in marg. M*

[1127]*ante* ut *del.* deinde *M*

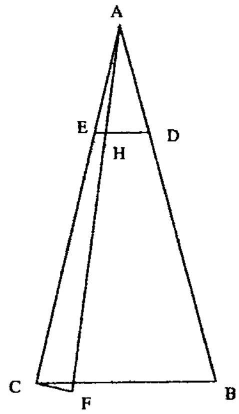
[1128]pervenire *ex* perveniat *M*

[1129]possit *in interl. M*

[1130] Manifestum est ~ modica: *signo posito in marg. M*

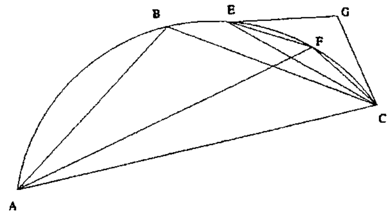
[1131]quot gradus ostendet et reliqua erit *in interl. M*

[1132]Erit igitur *ae* ipsius *db* multiplex sexagenaria *in interl. M* inveniri possint.



Sit enim circinus *abc*, cursores habens utcumque in *de*, aequaliter a centro *a* distantes. Comprehendatque circinus secundum extremitates rectam lineam *bc*, cursores vero rectam comprehendant *de*. Cum enim sint *ab ac* aequales, et *ad ae* similiter aequales; erit *ca* ad *ae*, ut *ba* ad *ad*. [[2 sexti]] aequidistans igitur est *de* ipsi *bc*. Ac propeterea [[4 sexti]] erit *ac* ad *ae*, ut *bc* ad *de*. Deinde circinus alium comprehendat angulum, ut *fac*, nec non seçundum extremitates rectam accipiat lineam *fc*. Et cursores rectam *be*. Et quoniam ob eandem causam *be* est ipsi *fe* aequidistans, erit *ca* ad *ae*, ut *fc* ad *he*. Ergo [[11 quinti]] ut *bc* ad *de*, ita est *fc* ad *he*[1133]. Ac ita in reliquis, circino ita disposito, semper ostendetur, lineam ab extremitatibus comprehensam, ad lineam cursoribus comprehensam ita esse, ut *bc* ad *de*.

[111] |



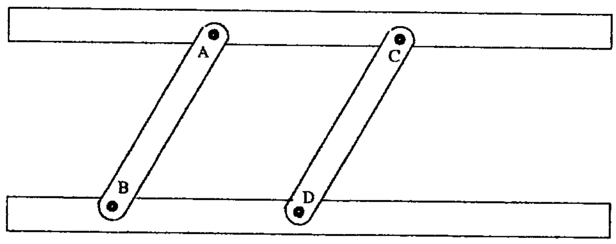
Sit autem circumferentiae quaelibet portio *abc*. Summatur ex hoc portione, alia quaevis portio *ec*. Dividatur *abc* bifariam in *b*. Similiter *ec* bifariam in *f*. Apteturque circinus, ita ut extremitatibus circumferentiam accipiat

[1133] *post he del.* Permutandoque, ut *bc* ad *cf*, ita est *de* ad *eh* *M* *ac*, cursoribus vero accipiat circumferentiam *ec*. Dico, circino ita disposito, si deinde circinus extrmitatibus circumferentiam accipiat *bc*, cursores maiorem, quam *cf* accipere. Connectantur *ab af ac bc ec ef fc*. [[29 sexti]] erunt lineae *ab bc* interse aequales, et *ef fc* similiter aequales[1134]. Quoniam enim [[21 tertii]] angulus *afc* aequalis est angulo *abc*. Erit angulus *efc* maior angulo *abc*. Ergo reliqui *fec fce* simul sumpti reliquis *bac bca* simul sumptis minores erunt. Quare, et horum dimidii, angulus scilicet *fce* minor angulo *bca*, et *fec* angulo *bac*; sunt enim triangula *abc efc* aequicrura[1135]. Fiat itaque super *ec* angulus *ecg* aequalis angulo *acb*, et angulus *ceg* angulo *cab* aequalis. [[6 primi]] erit *cg* aequalis *eg*, et angulus *egc* angulo *abc* aequalis, ut [[4 sexti]] igitur *ac* ad *cb*, ita *ec* ad *cg*. Atque [[21 primi]] duae *eg gc* duabus *ef fc* sunt maiores, ergo et horum dimidiae, linea scilicet *cg* maior est ipsa *cf*. Sed quoniam quando suis circinus extremitatibus rectam accipit *ac*, cursoribus autem rectam accipiat *ec*, ut evenit circino, ut supra positum est, disposito. Extremitatibus deinde accipiat *bc*, tunc cursoribus *cg* accipiet. Ex ante dictis, quae cum sit maior *cf*, maiorem quoque circumferentiam subtendet. Cursores igitur maiorem comprehendent circumferentiam, quam sit *cf* quod demonstrare oportebat.

Corollarium

Unde sequitur si cursores circumferentiam accipiant *cf*, circini extremitates minorem, quam *bc* circumferentiam accipere.

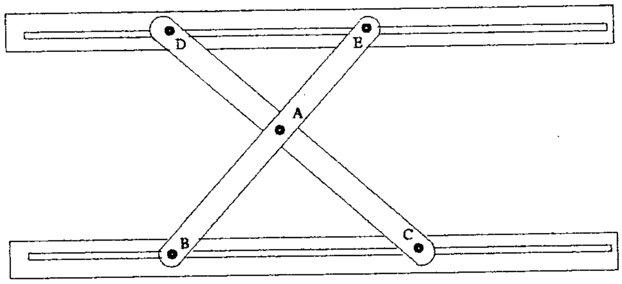
| Per far linee parallele [112]



[1134] [[29 sexti]] erunt lineae *ab bc* interse aequales, et *ef fc* similiter aequales *in interl. M*

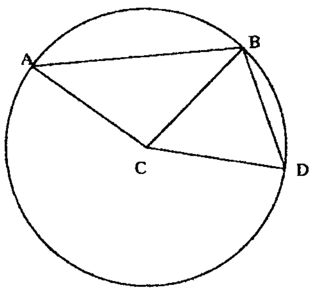
[1135] *post* aequicrura *del.* cum lineae *ab bc* sint intersese aequales, et lineae *ef fc* similiter aequales *M*

Nella prima bisogna che siano eguali *ab cd*, et *ac bd*. Et li punti *ab cd* sono fissi et lasciano girar le righe.



Nella seconda bisogna che siano eguali *ab ac*, et *ad ae*. Et il punto *a* sta fisso e lascia girar le righe, et li punti *bc de* camminano per canale.

Quod propositum fuit pagina 45, 46 contra Orontius universalius hoc modo ostendemus.

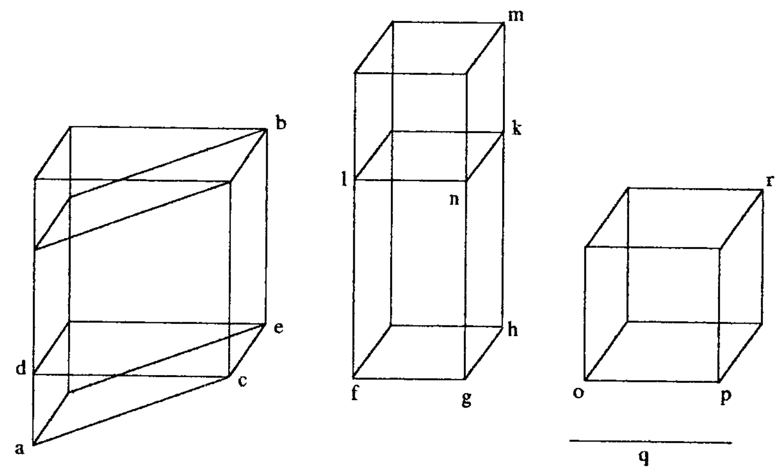


Sit triangulum aequicrure *abc*, itidemque *bcd* aequicrure, sintque latera *ca cb cd* aequalia. Dico angulum *acb* ad angulum *bcd* non habere eandem proportionem quam[1136] habet basis *ab* ad basim *bd*. Quoniam enim latera triangulorum sunt aequalia. Describatur circa centrum *c* circulus *abd*. Et quoniam (ut a multis ostensum est, qui sinus pertractant, praecipue vero a Maurizio Bressio propositione 7ª secundi libri *metrices astronomicae*. Deinde a Christoforo Clavio in suis *sphaericis libro de sinubus* propositione 10ª) maiorem habet proportionem circumferentia *ab* ad circumferentiam *bd*, quam recta *ab* ad rectam *bd*. Ut vero circumferentia *ab*, ad circumferentiam *bd* ita [[33 sexti]] se habet angulus *acb* ad angulum *bcd*. Maiorem igitur proportionem habet angulus *acb* ad angulum *bcd*, quam basis *ab* ad basim *bd*.

[1136] quam *post corr. M*

Quod demonstrare oportebat. Eandem tamen proportionem habere deberet angulus ad angulum, quam basis ad basim secundum Orontium.

| Dato solido parallelepipedo, aequalem ei cubum constituere. [113]

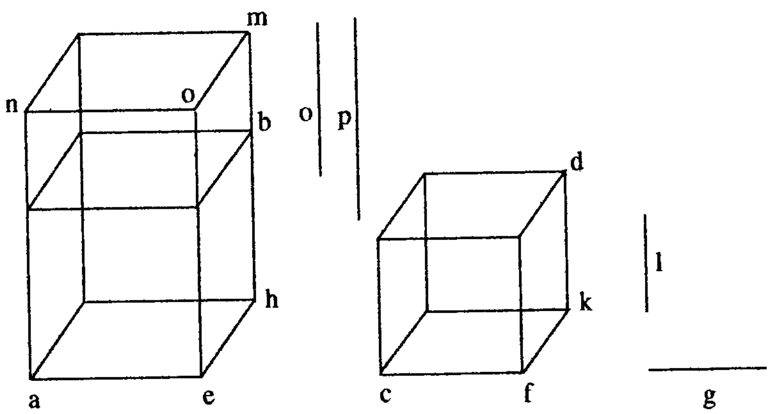


Sit solidum parallelepipedum *ab*, cui oportet aequalem cubum constituere. Primum quidem vel *ab* est rectangulum, vel non. Si non[1137] fiat super eadem basi *bc* et sub eadem altitudine solidum rectangulum *bd*, [[29 vel 30 undecimi]], erit *bd* aequale[1138] *ab*. Eruntque *bc de* parallelogramma, quae quidem vel quadrata erunt, vel[1139] non, vel alterum tantum. Neutrum autem sit quadratum, idcirco inter *dc ce* media inveniatur proportionalis fg, super qua constituatur quadratum fh quod quidem [[17 sexti[1140]]] ipsi *de* aequale[1141] erit. Deinde compleatur solidum fk, cuius altitudo *hk* sit altitudini *eb* aequalis, quoniam enim[1142] solida *db* fk in aequalibus sunt basibus *de* fh, eandemque habent altitudinem, [[31 undecimi]][1143] erit solidum fk solido *db* aequale, ac propterea fk ipsi *ab* est quoque aequale. Praeterea super basi kl, quae est quadratum, cubus constituatur lm, deinde inter mk kh binae

[1137]Si non *in interl. M*
[1138]aequale *post corr. M*
[1139]vel *in interl. M*
[1140]sexti *conieci* tertii *M*
[1141]aequale *ex* aequalis *M*
[1142]quoniam enim *in interl. ex* quare *M*
[1143][[31 undecimi]] *si trova scritto, e quindi cancellato, anche in corrispondenza della riga precedente*

inveniatur mediae proportionales, *op*, *q*. Sitque *mk* ad *op*, ita *op* ad *q*, et *q* ad *kh*. Iamdemque cubus constituatur *or*, cuius latus sit *op*. Dico cubum *or* solido *ab* aequalem esse. Quoniam enim solidum[1144] *ml* solidumque *lh* sub eadem sunt altitudine *nl*, [[32 undecimi]] erit *lm* ad *lh*, ut basis *mn* ad basim *nh*, ut autem basis *mn* ad *nh* [[1 sexti]] ita est *mk* ad *kh*. Ut igitur solidum *lm* ad *lh*, ita est *mk* ad *kh*. Quoniam autem quatuor sunt lineae continue[1145] proportionales *mk*, *op*, *q*, *kh*, et cubus *lm* ad cubus *or*, [[33 undecimi]] in tripla est proportione *mk* ad *op* cubus ergo *lm* ad *or* est, ut
11 quinti *mk* ad *kh*. Quare ita est *lm* ad *lh*, ut *lm* ad *or* ergo cubus *or* est *lh* aequalis, ac per consequens est quoque ipsi *ab* aequalis. Quod invenire oportebat.

[114] | Duobus datis cubis simul sumptis aequalem cubum constituere.

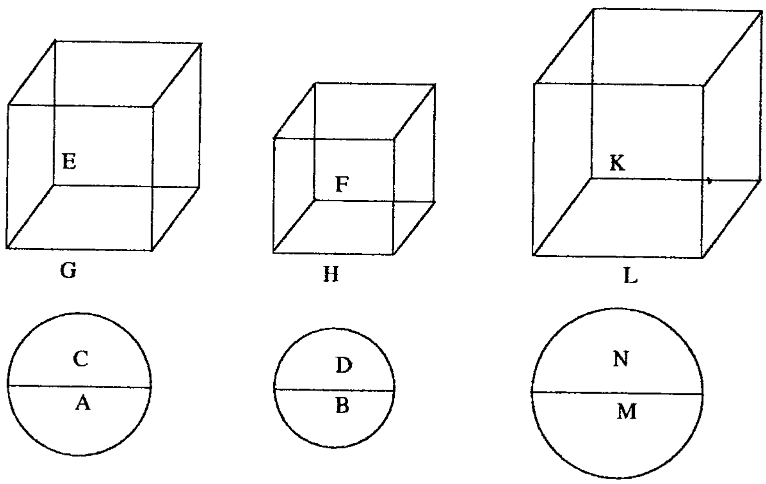


Sint dati cubi *ab cd*, quibus simul sumptis oportet aequalem cubum invenire. Tertia inveniatur ipsis lateribus proportionalis, ut scilicet sit[1146] *ae* ad *cf*, ita *cf* ad *g*, cum[1147] enim *ah ck* sint quadrata, [[cor. 20 sexti]] erit *ah* ad *ck*, ut *ae* ad *g*, deinde ut[1148] latus cubi *ab* ad *g*, ita fiat latus cubi *cd* ad aliam, quae sit *l*, ita nimirum, ut *ae* ad *g*, ita sit *dk* ad *l* vel quod idem est permutando ut *ae* ad *cf* hoc est ad *dk* ita *g* ad *l*[1149]. Producaturque *hb*,

[1144] solidum *in interl. ex* cubum *M*
[1145] continue *in interl. M*
[1146] sit *in interl. post corr. M*
[1147] cum *post corr. M*
[1148] *post* ut *del.* [ubi] *M*
[1149] vel quod idem est permutando ut *ae* ad *cf* hoc est ad *dk* ita *g* ad *l in interl. M*

fiatque *bm* ipsi *l* aequalis. Solidumque compleaturque *bn*. Cum itaque *mn* sit quadratum aequale ipsi *ah*, erit *mn* ad *ck*, ut latus quadrati *mn*, hoc est *no* ad *g*. Ergo ut *mn* ad *ck*, ita est *kd* ad *bm*, solidorum igitur *cd bn* bases ex contraria parte altitudinibus respondent, [[29 undecimi]] quare *cd* est ipsi *bn* aequale. Si igitur solido *am* cubus inveniatur aequalis, erit utique hic ipsis *ab cd* simul sumptis aequalis. Quod fiet ex antecedenti[1150] si inter *bh hm* binae inveniantur mediae proportionales, vel ut sit[1151] *hb* ad *o*, ita *o* ad *p*, et *p* ad *hm*. Cubusque constituatur cuius latus sit *o* erit hic ipsi *am* aequalis, ac propterea ipsis *ab cd* simul sumptis aequalis quod facere oportebat.

| Datis duarum sphaerarum diametris, alteram sphaerae diametrum invenire, cuius sphaera[1152] datis[1153] sphaeris simul sumptis sit aequalis. [115]



Sint dati diametri *a b* duarum sphaerarum *c d*, alteram invenire oportet sphaerae diametrum, quae ipsis *c d* simul sumptis sit aequalis. Duo fiant cubi *e f* quorum latera *g h* sint ipsis *a b* aequalia, cubusque inveniatur *k*, qui ipsis *ef* simul sumptis sit aequalis. Sitque sphaera *n*, quae diametrum habeat lineam *m*, quae sit ipsi *l* aequalis. Dico sphaeram *n* ipsis *c d* simul

[1150] ex antecedenti *in marg. M*
[1151] vel ut sit *ex* vel sit *M*
[1152] cuius sphaera *in interl. M*
[1153] *ante* datis *del.* quae *M*

sumptis aequalem esse. Quoniam enim k ad e in tripla se habet proportionem [[33 undecimi]] quam l ad g. Similiter n ad c in tripla est proportione, [[18 duodecimi]] quam m ad a, et est l ad g ut m ad a, cum lm ga interse[1154] sint aequales, erit[1155] k ad e ut n ad c. Simili modo ostendetur k ad f, ut n ad d, sequitur ergo ita esse k ad e f simul, ut n ad c d simul; k vero est ipsis e f simul sumptis aequale. Sphaera igitur n sphaeris c d simul sumptis est aequalis. Diameter itaque inventa est m. Quod facere oprtebat.

Corollarium

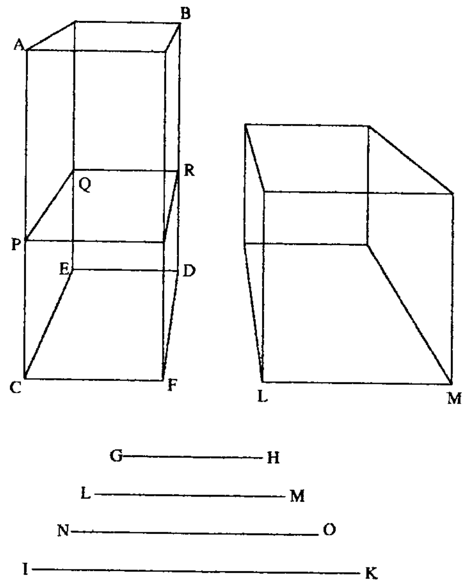
Ex his si tres sint datae sphaerae c d n, quibus[1156] simul[1157] oporteat sphaeram invenire aequalem, primum inveniatur sphaera duabus c d aequalis, deinde inventae iam[1158] sphaerae, ipsiusque n altera aequalis, erit haec tribus c d n aequalis. Et ita si quatuor, et sic [deinceps] quod idem invenietur de cubis.

<Problema I>

[115² r] | Dato prismati aequalem cubum constituere.

Datum prisma vel erit rectum, vel non rectum erit inclinatum et vel bases habebit trilateras, vel quadrilateras, vel plurilateras prisma autem rectum appello, cuius plana sunt ad subiectum planum recta; inclinatum vero cuius plana sunt inclinati.

[1154]interse *in interl. M*
[1155]*post* erit *del.* igitur *M*
[1156]quibus *ex* quas *M*
[1157]simul *in interl. M*
[1158]iam *in interl. M*



Sit primo rectum, et bases habeat quadratas, sit autem *abcd*, cuius inferior basis sit *cedf*: exponaturque recta linea *gh* aequalis lateri basis, videlicet ipsi *cf* et exponatur *ik* aequalis altitudini basi prismatis hoc est ipsi *ac*: atque inter *gh*, erit iam dictis sumantur duae mediae proportionales *lm no* ita ut sint quatuor rectae lineae proportionales in continua analogia *gh lm no ik*. Dico cubum, qui fit ex *lm* dato prismati *abcd* aequalem esse. Secetur enim datum prisma plano *pqrs* parallelo existenti eisque ex opposito planis ita ut *cp* sit aequalis ipsi *cf*. Erit igitur *cr* cubus pro definitionem sex enim quadratis aequalibus continetur atque erit ex 25 undecimi libri *Elementorum* ut basis *cq* ad basim *qa* ita cubus *cr* ad *ra* videlicet ad reliquum dati prismatis sed ex prima sexti libri *Elementorum* ut *cp* ad *pa* ita basis *cq* ad *qa* basim ergo ut *cp* ad *pa*, ita cubus *cr* ad *ra* componendoque et per conversionem rationis et convertendo ut *pc* ad *ca* ita *rc* cubus ad datum prisma *cb*. Aequalis autem est *pc* ipsi *cf* hoc ipsi expositae *gh* et ob id cubus *cr* aequalis cubo, qui fit ex *gh*, estque *ca* aequalis *ik* ut igitur *gh* ad *ik*, ita cubus ex *gh* ad datum prisma *cb*, sed ut *gh* ad *ik* ita cubus ex *gh* ad cubum qui ex *lm* per corollarium 33 undecimi *Elementorum*. Ergo per 9 quinti *Elementorum* cubus qui fit ex *lm* dato prismati *eb* est aequalis. Quod facere oportebat.

| Si vero dati prismatis basis sit vel trilatera, vel[1159] quadrilatera quidem [115² *v*]
non autem quadrata, vel plurilatera, vel etiam prisma non sit rectum primo

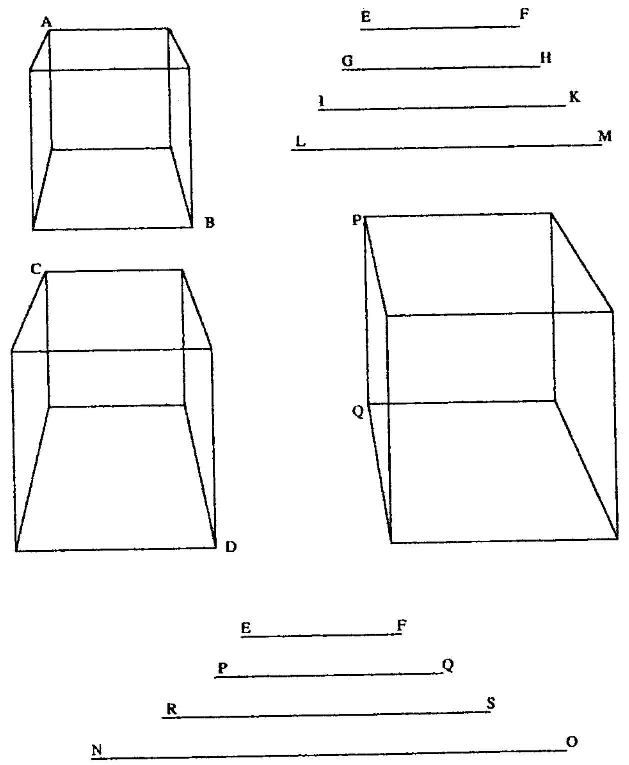
[1159] vel *in interl. M*

inveniatur ipsius basis aequales superficies quadrata. Deinde super eam statuatur prisma rectum aequali altitudinae quod dato aequale erit ex 31 undecimi cui per modum iam dictum aequalis cubus constitutus erit etiam dato prismati quomodocunque firmato aequalis. Quod facere oportebat.

Problema II

Datis duobus cubis, utrisque simul sumptis aequalem cubum constituere.

Cubi dati vel erunt aequales inter se, vel inaequales. Si aequales simul iuncta conficiant solidum parallelepipedum seu prisma cuius basis erit eadem quae alterius cubis et altitudo dupla[.] Per praemissam igitur id quod propositum est conficere poterimus.



Si vero sunt inaequales, ut *ab cd*, primum exponemus rectam lineam *ef* aequalem lateri minoris cubi videlicet *ab*, deinde aliam exponemus lateri maioris cubi *cd*, aequalem quae sit *gh*. Et [[11 e 12 sexti]] ipsis *ef gh* tertiam et quartam proportionalem inveniamus *ik lm* ut sint quatuor rectae lineae proportionales in continua analogia *ef gh ik lm*, postremo exponemus aliam rectam lineam *no* aequalem duabus extremis simul sumptis hoc est ipsis *ef lm* et inter *ef* et *no* inveniantur duae mediae proportionales *pq rs* et rursus sint aliae quatuor proportionales in continua analogia *ef pq rs no*. Dico cubum qui fit ex *pq* aequalem esse duobus datis cubis simul sumptis, quoniam enim quatuor rectae lineae proportionales sunt *ef gh ik lm*, erit per corollarium 33 undecimi ut *ef* ad *lm* ita cubus qui fit ex *ef* qui fit ex *gh* cubum et convertendo | componendoque et rursus convertendo, ut *ef* ad *ef* [115³ *r*] et *lm* hoc est ad *no*, ita cubus, qui fit ex *ef* ad utrosque cubos, videlicet ad eum qui fit ex *ef*, et eum qui ex *gh*, quiquidem sunt aequales duobus datis cubis *ab cd* et rursus per idem corollarium erit ut *ef* ad *no* ita cubus qui fit ex *ef* ad eum qui ex *pq* est igitur per 9 quinti cubus qui fit ex *pq* aequalis duobus datis cubis *ab cd* simul sumptis. Quod faciendum proponebatur.

Corollarium

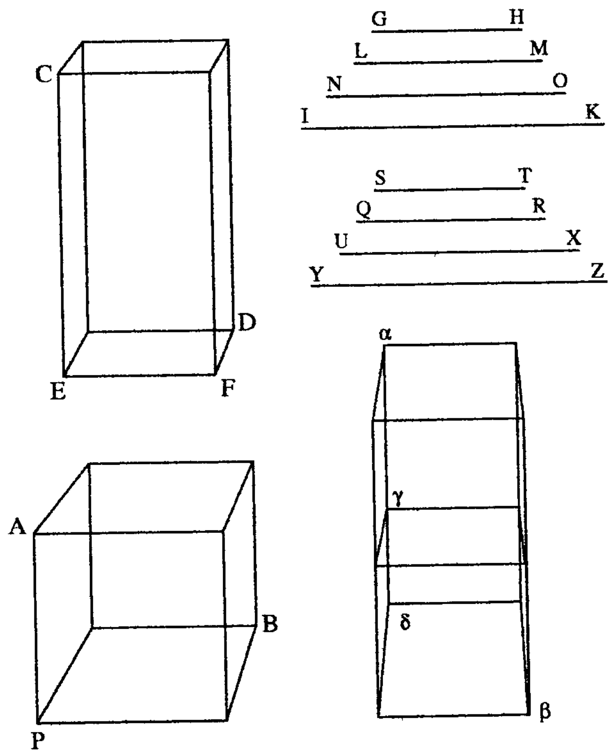
Ex iam demonstratis manifestum aparere potest, si plures quam duo cubi dentur, quomodo his ipsis aequalem cubum constituamus nam si sint quatuor cubi quibus simul iunctis aequalem cubum constituere libeat duobus primis unum aequalem inveniemus deinde huic ipsi, quo ex duobus compactus est et tertio alium efficiemus[1160] aequalem, et rursus huic qui ex tribus constat et quarto alium aequalem formabimus, et ita deindeps. Si sint plures quam quatuor non dissimili ratione duobus vel pluribus prismatibus, sive aequalibus sive[1161] inaequalibus vel etiam dissimilibus datis aequalem cubum constituemus, si [prius] singulis prismatibus aequalem cubum efficientes cubos deinde ipsos in unum omnibus aequalem coaptabimus et ita etiam duabus, aut pluribus spheris datis, tam aequalibus quam inaequalibus una sphera aequalis constitui poterit, quippe cum proportio unius ad alteram sit, eadem, quae diametri ad diametrum triplicati.

Problema III

[1160] efficiemus *in interl. M*
[1161] sive *correxi* sivae *M*

Dato cubo aequale prisma constituere dato prismati simile.

Sit datus cubus *ab*, cui oportet aequale prisma constituere et simile dato prismati *ed*[1162]. Sit ergo primum datum prisma, cui simile aliud constituendum est, rectum et basim habens quadratam *ed* et altitudinem *ce* exponaturque recta linea *gh* aequalis lateris basis videlicet ipsi *ef* et exponatur
[115^3 *v*] alia | recta linea *ik* aequalis altitudini *ce* inter quas sumantur duae mediae proportionales *lm no*, ut sint quatuor rectae[1163] lineae in continua analogia proportionales *gh lm no ik* deinde exponatur recta linea[1164] *qr* aequalis lateri ipsius dati cubi, videlicet *ap*, et fiat ut *lm* ad *gh* ita *qr* ad aliam quae sit *st* itaque duabus rectis[1165] lineis *st gr* [[11 12 sexti]] tertiam et quartam proportionalem inveniemus *ux yz* ut rursus sint aliae quatuor deinceps proportionales *st qr ux yz*, quae quidem in eadem erunt proportione, in qua quatuor iam dictae *gh lm no ik*.



[1162]*ed post corr. M*
[1163]rectae *correxi* raectae *M*
[1164]recta linea *correxi* raecta linaea *M*
[1165]rectis *correxi* raectis *M*

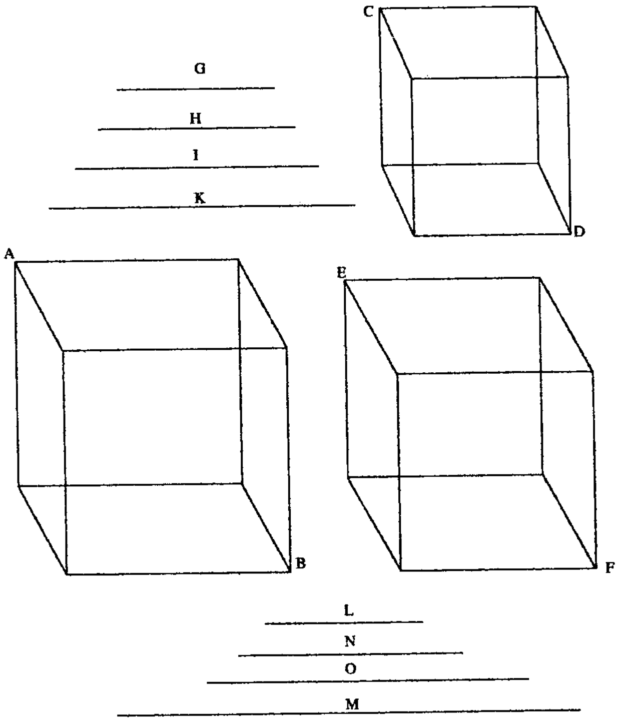
Dico prisma cuius basis sit quadratum rectae[1166] lineae *st* et altitudo *yz* hoc est prisma αβ dato cubo esse aequale ac dato prismati simile nam dato prismati simile esse patet per diffinitionem similium solidorum, cum similibus planis et multitudine aequalibus contineatur at vero rectae aequale dato cubo sic ostendemus. Resecetur a prisma ipso constituto αβ cubus γβ, eodem quo supra modo concludemus ut recta linea δ*y* ad totam δα, ita esse cubum γβ ad totum prisma βα hoc est ut *st* ad *yz*, ita esse cubus qui fit ex *st* ad totum prisma βα. Est enim δγ aequalis *st* et δα ipsi *yz*. Sed per corollarium 33 undecimi ut *st* ad *yz* ita cubus qui fit ex *st* ad eum qui fit ex *qr* cubum hoc est ad datum cubum *ab*. Ergo prisma αβ est aequale dato cubo ostensum autem est et dato prismati *ed* simile quod ipsum facere oportebat.

Si vero datum prisma cui simile aliud constituendum est non sit rectum, neque basim habeat quadratam inveniatur ipsius basi aequalis superficies quadrata cuius lateri fiat aequalis *gh* et eius altitudini aequalis *ik* inter quas duae mediae proportionales sumantur et cum omia confacta fuerunt sicuti proxime docuimus postremo quadratae basi ipsius prismatis αβ inveniatur superficies aequales et similis basi prismatis, cui simile aliud constituere propositum est, super quam ex similibus | planis prisma constitutum illud [115⁴ *r*]
ipsum erit quod quaerimus, erit enim aequale dato cubo *ab* cum sit aequale ipsi prismati αβ; et simile dato prismati quod similibus planis contineatur.

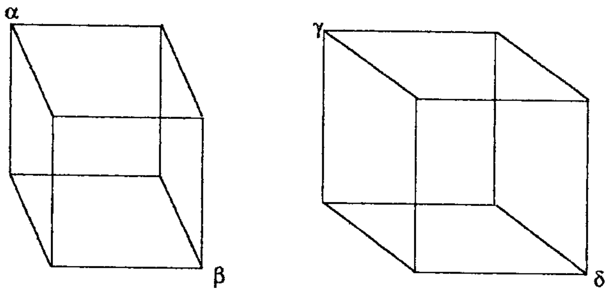
Problema IIII

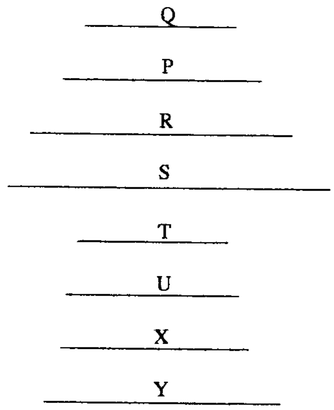
Duos cubos invenire in data proportione, qui simul sumpti aequales sint dato cubo.

[1166]rectae *correxi* raectae *M*



Sit datus cubus *ab* cui uni aequales duos cubos invenire voluimus qui,inter se sint ut duo dati cubi; vel ergo dati cubi erunt aequales inter se vel inaequales. Si aequales [in posito] altero alteri constituatur prisma per praecedens igitur dato cubo aequale prisma constituemus ipsi prismati quae ex duodus cubis compactus est simile quod quidem prisma si plano eis quae ex opposito planis parallelo in duas partes aequales secetur prodibunt duo cubi quaesiti aequales dato cubo atque in eadem proportionem duobus datis cum sint inter se aequales, si vero dati cubi sint inaequales ut *cd* *ef* exponantur duae rectae lineae g h quarum altera quidem g sit aequalis lateri minori dati cubi *cd* alteri vero h aequalis lateri maioris ef. His igitur duabus tertiam et quartam inveniamus proportionales i k ut sint quatuor rectae lineae in continua analogia proportionales g h i k deinde exponatur alia recta linea itidem aequalis lateri minoris cubi quae sit l et alia exponatur aequalis duabus extremis. Quatuor iam dictarum proportionalium simul sumptis, videlicet g et k quae sit m et inter l et m sumantur duae mediae proportionales n o ut sint quatuor deinceps proportionales l n o m.





Rursus exponatur recta linea *p* aequalis lateri dati cubi *ab* fiatque ut *n* ad *l*, ita *p* ad aliam quae sit *q* quibus quidem tertiam et quartam proportionalem inveniamus *r* et *s* atque erunt quatuor proportionales *q p r s* in eadem proportione in qua sunt *l n o m* postremo exposita recta | linea *t* aequali [115⁴ *v*] ipsi *q* fiat ut *g* ad *h* ita *t* ad aliam quae sit *u* et nisi *t u* tertiam et quartam proportionalem indagabimus *x y* eruntque quatuor proportionales *t u x y* in eadem proportione; in qua sunt aliae quatuor iam dictae *g h i k* itaque constituantur duo cubi; unus quidem ex ipsa *t* qui sit αβ, alter vero ex *u* videlicet *y*δ. Dico hos duos cubos simul sumptos aequales esse dato cubo *ab*, et in eadem proportionem in qua dati cubi *cd ef* et enim in eadem esse proportione manifestissime patet, cum sit ut *g* ad *h* ita *t* ad *u* si autem quatuor rectae lineae proportionales fuerint, et quae in ipsis solida parallelepipeda similia similiterque descripta proportionalia erunt ex 37 undecimi, ergo ut cubus *cd* qui fit ex *g* ad cubum *ef* qui fit ex *h* ita cubus αβ, qui fit ex *t* ad γδ cubum qui fit ex *u*[1167] at vero eos simul sumptos aequales esse dato cubo *ab* ita demonstrabimus; quoniam enim quatuor rectae lineae sunt

[1167] *ante u del. g M*

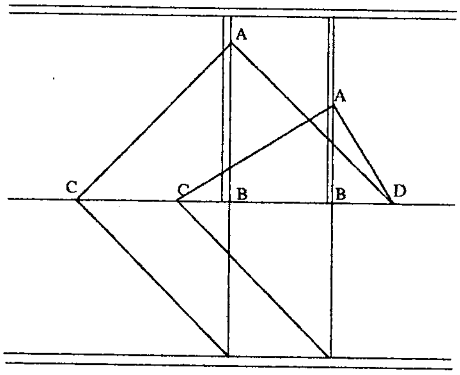
proportionales t u x y, erit per per corollarium 33 undecimi ut t ad y ita cubus qui fit ex t ad eum qui fit ex u cubum et convertendo, componendoque et rursus convertendo ut t ad t et y videlicet ad s ita cubus $\alpha\delta$ factus ex t ad duos cubos simul sumptos $\alpha\beta$ $\gamma\delta$ quoniam $\alpha\beta$, quidem fit ex t $\gamma\delta$ vero ex u et per idem corollarium ut q ad s ita cubus qui fit ex q ad eum qui ex p. Sed cum sit q aequalis ipsi t erit ut q ad s ita cubus $\alpha\beta$, qui fit ex *et*, hoc est ex q ad duos cubos simul sumptos $\alpha\beta$ $\gamma\delta$. ergo per 9 quinti duo cubi $\alpha\beta$ $\gamma\delta$ simul sumpti sunt aequales cubo qui fit ex p hoc est dato cubo *ab*. Quod facere oportebat.

Corollarium

Ex his manifestum est, sicut placeat uni cubo plures quam duo cubos aequales facere, ex aliis datis cubis proportionales quo pactu illud perficiendum sit nam si tres [volit] cubos facere qui simul sumpti sint uni cubo aequales
[115^5 *r*] et in eadem proportione, in qua tres alii dati primum ex his tribus | datis duos in unus coaptabimus deinde dato cubo per precedens aequales duos faciemus in eademmet proportione duobus datis, videlicet illi, qui ex duobus constat ex reliquo denique huic ipsi, qui ad *** illius compositi factum est duos alios formabimus, atque in eadem proportione in qua illi qui in unum primo *** erant, ex hoc pacto tres cubi erunt uni aequales qui interse eandem habebunt proportionem, quam tres alii dati, non aliter faciemus si vel quatuor vel plures, quam quatuor placeat uni aequales constituere in data aliorum proportione per hoc antea et per antecedentia accuratius intuenti patebitur via, quae uni prismati dati aliud prisma constituatur aequale, vel etiam plura, quae simul sumpta sint illi aequalia, vel similia inter se vel etiam dissimilia et inaequalia.

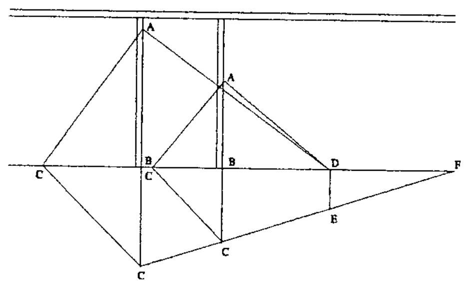
[115^5 *v*]

| Parabola



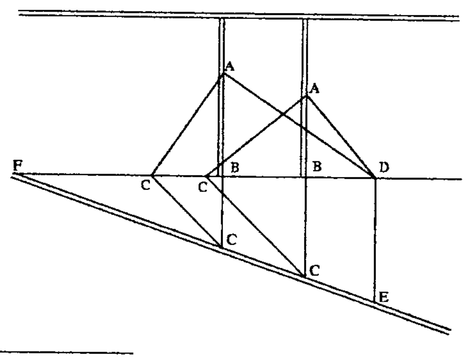
Puncta *a a* sunt in parabola. *ab* semper est[1168] media proportionali inter *bc* et *bd*, et *bc* est linea iuxta quam possunt.

Hyperbole



ab semper est media proportionalis inter *bc bd*, *de* rectum latus et *df* transversum. Et puncta *a a* sunt in hyperbola.

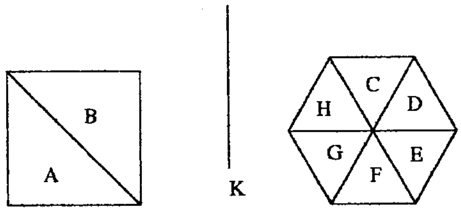
Ellipsis



[1168] *post* est *del.* perpendi *M*

ab[1169] semper est media proportionalis inter *bc bd*, et *de* est rectum latus, *df* transversum et puncta *a a* sunt in ellipsi.

[115^6 *r*] | Prima propositio



Solida rectilinea[1170] quae bases habent aequales, aequalemque altitudinem inter se sunt aequalia.

Rectilinea sint solida, quorum bases *ab cdefgh* sint aequales, solidorum autem altitudo sit[1171] *k*. Dico solida aequalia esse inter se. Dividantur solidorum bases in triangula in *ab*, et *cdefgh*[1172]. Et quoniam prisma cuius basis est *b*, et altitudo *k*, ad prisma cuius basis est *c*, et altitudo *k*, ita se habet, ut[1173] triangulum *b* ad triangulum *c*. (Per corollarium 32 undecimi)[1174] similiter prisma cuius basis est *b* et altitudo *k*, ita erit ad prisma, cuius basis est *d* et altitudo *k* ut triangulum *b* ad triangulum *d*. Et ita deinceps, ergo prisma cuius basis est *b*, altitudo[1175] *k* erit[1176] ad prismata

1169 *ab conieci ad M*

1170 rectilinea *in interl. M*

1171 altitudo sit *post corr. M*

1172 *post cdefgh del.* Et quoniam prisma cuius basis est *b*, altitudo autem *k*, ([18] undecimi) est dimidium solidi parallelepipedi cuius basis est dupla trianguli *b*, (dummodo lateris sint lateribus paralleli), altitudo autem *k*. Prisma scilicet cuius basis est *b*, et altitudo *k*, est dimidium solidi parallelepipedi, cuius basis *ba*, (dummodo *ba* sit parallelogrammum) et altitudo *k*. Similiter prisma cuius basis est *c*, et altitudo *l*, dimidium est solidi parallelepipedi cuius basis est dupla *** trianguli *c* et altitudo *k*. Hoc est prisma, cuius basis est *c* et altitudo *k* est dimidium solidi parallelepipedi cuius basis est *cl*, (dummodo *cl* sit parallelogrammum) et altitudo *k* *** ita vero solida parallelepipeda sunt, ut basis *ba* ad basim *cl* *** et horum dimidia in eadem erit erit proportione. Hoc est prisma erit cuius basis *b* altitudo *k*, erit, ut *M*

1173 *post* ut *del.* basis *M*

1174 *C'è qualcosa in interlinea che non riesco a capire (sembrerebbe ex conis) e non so dove debba essere inserito.*

1175 *post* altitudo *del. aliquot literas M*

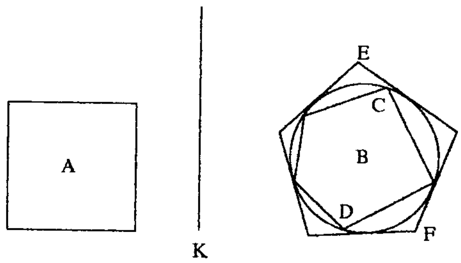
1176 erit *in interl. ex* est *M*

omnia cuius bases sunt triangula *cdefg* et altitudo *k*, ut triangulum *b* ad omnia triangula *cdefg*. Et quoniam prisma cuius basis est *a* et altitudo *k*, est ad prisma, cuius basis est *h* et altitudo *k*, ut triangulum *a* ad ipsum *h*, erit solidum cuius basis *ab* et altitudo *k*, [ut] solidum cuius basis *cdefgh* et altitudo *k*, ut basis *ab* ad basim *cdefgh*. Quia vero hae bases sunt aequales, ergo et solida interse sunt aequalia. Quod demonstrare oportebat.
Corollarium[1177]

Ostendetur si fuerint duo solida rectilinea[1178] aequealta, id quod maiorem basim habet maius esse.

| Secunda propositio [115^7 *r*]

Sit solidum, cuius rectilinea basis sit *a*, altitudo autem *k*. Sitque cylindrus cuius basis sit circulus *b*, altitudoque *k*. Dico solidum cylindro aequalem esse.



Si enim non est, alter altero maior erit. Si itaque maior est cylindrus quam solidum, ergo in cylindro poterit solidum inscribi[1179] rectilineum, [quod] eandem[1180] habeat altitudinem, aequale solido cuius basis est *a* et altitudo *k*. Sitque solidum inscriptum cuius basis *cd* et altitudo *k*. Erit utique basis rectilinea *cd* intra circulum, cum sit totum solidum rectilineum intra cylindrum. Ac propetera erit circulus maior figura *cd*, cum itaque sit basis *a* circulo aequal[is] erit *a* maior *cd*. Ac propterea solidum, cuius basis *a*, et altitudo *k* maius est solido, cuius basis *cd* et altitudo *k*. Quod fieri non potest, ponebatur[1181] enim aequalis.

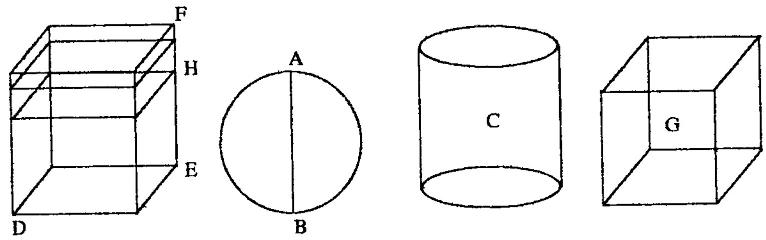
[1177] Corollarium *in marg. M*
[1178] rectilinea *in interl. M*
[1179] inscribi *ex* describi *M*
[1180] *ante* eandem *del.* sit *M*
[1181] *ante* ponebatur *del. aliquot literas M*

Si vero solidum maius est, quam cylindrus circa cylindrum describi poterit solidum, eandem[1182] altitudinem habens k cuius basis sit ef[1183]. Pari[1184] ratione ostendetur basim ef maiorem esse circulo et basi a. Quare solidum, cuius basis ef et altitudo k maior est solido cuius basis a et altitudo k. Quod esse non potest. Supponebantur enim esse interse aequalia. Solidum ergo cuius basis a et altitudo k est aequale cylindro. Quod demonstrare oportebat.

[115⁷ *v*]

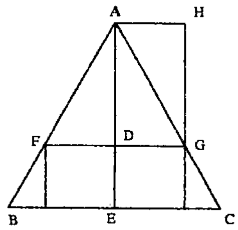
| Tertia propositio

Data[1185] sphaera quis cubus sit ipsae aequalis determinare[1186].



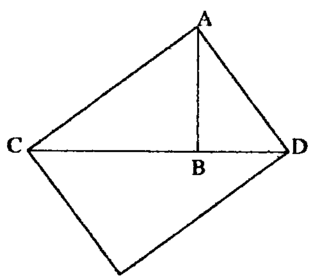
Data sit sphaera, cuius diameter *ab*, oportet[1187] ei cubum determinare aequalem[1188]. Sit[1189] cylindrus *c*, qui basim habeat circulum sphaerae maximum, altitudinem vero aequalem ipsi *ab*. Sit[1190] deinde quadratum *de*, quod sit aequale basi cylindri *c*. Erigaturque *ef* quae sit[1191] super basim *de* erecta. Quae quidem sit altitudini cylindri aequalis. Denique exponatur cubus *g* ita ut solidum *df*[1192] cubi[1193] sit[1194] sesquialterum. Vel[1195] hoc

[1182] *ante* eandem *del.* cuius *M*
[1183] cuius basis sit *ef in interl. M*
[1184] *ante* Pari *del.* [sit] *M*
[1185] Data ~ determinare: *ex* Datae sphaerae aequalem cubum constituere *M*
[1186] quis cubus sit ipsae aequalis determinare *in interl. M*
[1187] *ante* oportet *del. aliquot literas M*
[1188] determinare aequalem: consituere determinare *ex* constituere aequalem *M*
[1189] Sit *in interl. ex* Exponatur *M*
[1190] Sit *in interl. ex* Exponatur *M*
[1191] quae sit *in interl. M*
[1192] *post df del.* sit [ad] *M*
[1193] cubi *ex* cubum *M*
[1194] *ante* sit *del. aliquot literas M*
[1195] Vel ~ cubi *g* sesquialterum: *signo posito in marg. M*



Sit triangulum aequilaterum *abc*, cuius centrum gravitatis *d*, a quo ipsi *bc* aequidistans ducatur *fdg*. Dico partem *afg* minorem esse *bfgc*. Ducatur per *da* usque ad basim linea *ade*, cui per *g*[1203] aequidistans ducatur *hgk*. Compleanturque figurae *eh*, *kf*. Quoniam igitur *d*[1204] centrum[1205] est[1206] gravitatis trianguli *abc* erit[1207] *ad* dupla[1208] ipsius[1209] *de*, ergo[1210] parallelogrammum *ag* duplum est parallelogrammi[1211] *ge*. Et quia *gd df* sunt aequales, erit quoque *kf* ipsius *kd* duplum. Ergo *ag*, hoc est, *afg* ipsi *fk* est aequale. Quare *afg* minor est, quam *bfgc*. Quod oportebat demonstrare. Hoc idem sequitur in triangulo aequicrure.

[117] | Sit linea *ab* ipsi *cd* perpendicularis, similiter *da* ipsi *ca* perpendicularis. Dico angulum *bad* angulo *bca* aequalem esse.

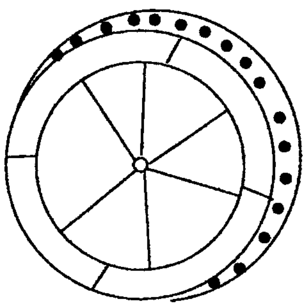


Patet hoc ex 8ª sexti in triangulo enim rectangulo *cad* ab angulo recto *a* ducta est *ab* ad *cd* perpendicularis. Unde pervenit triangulum *abd* simile

[1203] per *g in interl. M*
[1204] *d in interl. M*
[1205] *ante* centrum *del.* [ob] *M*
[1206] est *in interl. M*
[1207] trianguli *abc* erit *in interl. M*
[1208] *post* dupla *del.* est *M*
[1209] ipsius *ex* est *M*
[1210] ergo *ex* erit *M*
[1211] parallelogrammi *in interl. M*

modo. Secetur ef in h sitque ef ipsius eh sesquialtera compleaturque solidum dh, erit utique solidum df solidi dh sesquialterum. Deinde exponatur cubus g, qui sit aequalis solido dh. Erit df solidum[1196] cubi g sesquialterum. Dico cubum g datae spherae aequalem esse. Quoniam enim[1197] ex iis, quae Archimedes post 32$^{\text{am}}$ propositionem *de sphera et cylindro* collegit, cylindrus c est sesquialter datae spherae, cylindro autem c aequale est solidum df [[Hoc[1198] demonstratum est antea sed [demonstratio consideranda?]] erit igitur solidum df datae[1199] sphaerae sesquialterum, sed df est etiam sesquialterum cubi g. Ergo cubus g est datae sphaerae aequalis[1200]. Quod demonstrare oportebat.

| [116]



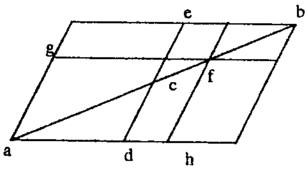
I scuri devono passar dentro gl'altri. Vogliono esser solo nella piastra di ferro, senza passar nel legno.

Figura per centrum gravitatis in duas partes secta non semper in partes[1201] dividitur[1202] aequales.

[1196] *post* solidum *del.* ad *M*
[1197] Quoniam enim *in interl. M*
[1198] Hoc ~ consideranda?: *in interl. ex* Hoc demonstrare oportet *M*
[1199] *ante* datae *del.* ipsae *M*
[1200] aequalis *ex* aequale *M*
[1201] partes *in interl. M*
[1202] *ante* dividitur *del.* aequalia *M*

triangulo *abc*, et est[1212] *cb* ad *ba*, ut *ba* ad *bd*[1213] angulus ergo *bad* angulo *bca* est aequalis, quod demonstrare oportebat.

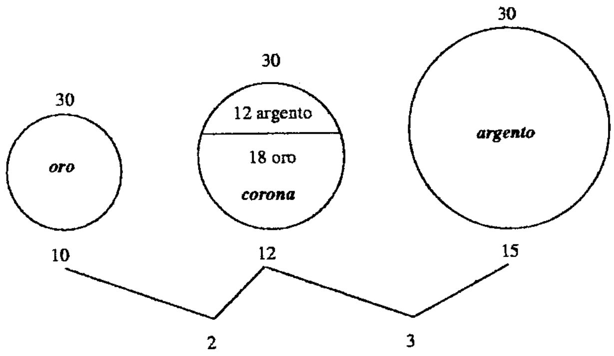
| Parallelogrammum ita[1214] dividere, ut gnomon sit reliquo [118]
aequalis, hoc est[1215], sit totius[1216] ipsius dimidium.



Sit paralelogrammum *ab*, oportet ipsum *ab* ita dividere, ut gnomon sit reliquo parallelogrammo aequalis. Dividatur *ab* parallelogrammi diameter in *c* bifariam, a quo lateribus aequidistans ducatur *dce*. Erit *db* dimidium parallelogrammi *ab*. Fiat deinde ipsi *db* aequale[1217] parallelogrammum *af*, quod 25 sexti
quidem sit simile toti *ab*. Erit ergo *af* circa dimetientem *ab*[1218] constitutum quod, cum sit aequale *db*, erit ipsius *ab* dimidium. Gnomon igitur *gbh* quod relinquitur, erit quoque dimidio[1219] ipsius *ab* aequalis. Gnomon ergo *gbh* parallelogrammo *af* est aequalis quod facere oportebat.

[1212] *post* est *del.* ut *M*
[1213] *Tutta la frase abc*, et est *cb* ad *ba*, ut *ba* ad *bd è sottolineata*
[1214] ita *in interl. M*
[1215] hoc est ~ dimidium: *diverso atramento M*
[1216] sit totius *in interl. diverso atramento M*
[1217] aequale *ex* aequalis *M*
[1218] *ab in interl. M*
[1219] *ante* dimidio *del.* ipsi *M*

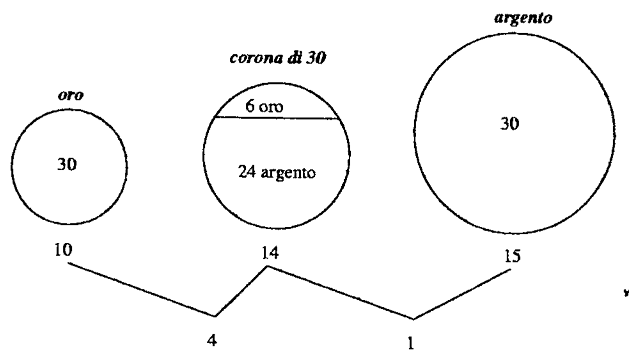
[119] | Per trovar com'Archimede ritrovò quant'oro, et argento era nella corona di Hierone re di Siracusa.



Prima sia la corona di 30 libre la qual si ponga in un vaso pien[1220] d'acqua. E quando la sarà tutta sott'acqua si misuri o[1221] pesi l'acqua, che ne sarà uscita. Che sia libre 12, poi piglisi 30 libre d'oro schietto, e nel medesimo modo mettasi nel medesimo vaso di acqua, dal quale ne eschi 10 libre d'acqua similmente facciasi con 30 libre di argento schietto[1222] e pesata l'acqua che esce, sia libre 15. Hora la differenza del 12 al 10 è 2. E quella del 12 al 15 è 3 se adunque divideremo il 30 che è il peso della corona, in modo, che una parte sia 3 e l'altra due, haveremo la proporzione. Che per ciò fare, essendo che in tutto siano cinque parti, dividasi il 30 per 5 e ne verrà 6. Si che una parte sarà 18 l'altra 12. Ma per trovar qual di queste due sia l'oro, prima dico che le 18 saranno d'oro, e le 12 d'argento ancorché [parrà] il contrario[1223] Per che essendo che l'acqua che fece uscire l'oro schietto sia 10, e quella della corona sia 12, per l'essere il 12 maggiore di 10 ne seguita che la corona sia di maggiore quantità di corpo, che non è l'oro schietto. E per che sono di trenta libre tutti due, adunque[1224] la maggioranza del corpo della corona nasce dall'argento che è in essa. E per conseguenza quel di più d'acqua che fece uscir la corona che è 2[1225], nasce dall'argento, che
[120] è nella corona. Per l'istessa ragione la quantità | dell'acqua della corona

[1220]pien *in interl. M*
[1221]misuri o *in interl. M*
[1222]schietto *in interl. M*
[1223]ancorché [parrà] il contrario *in interl. M*
[1224]adunque *in interl.* ex questo *M*
[1225]che è 2 *in interl. M*

che è 12 per essere minore del 15 che è quella dell'argento schietto, arguisce che la corona è minore di corpo che non è l'argento, e però quel di manco d'acqua che ha fatt'uscir la corona rispetto all'argento, che è 3 nasce dall'oro, che è nella corona. Dove ne seguita che le tre parti della corona bisogna attribuirle[1226] all'oro, et le due all'argento. A tal che la corona havrà 18 libre d'oro, e 12[1227] d'argento. Et a questo risponde anche la regola della proporzione de numeri. Cioè che se 30 libre[1228] d'oro schietto fa uscir 10 libre d'acqua. L'oro della corona che è 18 ne farà uscir 6 medesimamente se 30 libre d'argento, ne fa uscire 15, l'argento della corona, che è 12 ne farà uscire 6, dove si vede che le acque, che fanno uscire le parti della corona, sono apunto 12.



Il medesimo ancor aviene nel secondo esempio, che al senso par più manifesto.

Il Philandro sopra Vitruvio nel 9 libro a 3 capitolo molto confusamente insegna di trovare questo, e se ben par ch'egli metta la ragione, non è vero. Si come non la mette neanche Vitruvio.

È nondimeno difficile[1229] a venir all'atto pratico di questa esperienza, perché non troppo esattamente si possono pesar le acque, che escano di un vaso, restandone sempre attaccata al vaso, ma si potrà prima metter la corona nel vaso e pesar quest'acqua, e così far con l'oro et argento e così più esattamente si troverà quanto si desidera. Ma con la libra esattissimamente si farà come habbiamo detto a carte 233.

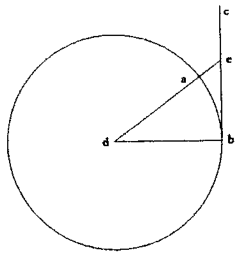
[1226]bisogna attribuirle *in interl.* *ex* saranno *M*

[1227]*ante* 12 *del.* 3 *M*

[1228]30 libre *in interl. M*

[1229]È nondimeno difficile ~ carte 233: *in marg. diverso atramento M*

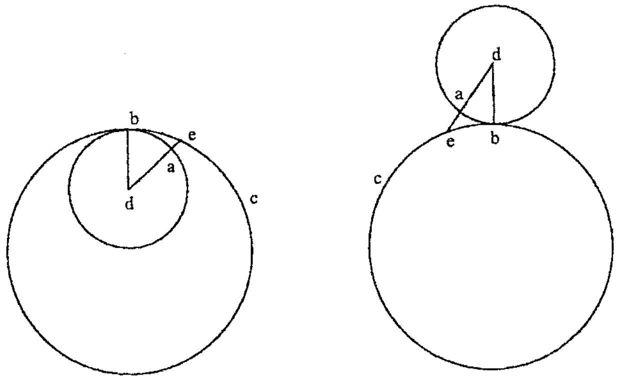
[121] | Angulum contingentiae quantitatem esse[1230] esse contra Peletarium, sic ostendetur.



Praeter ea, quae a Cristophoro Clavio in 3º *Elementorum*, et a nobis in libro *Mechanicorum* in tractatu *de libra* dicta fuere. Sit *abc* angulus contingentiae, quem quantitatem esse ostendere oportet. Ducatur a centro circuli *d* linea *dae*, quae cum *bc* conveniat, non in *b*, sed ut in *e*. Quae etiam circulum secet in *a*. Primum quidem si *abc* non est quantitas, sequitur *de* ipsi *da* aequalem esse. Etenim, cum non sit *abc* quantitas, neque *ae* quantitas existet. Eruntque puncta *a e* unum tantum punctum. Quod si duo essent puncta, duo darentur puncta, inter quae linea non cadit. Quae omnia sunt omnino absurda.
Quia vero potest ostendi *ae* quantitatem esse, ducta scilicet *bd* existenteque *dbe* angulo recto, erit *de* maior *db*, hoc est maior *da*. Erit igitur *de* divisa in *a*, eritque[1231] *ae* pars ipsius *de*. Ac propterea *ae* quantitas est. Cum non sit possibile quantitatem dividere, cuius altera pars non sit quanta. Contrarium enim pronunciare ridiculum esset, et a communissimis principiis geometriae alienissimum. Itaque si *ae* quantitas est, erit et spatium, in quo allocata est, quantitas. Est autem in *abc* sita. Ergo angulus contactus est quantitas ergo divisibilis[1232] quod ostendere oportebat.
Ratio enim haec semper concludit, etsi *de* propinquissima ipsi *db* ducta fuerit. Siquidem linea *cb* circulum non nisi in puncto *b* contingit. Et sic ratio est efficax.
Et hoc etiam si supponamus *abc* non esse quantitatem, cum sit *ae* quantitas, ut ostensum est, dabitur aliqua quantitas, ut *ae*, quae collocata erit in situ,

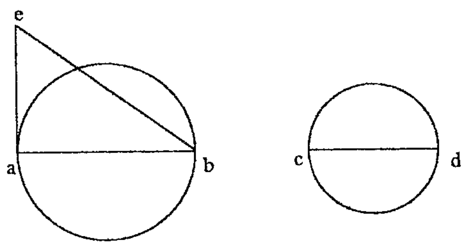
[1230]esse *conieci* non esse *ex* esse *diverso atramento M*
[1231]divisa in *a*, eritque *in interl. M*
[1232]ergo divisibilis *in interl. M*

ut *abc*, qui non erit quantitas. Hoc est erit quantum in non quanto. Quod est impossibile.



Idem sequitur in angulis curvilineis contactuum *abc* harum duarum figurarum. Ut paucis mutatis, perspicuum est.

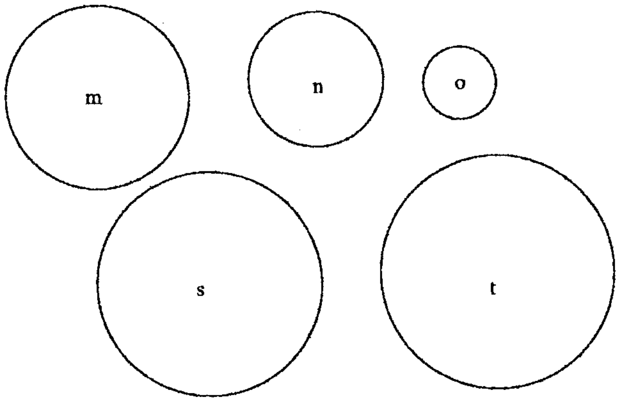
| Circulum invenire duobus inaequalibus datis aequalem. [122]



Sint dati circuli, quorum diametri *ab cd*. Ipsique *ab* perpendicularis ducatur *ae*. Sitque *ae* aequalis *cd*[1233]. Iungaturque *eb*. Quoniam enim ita se habent circuli ut diametrorum quadrata; erit quadratum ex *ab* ad quadratum ex *cd*, hoc est ex *ae*, ut circulus *ab* ad circulum[1234] *cd*. Dictis vero quadratis aequale est quadratum ex *eb* circulus ergo cuius diameter *eb* erit circulis *ab cd* simul sumptis aequalis. Quod invenire oportebat.

1233 Sitque *ae* aequalis *cd in interl. diverso atramento M*
1234 circulum *in interl. M*

Corollarium



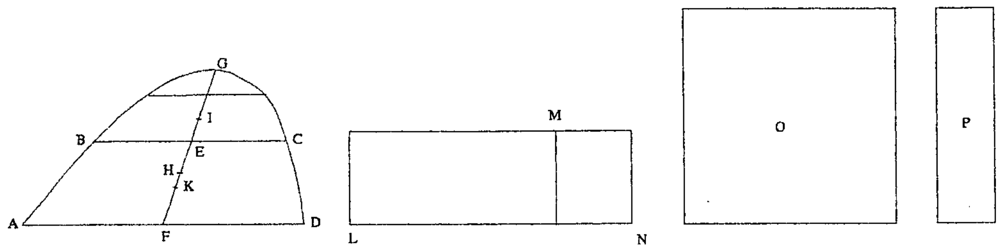
Hinc si tres fuerint dati circuli *m n o*, quibus simul sumptis aequalem circulum oporteat invenire. Primum, ut iam dictum est, duobus tantum, puta *m n* inveniatur aequalis *s*. Similiter ipsis *os* aequalis fiat circulus *t*. Erit hic tribus *m n o* simul sumptis aequalis.
Atque ita si quatuor dati fuerant. Et sic deinceps in pluribus.

[123] | Ultima[1235] propositio[1236] Federici Commandini *De centro gravitatis solidorum*, ut[1237] notavimus in ipso libro, falsa existit; hac ratione restitui poterit. Et haec demonstratio est Christophori Clavii e societate Jesu[1238].

Cuiuslibet frusti a portione parabolici conoidis abscissi, centrum gravitatis est in axe, ita ut dempta primum a quadrato diametri maioris basis tertia ipsius parte, et a reliquo demptis quoque duabus tertiis[1239] quadrati, quod fit ex diametro minoris basis: deinde a tertia parte quadrati diametri maioris basis versus dempta portionis quadam, ad quam reliquum quadrati diametri basis maioris (reliquum appello, quod [remansit] post detractionem duarum tertiarum quadrati minoris basis ex duabus tertiis quadrati basis maioris) una cum dicta portione, duplicatam proportionem habeat eius, quae est

[1235] *ante* Ultima *del.* *aliquot verba* *M*
[1236] propositio *ex* propositionis *M*
[1237] *ante* ut *del.* quae *M*
[1238] Et haec demonstratio est Christophori Clavii e societate Jesu *diverso atramento* *M*
[1239] tertiis *in interl.* *M*

quadrati diametri basis maioris ad quadratum diametri basis minoris, et rursus ab hoc eodem reliquo una cum dicta portione, sublata reliqua parte tertia quadrati diametri minoris basis, centrum erit in eo axis puncto, quo ita dividitur, ut pars, quae minorem basim attingit, ad alteram partem habeat proportionem eandem, quam habet id, quod ultimo relictum est, quando tertia pars quadrati basis minoris dempta fuit a reliquo quadrati diametri maioris basis, una cum dicta illa portione tertiae partis quadrati diametri maioris basis ad reliquam eiusdem tertiae partis portionem.



Sit frustum a portione conoidis parabolici abscissum *abcd*, cuius maior basis circulus, vel ellipsis diametri *ad*. Minor vero diametri *bc*. Et axis *ef*. Perficiatur autem tota portio conoidis *agd*, a qua dictum frustum est abscissum. Et secetur plano per axem *gf*, ut fiat [[12 Archimedis *de conoidibus et spheroidibus*]] parabole *agd*; cuius diameter *gf*. Deinde [divisis] rectis *gf*, *ge* in *h i*, ita ut *gh* ipsius *hfi* et *gi* ipsius *ie* sit dupla, erit *h* [[29 Federici Commandini *De centro gravitatis solidorum*]] centrum gravitatis portionis conoidis *agd*; et *i* portionis *bgc*. Quod si fiat, ut portio *agd* ad portionem *bgc*, ita recta *ik* ad *hk*, erit dividendo, ut frustum *abcd* ad portionem *bgc*, ita *ih* ad *hk*. Et convertendo, ut portio *bgc* ad frustum *abcd*, ita *hk* ad *hi*. Quare erit punctum *k* [[8 primi Archimedis *aequeponderantium*]] centrum gravitatis frusti *abcd*. Eritque *ik* maior, quam *ih*. Quandoquidem et portio *agd* maior est frusto *abcd*. Cumque sit *agd* ad *bgc*, ut *ik* ad *kh*[1240]. Erit per conversionem rationis, ut portio *agd* ad frustum *abcd*, ita *ik* ad *ih*, ideoque punctum *k* infra *h* cadet. Dematur a quadrato rectae *ad* pars tertia. Quae sit *lmn*, et a reliquis duabus tertiis auferantur duae tertiae quadrati rectae *bc*. Sitque reliquum spatium *o*. Deinde ex *lmn* auferatur portio *mn*, ita ut *o* una cum *mn* ad *mn* duplicatam proportionem habeat eius, quam habet

[1240] Cumque sit *agd* ad *bgc*, ut *ik* ad *kh* *signo posito in marg. M*

quadratum ad ad quadratum bc. Rursus ex o una cum mn subtrahatur tertia[1241] pars quadrati rectae bc, sitque reliquum spatium p (est enim spatium o una cum mn maius, quam tertia pars quadrati bc ut infra ostendetur).
124] Dico axem ef a k centro gravitatis | frusti $abcd$ ita dividi, ut ek ad kf eandem proportionem habeat, quam habet spatium p ultimo relictum[1242] ad lm reliquam portionem tertiae partis quadrati ad.

Quoniam enim [[20 primi *conicorum* Apollonii]] quadratum af ad quadratum be; hoc est quadratum ad ad quadratum bc, (cum haec illorum sint quadrupla) est, ut fg ad ge; erit quoque tertia pars quadrati ad ad tertiam partem quadrati bc, ut hf tertia pars fg ad ie tertiam partem ge. Et reliquae duae tertiae quadrati ad ad reliquas duas tertias quadrati bc, ut reliqua gh ad reliquam gi. Si igitur duae tertiae quadrati rectae bc ex duabus tertiis quadrati ed demantur erit dividendo reliquum spatium o ad easdem duas tertias quadrati rectae bc, ut ih ad eandem gi. Relictum enim fuit spatium o. Detractis duabus tertiis quadrati bc a duabus tertiis quadrati ad. Quia vero duae tertiae quadrati ad ad duas tertias quadrati bc sunt, ut gh ad gi; [erunt] convertendo duae tertiae quadrati bc ad duas tertias quadrati ad, ut gi ad gh. Et rursus duae tertiae quadrati ad ad[1243] tertiam eiusdem quadrati partem, nempe ad lmn, sunt, ut gh ad hf. Utrobique enim est dupla proportio. Erit ex aequali spatium o ad lmn, ut ih ad hf. Et convertendo lmn ad o ita erit, ut hf ad hi. Quoniam autem spatium o, una cum mn ponitur habere ad mn proportionem duplicatam eius, quam habet quadratum ad ad quadratum bc. Habet autem, et portio conoidis agd ad portionem conoidis bgc [[30 Federici Commandini *De centro gravitatis solidorum*]] proportionem duplicatam eiusdem proportionis quadrati ad ad quadratum bc. Et ut portio agd ad portionem bgc, ita posita est ik ad hk. Erit quoque o una cum mn ad mn, ut ik ad hk, et dividendo spatium o ad mn, ut ih ad hk.

Itaque quoniam est lmn ad o, ut hf ad ih. Et rursus ex proxime demonstratis o ad mn, ut ih ad hk; erit ex aequo lmn ad mn, ut hf ad hk. Per conversionem ergo rationis, erit quoque lmn ad lm, ut hf ad kf. Et dividendo mn ad lm, ut hk ad kf. Quoniam igitur est o una cum mn ad mn,

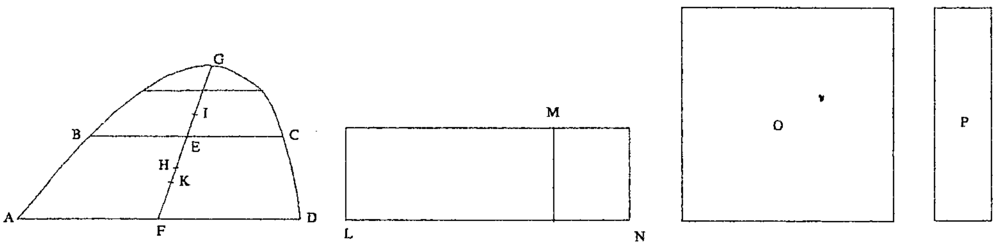
[1241] tertia *in interl. M*
[1242] ultimo relictum *in interl. M*
[1243] ad *in interl. M*

ut ik ad hk, et mn ad lm est, ut hk ad kf; erit ex aequali o una cum mn ad lm, ut ik ad kf.

Rursus quia est quadratum bc ad quadratum ad, ut ge ad gf, erit quoque tertia pars quadrati bc ad tertiam partem quadrati ad, hoc est ad lmn, ut ie tertia pars ipsius ge, ad hf tertiam ipsius gf. Ut vero tertia pars quadrati ad, nempe spatium lmn ad lm, ita ostensa est hf ad kf. Ex aequali igitur erit tertia pars quadrati be ad lm, ut ie ad kf. 20 primi *Conicorum* Apollonii

Itaque quoniam est o una cum mn ad lm, ut ik ad kf, atque tertia pars quadrati bc ad idem spatium lm est, ut ie ad eandem kf.

Si igitur tertia pars quadrati bc dematur ex o una cum mn, quod quidem fuit p, similiter recta ie ex ik remanebitque ek, erit spatium p ad idem spatium lm, nempe ad reliquam portionem tertiae partis quadrati ad; ut reliqua ek ad eandem kf. At [adeo] axis | ef a centro gravitatis k frusti $abcd$ dividitur [125] ita, ut ek ad kf eam habeat proportionem, quam p ad lm. Cuiuslibet ergo frusti a portione parabolici conoidis abscissi, centrum gravitatis et caetera. Quod demonstrare oportebat.



Quod autem (ut suppositum fuit) spatium o una cum mn, maius sit, quam tertia pars quadrati bc, ac perinde haec ab illo possit subtrahi, ita ostendemus.

Primum quidem eodem modo ostendetur spatium o una cum mn ad lm ita esse ut ik ad kf. Est autem [[8 quinti]] proportio ik ad kf maior, quam proportio ie ad kf, propterea quod ik maior est ie, cum punctum k cadat infra e. Quod k sit centrum gravitatis frusti $abcd$. Quare et proportio ipsius o una cum mn ad lm maior erit, quam proportio ie ad kf. Est autem ut ie ad kf, ita tertia pars quadrati bc ad lm. Maior igitur quoque erit proportio o, una cum mn ad lm, quam tertiae partis quadrati bc ad lm. Quare spatium o una cum mn maius est, quam tertia pars quadrati bc. Quod est propositum.

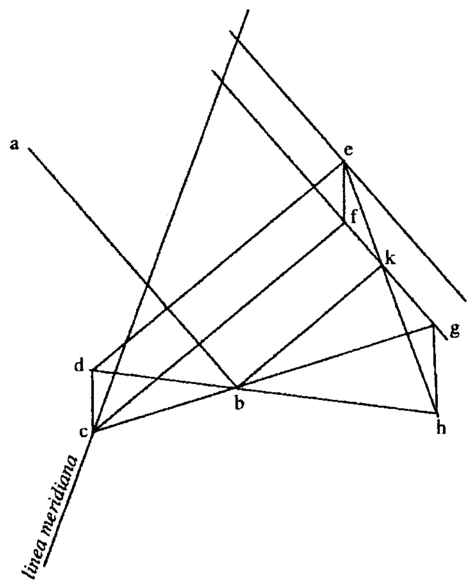
[126] ## | De Usu Astrolabii Ptolemei

Si horas ab occasu scire voluerimus. Ponatur gradus solis in rete notatur in horizonte occiduo, quo manente ponatur [Almuri] super hora 12. Deinde Almuri cum rete hac dispositione voluantur; donec gradus solis perveniat in circulum altitudinis [i] Almicantarath ex parte orientis, vel occidentis secundum altitudinem inventam in dorso Astrolabii. Almurique in limbo determinatam signatamque horam ostendet. Quae si 12 excesserit (cum horae ab occasu ad 24 terminum recipiant) facile erit primam in limbo signatam per 13ª, secundam per 14ª et caetera accipere.
Haecque regula multis huiusmodi aliis deserviet. Nonnullasque speculationes circa horas, temporaque cognoscenda; quas Stoflerinus absolvit in limbo, gradus nempe ipsius limbi inter[1244] duas Almuri stationes numerando, ut tempus quaesitum inveniat; nos facilius, primam Almuri stationem in 12 hora collocando, hac ratione assequemur.
In dorso Astrolabii utile erit, si in altera [tamen] quarta a summitate horizontem versus numerorum series progrediatur ut statim etiam in observationibus distantiae solis, atque stellarum a Zenit perspiciantur.
In invenienda enim poli altitudine, cognita solis, aut stellae a Zenit distantia tempore meridiano; huicque (nobis sub artico polo vitam degentibus) ipsius solis aut stellae[1245] declinatio, si septentrionalis fuerit, addatur, si vero Australis dematur; quodque pervenit, erit loci latitudo quaesita, quippe quae semper poli altitudini est aequalis.

[127] ## | Ex horologio horizontali quodlibet verticale describere.

Sit d centrum mundi. Sitque ab linea horaria horologii horizonti aequidistantis. Cuius quidem gnomon sit cd. ed vero sit gnomon[1246] horologii ad horizontem erecti. Eruntque utique haec horologia invicem ad rectos angulos. Ducatur ef aequalis, et aequidistans cd. Iunctaque cf erit ipsi de aequalis, et aequidistans. Ac propterea parieti perpendicularis.

[1244] inter *in interl. M*
[1245] aut stellae *in interl. M*
[1246] gnomon *signo posito in marg. M*

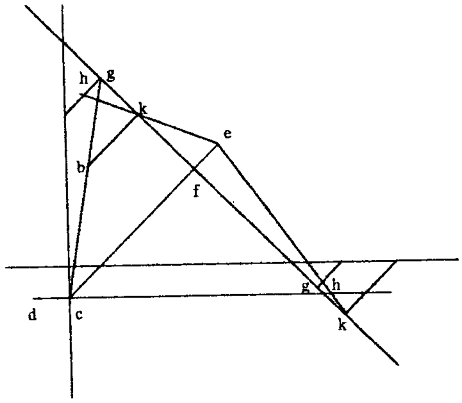


Deinde a puncto f horizonti aequidistans linea ducatur fg; quae erit communis sectio planorum horologiorum. Ducaturque cbg. Deinde in pariete ipsi fg perpendicularis ducatur gh. Postea ducatur bk ipsi cf aequidistans, ducaturque ekh. Ostendendum est, horam puncti b in pariete in h existere. Quod patebit ostendendo lineas ekh dbh lineam gh in puncto h secare. Primum enim quoniam dbh est radius solis horam terminans in pariete, lineaque he umbram gnomonis ed in pariete repraesentat; estque triangulum dhe, et punctum b in uno, et eodem plano; ducta igitur a puncto b ipsi de aequidistans, erit in plano deh. Haec vero est bk. Ergo ducta bk, ductaque ekh, secabit haec lineam gh in h.

Quod autem punctum h cadat in linea gh ostensum est supra, in pagina 2, 3, 4.

| Quo ad praxim[1247] vero[1248]. Ducatur linea fg quae sit secundum situm parietis, in quo conficiendum est horologium, quae quidem linea ita ut distans a puncto c, ut ducta cf ipsi perpendicularis, sit aequalis longitudini gnomonis. [128]

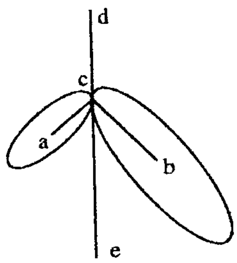
[1247]praxim *in interl. M*
[1248]*ante* vero *del. aliquot literas M*



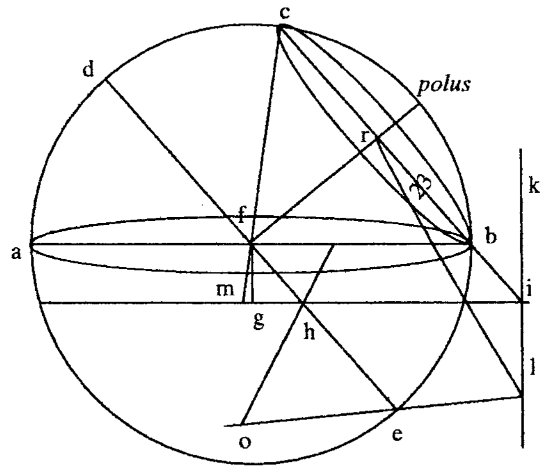
Producaturque cf, fiatque fe aequalis cd, nimirum gnomoni horologii horizontalis. Deinde ducatur cbg, ipsique fg perpendicularis ducatur gh. Deinceps ducatur bk aequidistans cf. Ducaturque ekh, erit h punctum horae quaesitum in pariete, posito nempe gnomone in e ad parietem perpendiculari, cuius longitudo sit cf.
Il Clavio a carta 568 et caetera assegna un'altro modo.

[129] ## | De Horologgis Italicis conficiendis absque divisione tropicorum

Lemma



Circuli in eodem plano minime existentes (quorum centra a b) se invicem contingant in c, quorum sit communis sectio de. Dico lineam de ductis ac cb perpendicularem esse.
Primum quidem perspicuum est de per c transire; cum sit c in utroque plano. Ex quo sequitur de circulos contingere ac propterea ipsis ac cb perpendicularem esse.



Sit in sphaera *abc*, horizon *ab*, aequinoctialis *de*. Parallelusque apparentium maximus sit *cb*. Iam constat horizontem *ab* circulum esse horarium, ipsumque *cb* in *b* contingere. Et quoniam horarii circuli (nunc de horis italicis sermo est) similes auferunt circumferentias parallelorum, cum paralleli in 24 partes ab ipsis divisi perveniant aequales: ex 16 secundi *sphaericorum* Theodosii si omnes horarii circuli circulum *cb* contingent. Quare ipsum in 24 partes aequales dispescent. Horariusque 12^{ae} ipsum contingat[1249] in[1250] *c*, cuius quidem umbra posito gnomone fg erit in m. Quod si intelligatur kl communis sectio[1251] plani horologii, et circuli *cb*, in quo iungatur [r 23], cui perpendicularis ducatur 23 l. Erit haec in plano horarii 23^{ae} horae. Ac per consequens, punctum l in plano horologii in linea horaria existet. Ex his, et ex 15 secundi *sphaericorum* Theodosii patet, horarios circulos in sphaera maximos esse[1252]. Facto igitur (ut in sequenti figura) in plano circulo *cb* qui in 24 partes aequales ex b dividatur intelligaturque kl communis sectio plani circuli *cb*, et horologii, deinde iungatur r 23, cui perpendicularis ducatur 23 l, erit haec ex dictis perinde ac si esset communis sectio circuli *cb*, et horarii 23^{ae} horae. Punctum ergo l in plano horologii est in linea horaria 23^{ae} horae. Divisa itaque linea *ho*, aequinoctialis scilicet, ut fieri solet vel[1253] ut

[1249] contingat *in interl. M*

[1250] *ante* in *del. aliquot literas M*

[1251] communis sectio *in interl. M*

[1252] Ex his, et ex 15 secundi *sphaericorum* Theodosii patet, horarios circulos in sphaera maximos esse *in interl. M*

[1253] vel ~ 187*: in interl. M* 187 *signo posito in marg. M* ostendetur 187. Sitque *o* 23ª hora. Iungaturque *lo*. Erit haec linea horaria 23 horae quod idem fiat in reliquis. Ex quo statim apparet horariam 12ae *hp* ipsi *ho* aequidistantem esse. Quia circulus horarius tangit circulum *cb* in *c*.

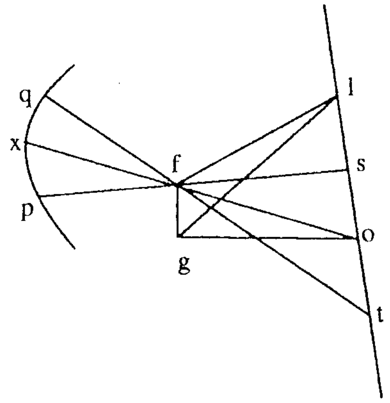
Ut autem omnes horariae lineae ducantur, notandum est, quod quamvis[1254] circuli horarii sint 24, horarius tunc 12ae transit per 24am aequinoctialis quemadmodum horarius 13ae transit etiam per primam [aequinoctialis][1255] et horarius 2ae etiam per 14am [aequinoctialis][1256], et ita aliis, ut (3 per 15) 4 per 16) (5 per 17) 6 per 18) 7 per 19) 8 per 20) 9 per 21) 10 per 22) 11 per 23) 12 per 24) quare iungatur 9, quae cadit in *kl* cum 21 aequinoctialis *ho*. Statimque consurget horaria horae 9ae et ita in aliis.

[130] | Quamvis horariae lineae sint satis per complemento horologii, tamen ut inveniantur termini tropicorum, ut fieri solet, sint dati termini tropicorum 23ae horae (quos invenire docebimus) deinde sint divisae in aequinoctiali *ho* horarum medietates. Ut inter 22, et 23 *r*. Ducanturque per 23 et *r* lineae hae enim terminabunt horas 22. Et ita in aliis. Nam circulus per 23 cancri, et 22 capricorni transiens per mediam aequinoctialis horam inter 22 et 23 existentem transibit.

Vel per eosdem terminos 23 et per *r*, deinde per 22 aequinoctialis, postea per huius medietatem, et sic deinceps, omnes alii horarum termini invenientur. Cuius quidem ideo est, quia circulus per 23 capricorni et 21 cancri transiens necessario per 22 aequinoctialis pertransit. Et quae per 23 capricorni et 20 cancri, per aequinoctialis punctum medium inter 21 et 22 existentem pertransit. Similiterque in aliis.

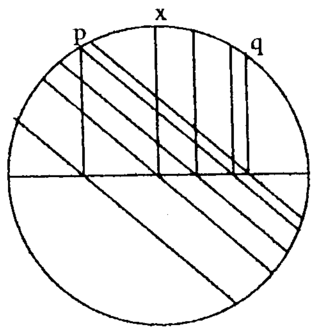
[1254] quamvis *in interl. M*
[1255] [aequinoctialis] *in interl. M*
[1256] [aequinoctialis] *in interl. M*

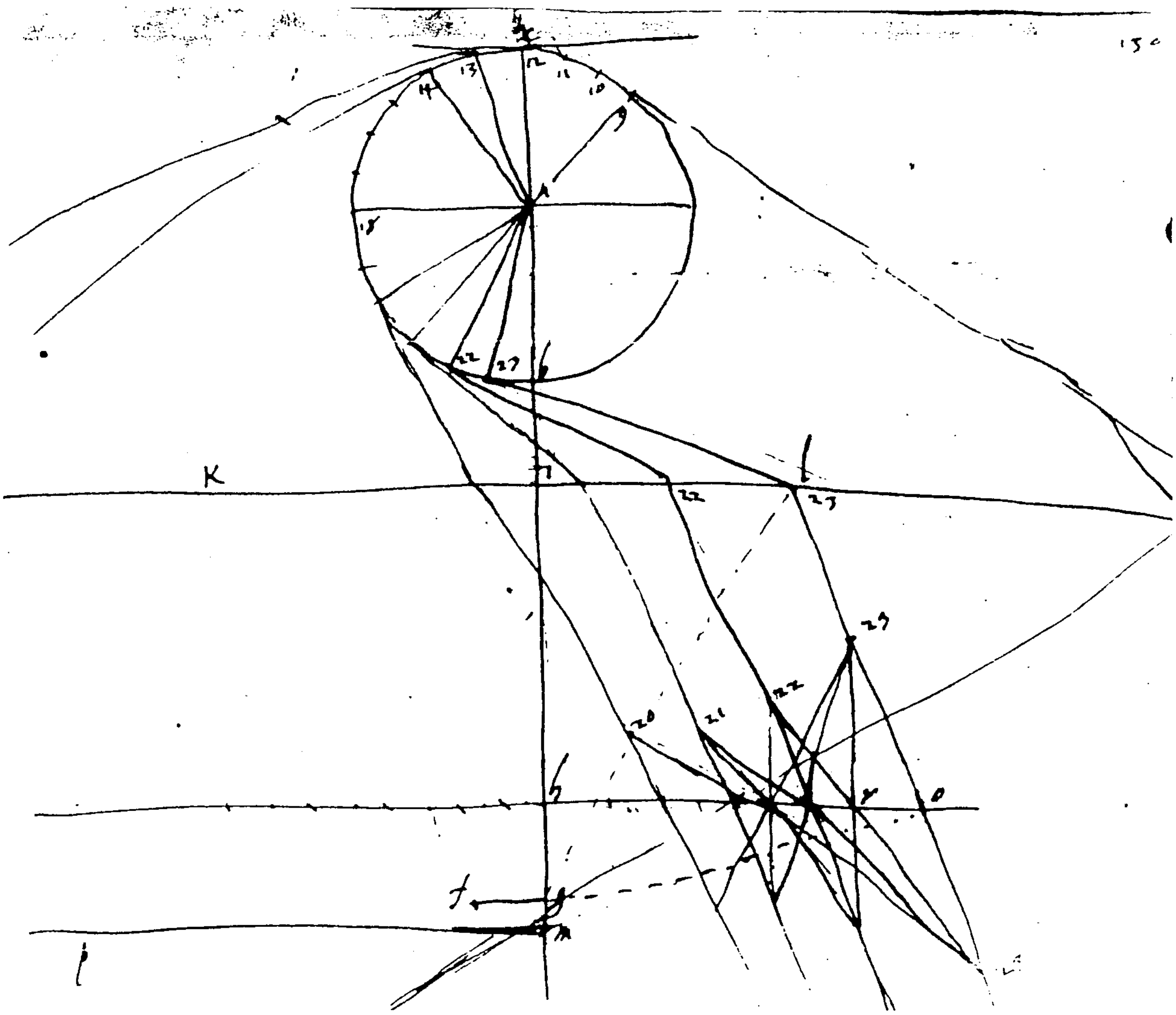
| [131]



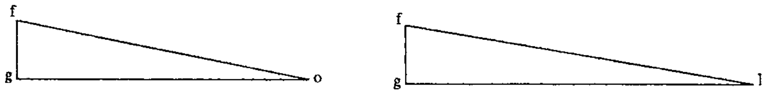
Ut autem inveniantur termini horarum 23, sit gnomon gf. Linea vero lo sit horaria 23^{ae} ut in praecedenti. Punctumque o aequinoctialis. Ducatur per verticem f linea[1257] ofx. Sitque horarius horarum 23 qxp: qui in eodem est plano cum lo, in quo quando sol est in Cancro sit in q, in Capricorno autem in p in aequinoctiali vero erit in x. Eruntque circumferentiae xq xp latitudines horizontales. Horarii enim circuli tot sunt horizontes, eodemque prorsus modo a tropicis et aequinoctiali divisi perveniunt, ut horizon ipse qui cum sint circuli maximi, patet ex 13 *sphericorum* Theodosi[1258]. Cognitis ergo tropicorum latitudinibus horizontalibus, datae quoque erunt xq xp. Quod idem fiet in aliis parallelis, ductae igitur qft pfs, erunt s t puncta horarum 23 tropicorum. Quod ut inveniantur in eodem plano. Summatur in linea horaria quodvis punctum l. Iungantur go gl fl. Et quoniam angulus fgo est rectus, lineaeque fg go ex praecedenti figura[1259] datae; erit et fo data. Similiter fgl est rectus, dataeque sunt fg gl, data quoque erit fl. Tres igitur datae sun fl fo ol, quae sunt in plano circuli horarii qxp 23 horae.

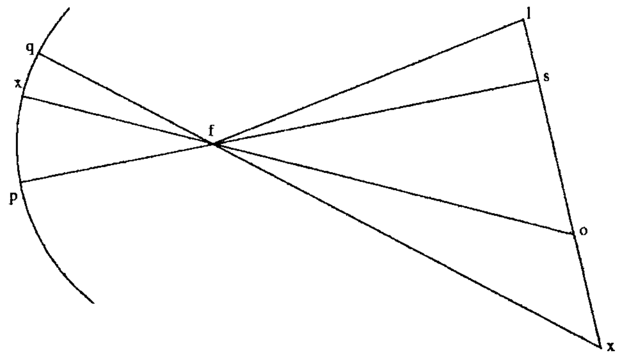
[1257]linea *in effetti, 7nel manoscritto:* lineam
[1258]qui cum sint circuli maximi, patet ex 13 *sphericorum* Theodosi *in interl. M*
[1259]ex praecedenti figura *in interl. M*


p
x
q


K

| [132]

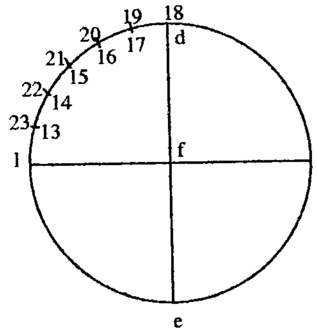




Fiant igitur duo triangula rectangula *fgo fgl*, fiantque *fg* aequales altitudini gnomonis *go* vero et *gl* eliciantur ex figura 130 in qua punctatim ductae sunt. Deinde ex duabus *fo fb* triangulorum[1260] huius figurae, et ex *lo* illius figurae (130)[1261] construatur triangulum *flo*. Producaturque *ofx*. Et centro *f*, quolibetque intervallo circulus describatur *qxp*. Deinde (ex amplitudinem ortuum, ut supra in 100 huius diximus) inveniantur tropicorum latitudines horizontales *xq xp*. Ducanturque *qft pfs*. Erunt *st* terminorum puncta 23^{ae} horae. Dum sol est in tropicis. Quod si aliorum parallelorum quoque invenientur latitudines horizontales, quae inveniantur in linea *st*[1262] statim[1263] in horologio per omnes horas, ut dictum est in 130[1264] invenientur termini omnium parallelorum. Per quae si ducantur lineae in nostris regionibus hyperboles erunt.
Poterimus quoque in singulis lineis horariis invenire puncta tropicorum[1265] terminantia[1266], ut factum est in linea horaria 23.

[1260]triangulorum *in interl. M*
[1261](130) *in interl. M*
[1262]quae inveniantur in linea *st* *in interl. M*
[1263]*ante* statim *del. aliquot verba M*
[1264]130 *in interl. M*
[1265]tropicorum *in interl. M*
[1266]*ante* terminantia *del. aliquot literas M*

133] | De divisione lineae aequinoctialis in plano horologii

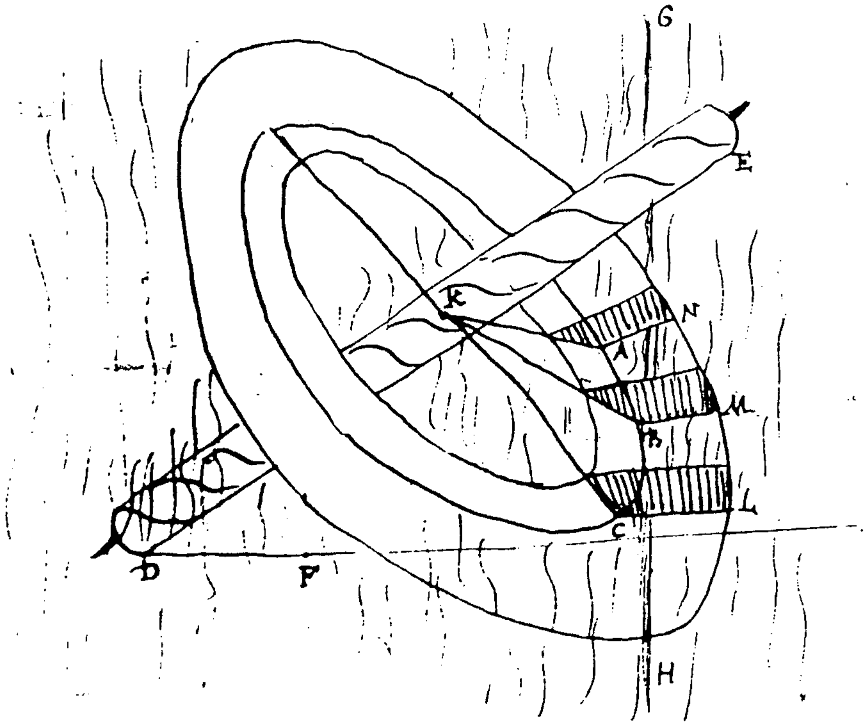


Quoniam autem horae aequinoctialis maximam afferunt utilitatem, ut linea aequinoctialis in horologio divisa perveniat, intelligatur circulus *del* aequinoctialis. Lineaque fh pars diametri a mundi centro usque ad planum horologii contenta. Quae est aequalis lineis *bi* in supra expositis figuris 129 130. Atqui *ho* (ipsi fe perpendicularis) aequinoctialis, planique horologii sit sectio communis. Si igitur dividatur quarta *dl* in sex partes aequales, ac per centrum lineae ducantur, statim *ho* divisa erit, ut quaeritur. Et ut horarum medietatem quoque reperiantur, dividatur *dl* in 12 partes aequales. Eodemque modo statim in *ho* consurgent. Quae quidem omnia referunt ad ea, quae in 129 dicta sunt.

[134] | Per far, che una cochlea da se alzi l'acqua da un fiume, mettasi il timpano *acb* eretto alla cochlea *de*, laqual sia inclinat'all'horizonte nell'angolo *edf*. Et il piano tirato per *edf* attraversi il fiume ad angoli retti. Et corra il fiume da g verso h. Et sia il c un poco sott'acqua. Tirisino dal centro k, *kc kb ka*. Poi da c si tiri equidistante all'horizonte *cl*, laqual sarà equalmente sotto l'acqua del fiume. Et secondo questa *cl* si metta la tavola secondo che si costuma eretta all'horizonte. Accio che il fiume urtando nella tavola facci voltar la rota, et la cochlea. E si faccino gl'angoli *kbm kan* eguali ad *acl*, secondo li quali si ponghino le tavole. E così medesimamente tutte le altre. Poi facciasi l'altro timpano *lnm*, il qual insieme con il timpano *acb* tenghi le tavole ben incastrate, et fortificate[1267], che per esser *kcl* angulo obtuso il

[1267] fortificate *ex* forti *M*

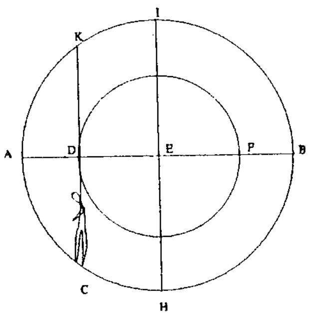
timpano *lnm* sarà maggiore del timpano *acb*. E le dette tavole saranno in un medesimo piano con l'asse della cochlea.



Ma se la cochlea non attraversasse il fiume ad angoli retti, all'hora (acciò la rota venghi ben voltata dal fiume) tirisi la *cl* non solamente equidistante all'horizonte, ma che l'attraversi ancora il corso del fiume ad angoli retti, poi si metta la tavola eretta all'horizonte, e con la medesima dispositione si mettino l'altre tavole, le quali così disposte saranno ben accomodate, che se ben elle non saranno in un medesimo piano con l'asse della cochlea[1268] non importa. Perché secondo la dispositione, nella quale ha da star la cochlea, così bisogna accomodar il timpano, acciò l'acqua lo giri facilmente.

[1268] cochlea *in interl.* *ex* rota *M*

[135] | Comodità e incomodità delle rote erette, et equidistanti all'horizonte, con le quali si muoveno li pesi.

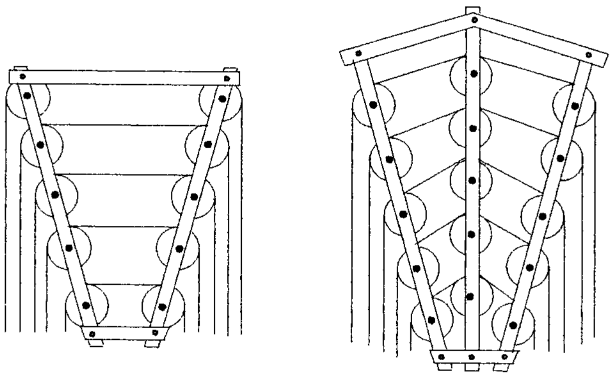


Nelle machine, che hanno la forza nelle rote erette e perpendicolari all'horizonte, che gli caminano dentro huomini dico che queste rote hanno in sé alcune incomodità[1269]. Come per esempio, sia la rota *abc*, e sia il suo diametro *aeb* equidistante all'horizonte, ma *hel*[1270] perpendicolare. Prima non è possibile, che si possi caminar in *a*, dove è la maggior forza. Perché di dentro l'huomo non potria star in piedi. E di fuori, ancorché si attaccasse con le mani, e se gli facesse li scalini, non di meno non[1271] potria 'camminar, perché li scalini li darebbero sempre nelli ginocchi. Si che bisogna, ch'l camini, com'in *c*, dove vien a scortare la leva, secondo la quantità *ad*, che viene a fare il circolo *dfg*, come se egli caminasse in *d*. E perché bisogna ch'l camini nella rota grande *abc*; è necessario ch'l camini tutta la rota, per far dar'una volta al circolo *dfg*. Che se sarà doppio *ab* di *df* (havendo le circonferenze fra di loro la medesima propotione, che hanno li suoi diametri) l'huomo camminarà il doppio di quello che bisognarebbe. Che se la rota stesse equidistante all'horizonte, l'huomo si attaccarebbe in *d*, e caminaria per terra, quanto è il circulo *dfg*, che sarebbe il suo viaggio giusto, come si fa negli argani e simili. Vi si aggionge ancora, che in questo modo caminaria sempre alla piana, che quando la rota è eretta, bisogna (ancor che non si muova di luogo) ch'l vadi sempre all'in sù. Nelle quali però vi è questa comodità, che in questa l'huomo fa quanto pesa, et in quelle, se ben camina alla piana, bisogna che continuamente vada spingendo per forza. Ma

[1269]incomodità *post corr. M*
[1270]*hel ex hl M*
[1271]non *in interl. M*

queste horizontali hanno poi questo comodo, che si possono metter uomini atorn'atorn'al circulo per quanto comporta la sua grandezza, e tutti hanno la medesima forza, che nelle rote erette non si possono metter se non da c in h, e di fuori da k in l. Li quali hanno sempre minor forza et in h l non ne hanno niente. Oltre che a questa non si possono adattar cavalli, et altre bestie, come a quelle horizontali.

| Considerando poi la spesa, quella eretta vuol maggior spesa assai perché [136] vuol esser doppia, e foderata con altre cose acciò vi si possi caminar. Che alle horizontali, il più delle volte bastano le stanghe con il fuso, della lunghezza che si vuole. Come appar ne gl'argani e simili.



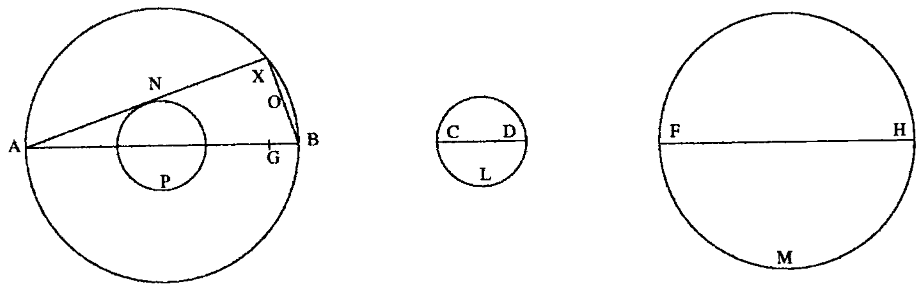
Circa le ⟨girelle⟩ taglie[1272], accade alle volte, che volendo far le taglie con molte girelle, et che una sia di mano in mano maggior dell'altra, acciò che le corde non si tocchino, e si sfreghino l'una con l'altra, par che bisogna farle tanto grande, come di cinque, et sei piedi di diametro, e più, che non sia imposssibile il farle, et per rimediar a questo alcuni le voltano per altri versi, ma si potrà far in questi due modi et in altri simili.

Le girelle si potranno far di bronzo, gettate tutte a un modo grosse, et fidate di diametro di $\frac{2}{3}$, o di $\frac{3}{4}$ di un piede. E se bene queste girelle hanno molti assi, e per conseguenza hanno più resistenze, non dimeno havendosi a muovere grandissimi pesi, serviranno benissimo, anzi pare, che quelle da tre ordini, si aiutino meglio l'un'all'altra. Che si potriano far'ancora di più ordini, come di quattro, cinque, sei et caetera.

[1272]taglie *in interl. M*

Et in questo modo si potranno scomporre, et comporre, et portarle con facilità. Potendosi accomodar benissimo di scomporre i legnami congl'incastri, et ogni altra[1273] cosa.

[137] | Duobus datis circulis inaequalibus alium invenire circulum, qui una[1274] cum minore dato maiori dato[1275] sit aequalis.



Inaequales sint circuli dati *abk*, *cdl*; quorum minor *cdl*, oportet alium invenire circulum qui una[1276] cum *cdl* sit[1277] ipsi *abk* aequalis. Ducantur diametri *ab cd*. Rectis deinde lineis *ab cd* tertia inveniatur proportionalis *bg*. Erit utique *ab* ad *bg*, ut *abk* ad circulum *cdl*. Inter rectas vero *ab ag* media inveniatur proportionalis *fh*, circa quam circulus describatur *fhm*. Unde erit quidem *ab* ad *ag* ut circulus *abk* ad circulum *fhm*. Quoniam igitur ita est *ab* ad *bg* ut circulus *abk* ad circulum *cdl*, atque ut *ba* ad *ag*, ita circulus *abk* ad circulum *fhm*, erit ut *ab* ad *bg*, et *ag* simul, hoc est ad ipsamet *ab*, ut circulus *abk* ad circulos *cdl fhn* simul sumptos. Estque recta *ab* sibimet ipsi aequalis. Ergo circulus *ab* circulis *cdl fhm* simul sumptis est aequalis. Quod erat faciendum.

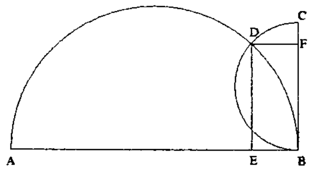
Corollarium

Ex hoc erit quoque perspicuum (si describatur circa centrum circuli *abk*, circulus *nop* aequalis circulo *cdl*) circulum *fhm* aequalem esse spatio circulis *abk nop* contento.

[1273]altra *in interl. M*
[1274]una *in interl. M*
[1275]maiori dato ex alteri *M*
[1276]una *in interl. M*
[1277]sit ex sint *M*

Aliter[1278] quoque quod propositum est ostendetur. Ponatur bx, quae sit aequalis cd in circumferentia abk, iungaturque ax. Et quoniam ex 122 circuli quorum diametri sunt [bx, xa ?] sunt aequales circulo abk. Erit inventus circulus cuius diameter ax, qui una cum circulo cdl erit ipsi abk aequalis.

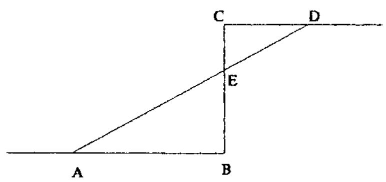
Duas datas rectas ita secare, ut quatuor partes in continua sint proportione.



Sint datae rectae lineae ab bc, quas ita secare oportet, ut partes in continua sint proportione. Exponantur in angulo recto abc semicirculique describantur adb bdc, qui se dispescant in d. A quo ad datas rectas ducantur perpendiculares de df. Itaque quoniam est ae ad ed, hoc est bf, ut de ad eb, hoc est bf ad fd: et ut bf ad fd, ita est df, hoc est eb ad fc. Erit ae ad bf, ut bf ad be, et ut be ad fc. Rectae igitur lineae ab bc et caetera. Quod faciendum erat.
Vide infra in 141[1279]

| Duabus datis lineis rectis alteram ita dividere ut ipsius[1280] partes cum altera data sint in continua proportione. [138]

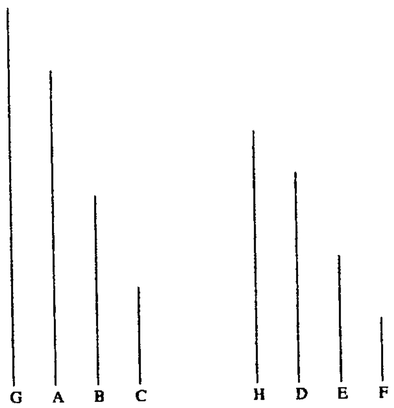
Organice[1281]



[1278] Aliter ∼ aequalis: *in interl. M*
[1279] Vide infra in 141 *in marg. M*
[1280] ipsius *in interl. M*
[1281] Organice *in interl. M*

Sint datae rectae lineae *ab bc*, quae constituantur in angulo recto *abc*. Oporteatque dividere *bc*; ut propositum est. Ducatur a puncto *c* ipsi *ba* aequidistans *cd*. ⟨Deinde ducatur *aed*, ita ut *eb* sit aequalis *cd* ⟩. Quoniam enim ob similitudinem triangulorum, ita est *ab* ad *cd* ut *be* ad *ec*, et est *ed* ipsi *be* aequalis: erit *ab* ad *be*, ut *be* ad *ec*. Quod facere oportebat.
Quod[1282] autem problema[1283] fieri possit, ut scilicet [ducta] *aed*; *eb* sit ipsi *cd* aequalis, ex iis, quae infra in 141 142 demonstrata sunt; fiat *ab* ad *be*, ut *be* ad *ec*; ducaturque *aed*; erit utique *be* ipsi *cd* aequalis, cum ob triangulorum similitudinem, sit *ab* ad *cd*, ut *be* ad *ec*, ac propterea ut *ab* ad *be*. Unde *be cd* interse sunt aequales.

Si sint quotcumque magnitudines, et aliae ipsis numero aequales in eadem proportione, erit prima priorum ad omnes consequentes simul sumptas, ut prima posteriorum ad suas consequentes simul sumptas.



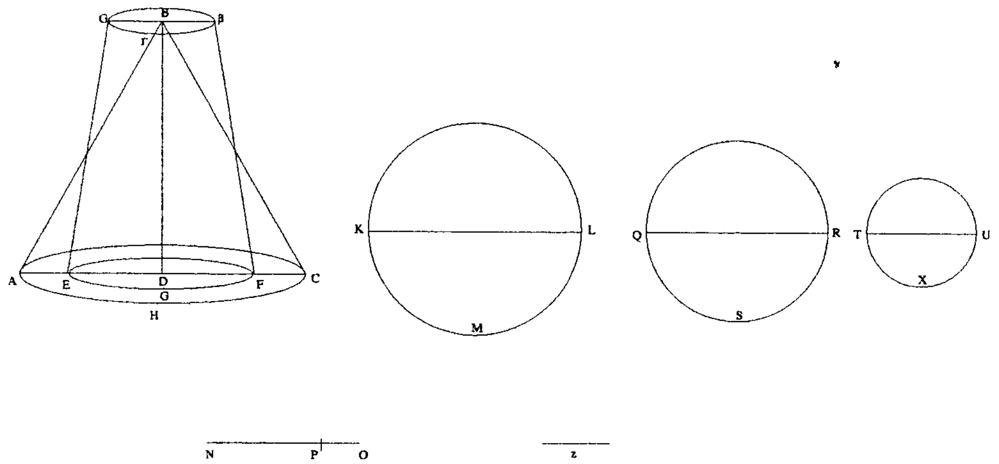
Sint quotcumque magnitudines *a b c*, totidemque numero pares *d e f*, et in eadem proportione, nempe, ut *a* ad *b*, ita *d* ad *e*, et ut *b* ad *c* ita *e* ad *f*. Dico *a* ad omnes simul *b c* ita esse, ut *d* ad omnes simul *e f*. Quoniam enim expositae magnitudines sunt proportionales, erit ex aequali *a* ad *c*, ut *d* ad *f*, et e converso, *c* ad *a*, ut *f* ad *d*. At vero quoniam *b* ad *c* est, ut *e* ad *f*, erit componendo *bc* ad *c*, ut *ef* ad *f*; *c* vero ad *a* est, ut *f* ad *d*. Rursus

[1282] Quod ~ aequales: *in interl. diverso atramento M*
[1283] problema *in interl. M*

igitur ex aequali *bc* ad *a* est, ut *ef* ad *d*, Tandemque convertendo *a* ad *bc* simul est, ut *d* ad *ef*.
Si vero plures fuerint magnitudines ut *gabc hdef*, sitque *g* ad *a*, ut *h* ad *d* et caetera. Similiter ostendetur, *g* ad omnes *a b c* simul sumptas ita esse, ut *h* ad omnes *def*, sumendo ut in secunda figura[1284] *bc* pro una tantum magnitudine, et *ef* pro alia. Eruntuqe ex utraque parte tres magnitudines, et sic in infinitum.

| Coni frustum invenire dato cono aequale; cuius quidem frusti altera basis sit data, altitudoque sit aequalis altitudini dati coni. Oportet autem datam basim frusti minorem esse basi coni. [139]

Si enim haec basis maior, vel aequalis esset, tunc frustum (cum aequalem cono debeat habere altitudinem) semper ipso cono maius existeret. Quandoquidem conum intra se contineret. Ac propterea dato cono aequale huismodi[1285] frustum invenire, esset impossibile.



Sit datus conus *abc*, cuius altitudo *bd*. Diameter vero basis *ach* sit *ac*. Minor autem *ac* data sit linea *ef*, quae sit diameter circuli *efg*. Habeantque circuli idem centrum *d*. Oportet coni frustum constituere, aequalem dato cono *abc*, eandemque altitudinem habens *bd*. Cuius quidem altera basis sit *efg*.

[1284]ut in secunda figura *signo posito in marg. M*
[1285]huismodi *in interl. M*

Inveniatur [[ex praecedentibus]] primum circulus klm aequalis spatio circulis ach efg contento; cuius diameter sit kl. Deinde ut ef ad kl, ita fiat kl ad no. Erit utique ef ad no, ut circulus efg ad circulum klm. Dividatur[1286] [[ut infra]] no in p, ita ut sit ef ad np, quemadmodum np ad po ac inter ef np media fiat proportionalis qr, circa quam circulus describatur qrs. Et inter np po media similiter inveniatur proportionalis z. Atque ut np ad z, ita fiat qr ad tu, circa quam circulus describatur tux. Denique circa centrum b circulus describatur $\alpha\beta\Gamma$ aequalis circulo[1287] tux; cuius quidem planum plano ach aequidistat. Intelligaturque[1288] $e\alpha\beta f$ frustum coni. Dico frustum hoc $e\beta$ dato cono abc aequale esse. Cuius quidem data est altera basis efg, et
[140] existit | sub altitudine bd. Quoniam enim qr media est proportionalis inter ef np, erit ef ad np, ut circulus efg ad qrs. Parique ratione quoniam z inter np po proportionalis existit; et ut np ad z; ita factum est qr ad tu; erit np ad po, ut circulus qrs ad tux. Ergo *** ef ad suas consequentes np po simul sumptas, hoc est ad no, ita erit, ut circulus efg ad circulos simul sumptos qrs tux. At quoniam ef ad no est, ut circulus efg ad klm; circuli qrs tux simul circulo klm aequales erunt. Ac per consequens spatio circulis ach efg contento aequales existent. Unde sequitur etiam tres circulos efg qrs tux, vel huius loco $\alpha\beta\Gamma$, circulo ach aequales esse. Qui quidem tres circuli in continua sunt proportione. Quippe cum lineae ef np po, quibus circuli proportionaliter respondent in continua existant proportione. Quapropter quoniam coni frustum $e\beta$ bases habet efg, $\alpha\beta\Gamma$, quae una cum circulo qrs (qui inter ipsas est proportionalis) sunt aequales basi coni ach, frustumque eandem habet coni altitudinem bd. Erit frustum $e\beta$ dato cono abc aequale. Quod patet in demonstratione XXV propositionis Federici Commandini in libro *De centro gravitatis solidorum*. Quodque facere propositum fuerat.

Ex eadem XXV propositione Federici Commandini facile hanc nostram demonstrationem aptabimus portioni coni ac frusto portionis coni.

Novisse tamen oportet, quod si casu in constructione accideret, lineam no duplam esse ipsius ef, tunc $e\beta$ non eveniet frustum coni, sed cylindrus. Nam divisa no in p, ita ut sit ef ad np, ut np ad po, cum sit no ipsius ef duplex. Erit unaquaeque np po ipsi ef aequalis. Similiter qr media proportionalis

[1286] *ante* Dividatur *del.* Inter vero ef np media inveniatur *M*
[1287] circulo *in interl.* *M*
[1288] *post* Intelligaturque *del.* ductis $e\alpha$ $f\beta$ *M*

inter *ef np* ipsi *ef* aequalis existet. Sicuti etiam eidem aequalis eveniet *tu*. Et ob id circulus $\alpha\beta\Gamma$ circulo *efg* aequalis eveniet.

| Datis duobus circulis inaequalibus duos alios circulos invenire qui[1289] in continua sint proportione, atque tres simul omnes scilicet duo inventi una cum minori dato[1290] maiori dato sint aequales. [141]

Hoc quidem problema ex praecedenti demonstratione perspicuum est, ut sint dati circuli (in eadem figura) *ach efg*. Inventique sunt *qrs tux*, qui una cum *efg* sunt aequales *ach*, et *efg* est ad *qrs*, ut *qrs* ad *tux*. Quod facere oportebat.

Ex eadem demonstratione sequens quoque problema colligi poterit, nempe. Similes construere figuras, quae inter sese datas habeant proportiones. In eadem enim figura, datae sint proportiones, quas debeat habere figurae [inveniendae], *ef* ad *np*, et *np* ad *po* (quae quidem, etsi non sint in eadem proportionem, nihil refert). Invenianturque figurae similes *efg qrs tux*, quae sive circuli, vel quadrata, sive aliae quomodocumque exponantur figurae similes super rectis *ef qr tu* constructae. Et factum erit.

Quod propositum est in 138 aliter geometrice[1291] invenire[1292] nempe.

Duabus datis rectis lineis, alteram ita dividere, ut ipsius partes una[1293] cum altera data in continua sint proportione.

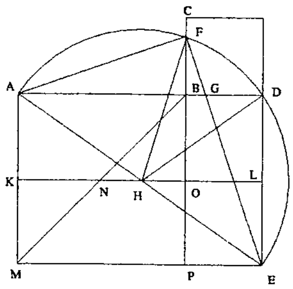
Datae sint lineae *ab bc*, quae ita interse se aptentur ut angulum contineant rectum *abc*. Oporteatque dividere *bc*, ut propositum est. Fiant super *ab bc* quadrata *ap cd*, non ad easdem partes. Compleaturque rectangulum *be*. Iungaturque[1294] *ae*, quae bifariam dividatur in *h*, et centro *h* intervalloque

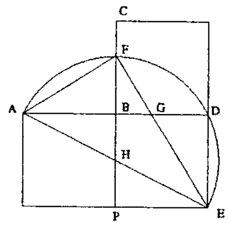
[1289] *post* qui *del.* cum minore dato *M*
[1290] scilicet duo inventi una cum minori dato *in interl. M*
[1291] geometrice *in interl. M*
[1292] *ante* invenire *del.* neque titubanter *M*
[1293] una *in interl. M*
[1294] *ante* Iungaturque *del. aliquot verba M*

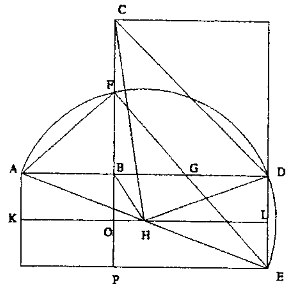
ha circulus describatur *afe*[1295]. Dico *ab* ad *bf* esse ut *bf* ad *fc*[1296] primum [quidem] circulum *afde* lineam *bc* dispescere ostendendum est[1297]. Nam quoniam linea *bc* ipsa *ba* minor esse potest, ut in prima figura, vel ipsi *ba* aequalis, ut in 2^{a}, vel maior[1298] un in 3^{a}. Tunc si *bc* minor est *ba*; iungantur in prima figura *hb*[1299] *hd*. Et quoniam *ade* rectus est angulus, circumferentia *afe* per punctum *d* transibit. Ergo *hd* circuli semidiameter existit. Ducatur deinde per *h* ipsi *ad* aequidistans *khl*, erit utique[1300] *kh* aequalis *hl*, quandoquidem est *ah* ad *he*, ut *kh* ad *hl*. Et quoniam *ab* maior est, quam *bc*, ac per consequens, quam *bd*, erit *ko* ipsi *ab* aequalis maior, quam *ol*, quae est aequalis *bd*. Punctum ergo *h* in linea *ko* existit[1301]. Quoniam autem *obd* est angulus rectus, erit *hbd* obtusus; linea igitur *hd*, hoc est semidiameter circuli maior erit *hb*, quare circumferentia *afde* ulterius erit [quam] sit *hb*.
Postea iungatur *hc*, ducaturque in quadrato *ap* diameter *bm*; secetque *bm*[1302] ipsam *ko* in *n*. Quoniam igitur *kl* transit per punctum *h* quod quidem est in medio rectanguli *ae*, atque *kl* est ipsi *ad* aequidistans, dividet *kl* rectangulum *ae* in duo aequalia nempe rectangulum *kd* ipsi *lm* erit aequale ac per consequens *kb* ipsi *kp* aequale[1303] quare *bo* ipsi *op* aequalis existit. Ut autem *bo* ad *op* ita est *bn*[1304] ad *nm* atque ut *bn* ad *nm*, ita *on* ad *nk*, unde sequitur *kn* ipsi *no* aequalem esse. Cum autem minor sit *kl*, quam *ko*, et horum dimidia scilicet *kh* maior erit *kn*, ex quo perspicuum est punctum *h* inter puncta *n o* reperiri, lineamque *hb* in triangulo *nbo* existere.

[1295] *afe post corr. M*
[1296] *ab* ad *bf* esse ut *bf* ad *fc in interl. M*
[1297] ostendendum est *in interl. M*
[1298] maior *ex* minor *M*
[1299] *ante hb del. aliquot literas M*
[1300] utique *in interl. M*
[1301] *post* existit *del.* et non in *ol in interl. M*
[1302] *bm in interl. M*
[1303] ac per consequens *kb* ipsi *kp* aequale *in interl. M*
[1304] *bn in marg. M*

| [142]







Ac propterea angulum *obn* maiorem esse angulo *obh*. Cum vero sit *bm* diameter quadrati *ap*, erit angulus *abm* angulo *obm* aequalis, ergo *abn* maior est *obh*, quare multo maior est *abh* ipso *hbo*. Quibus si addantur aequales anguli *abc obd* (nempe recti) erit *cbh* maior *hbd*. Quoniam itaque duo latera *hb bc* duobus lateribus *hb bd* sunt aequalia, erit basis *ch* maior *hd* circuli semidiametro[1305], ac propterea cum[1306] sit *hd* circuli semidiameter minor *hc*, maior vero *hd* necesse est circumferentiam *afde* inter puncta *bc* transire[1307] quapropter lineam *bc* secabit.
In 2ª figura quoniam *ab* aequalis est *bc*, hoc est *bd*, et *ah* est aequalis *he*, erit centrum *h* in linea *bp*. Cum itaque sit angulus *abh* rectus; erit linea *ha*, circuli nempe semidiameter, maior *hb* et quoniam *ha* minor est, quam duae simul *hb ba*, hoc est *hc*; circumferentia *afde* inter puncta *b c* transibit: lineam igitur *bc* secabit.

Corollarium[1308]

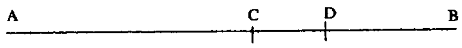
Ex hac[1309] patet quomodo lineam extrema ac media ratione dividere possimus, ut *bc* hoc est *ab* hoc est [*bd*] ad *bf* ut *bf* [ad] *fc*.
Problema in 2ª figura dividendo lineam *bc* extrema ac media ratione.
In 3ª figura, quoniam *bc*, hoc est *bd*, maior est *ab*; ducta *khl* ipsi *ad* aequidistans, simili ratione[1310] ut in prima figura ostendetur, centrum *h* esse in

[1305] circuli semidiametro *in interl. M*
[1306] cum ~ est: *in interl. M*
[1307] transire ex transibit *M*
[1308] Corollarium *signo posito in marg A*
[1309] Ex hac ~ ratione: *signo posito in marg. M*
[1310] simili ratione *in interl. M*

linea *ol*. Iuncta igitur *hb*, erit *hba* angulus obtusus. Ergo *ha* semidiameter circuli maior erit *hb*. Ductis vero *hd hc cd* lineis[1311], quoniam *bc* est aequalis *bd* erit angulus *cdb* angulo *dcb* aequalis. Sed *cdh* maior est *cdb*, *deh* vero minor *dcb*[1312]. Maior igitur erit *cdh* ipso *dch*. Ac propterea *hd* semidiameter circuli minor est *hc*. Ex quibus constat, circumferentiam *afde* lineam *bc* dispescere.

Hoc itaque demonstrato secet circumferentia *afde* lineam *bc* in *f*. Iunganturque *af fe*, secetque *fe* lineam *bd* in *g*. Quoniam enim angulus *afe* est rectus, et *fb* est perpendicularis ad *ag*, [[8 sexti]] erit triangulum *abf* triangulo *fbg* simile. Et angulus *afb* angulo *fgb* aequalis. Sed *fgb* est ipsi *dge* aequalis; angulus ergo *afb* angulo *dge* est aequalis. Quoniam autem *abf* rectus recto *edg* est aequalis, atque latus *de* ipsi *ab* aequale; cum utraque *ab de*[1313] sint ipsi *bp* aequalia. [[26 primi]] erit triangulum *edg* triangulo *abf* aequale. Quare latus *bf* erit lateri *dg* aequale. Cum itaque *bc* sit aequalis *db*, erit reliqua *fc* reliquae *bg* aequalis. Quoniam igitur in triangulo rectangulo *afg*, ab angulo recto ad basim ducta est perpendicularis *fb*; [[Cor. 8 sexti]] erit *ab* ad *bf*, ut *bf* ad *bg*, hoc est ad *fc*. Divisa est igitur *bc* in puncto *f*, ut propositum fuerat. Quod facere oportebat.

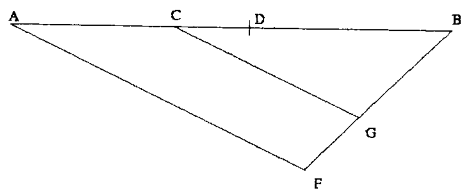
[143] | Data recta linea utcumque divisa, alterum segmentum in duas partes ita dispescere, ut reliquum segmentum ad minorem partem sit, ut data linea ad maiorem partem.



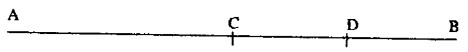
Sit data recta linea *ab*, quae utcumque sit divisa in *c*. Oportet alterum segmentum, puta, *cb* ita in *d* dividere, ut *ac* ad *cd* sit ut *ab* ad *bd*. Dividatur *cb* in *d*, in data proportione *ac* ad *ab*, ut scilicet sit *ac* ad *ab* quemadmodum *cd* ad *db*. Erit enim permutando *ac* ad *cd*, ut *ab* ad *bd*. Quod fecisse oportebat.

[1311] lineis *in interl. M*
[1312] Sed *cdh* maior est *cdb*, *deh* vero minor *dcb* *in interl. M*
[1313] *ab de* *in interl. M*

Data recta linea utcumque in partes inaequales secta; lineam invenire, quae ad minorem partem eandem habeat proportionem, quam data cum inventa ad maiorem.



Sit data recta linea *bc* utcumque in partes inaequales[1314] secta in *d*. Sitque minor *cd* quam *db*. Lineam invenire oportet, quae ad *cd* eandem habeat proportionem, quam *cb*, una cum inventa linea habet ad *bd*. Ducatur *bf* angulum cum *bc* constituens. Quae fiat aequalis ipsi *bd*, ex qua secetur *fg* aequalis *cd*. Iungaturque[1315] *gc*. Productaque linea *bc* ex *c*; a puncto *f*[1316] ipsi *gc* aequidistans. Ducatur[1317] *fa*[1318] Quoniam enim[1319] *ac* ad *ab* ita est, ut[1320] *gf*[1321] ad *fb*, hoc est *cd* ad *db*. Erit[1322] permutando *ac*[1323] ad *cd*, ut[1324] *ab* ad *bd*. Inventa ergo est *ac*. Quod facere oportebat.



Lineam vero *bc* in partes inaequales divisam esse oportet. Nam si *cd* esset aequalis *db*, tunc esset impossibile lineam reperiri, ut problema proponit. Nam si fieri posset *ac* ad *ad*, ut *ab* ad *bd*; esset[1325] permutando *ac* ad *ab*, ut *cd* ad *db*. At vero *cd* est aequalis *db*, ergo *ac* ipsi *ab* esset aequalis[1326]. Quod est absurdum.

1314 in partes inaequales *in interl. M*

1315 *ante* Iungaturque *del.* Deinde *fg* fiat aequalis *fe M*

1316 *ante f del.* denique *M*

1317 Ducatur *ex* Ducantur *M*

1318 *post fa del. ah.* Quoniam enim *ef* est aequalis *fg*, erit *ha* aequalis *ac*. Et ut *ha*, hoc est *M*

1319 Quoniam enim *in interl. M*

1320 ut *in interl. M*

1321 *gf ex ef M*

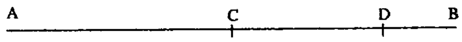
1322 Erit *in interl. M*

1323 *ante ac del. diverso atramento* igitur *M*

1324 *ante* ut *del. diverso atramento* est *M*

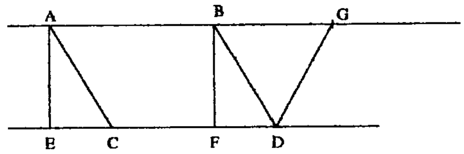
1325 esset *ex* et *M*

1326 *ante* aequalis *del.* esset *M*



Absurdum quoque eveniet si invenienda linea esse invenienda[1327] ad maiorem partem, ut haec cum *cb* ad minorem. Nam si *cd* esset maior, quam *db*, essetque *ac* ad *cd*, ut *ab* ad *bd*. Similiter permutando esset *ac* ad *ab*, ut *cd* ad *db*. Quare *ac* ipsa *ab* maior existeret. Quod est inconveniens.

[144] |[1328] Si intra lineas parallelas duae ductae fuerunt lineae aequales, suos terminos in parallelis possidentes, erunt intersese parallelae. Oportet ut lineae tendant ad easdem partes[1329].



Aequidistantes sint rectae lineae *ab cd*, intra quas duae ducantur lineae *ac bd* aequales et ad easdem partes id est non ut *ca bg*[1330]. Dico *ac bd* aequidistantes esse. Ducantur a punctis *a b* perpendiculares *ae bf* ad[1331] parallelas, quippe quae [[29, 34 primi]] inter se aequidistantes erunt, ac propterea aequales. Quoniam autem trianguli rectanguli *aec* quadratum lateris *ac* est[1332] aequale quadratis laterum *ae ec*. Parique ratione quadratum ex *bd* ipsis ex *bf fd* quadratis aequale existit. Cumque sint *ac bd* aequales, erunt et ipsorum quadrata aequalia. Ergo quadrata ex *ae ec* quadratis ex *bf fd* aequalia erunt. Quia vero quadrata ex *ae bf* sunt aequalia, siquidem lineae *ae bf* sunt aequales; erit quadratum ex *ec* quadrato ex *fd* aequale. Linea igitur *ec* ipsi *fd* aequalis existet. Itaque quoniam *ac ae ec* aequales sunt ipsis *bd bf fd*; erit triangulum *aec* triangulo *bfd* aequale, unde sequitur angulum *ace* angulo *bdf* aequalem esse; et ob id *ac bd* intersese parallelas existere. Quod demonstrare oportebat.

[1327] invenienda *in interl. M*

[1328] *L'intero testo contenuto nella pagina 144, riportato qui di seguito, è cancellato.*

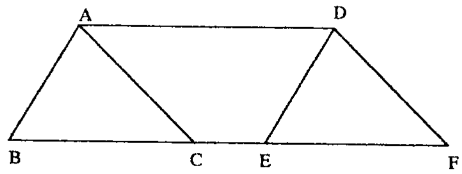
[1329] Oportet ut lineae tendant ad easdem partes *in interl. diverso atramento M*

[1330] et ad easdem partes id est non ut ca bg *in interl. diverso atramento M*

[1331] *post* ad *del. aliquot literas M*

[1332] est *in interl. M*

Si duo triangula duo latera duobus lateribus habuerunt aequalia, unumque angulum uni angulo sibi respondentem aequalem, non autem eum, qui aequalibus continetur datis lineis, erit triangulum triangulo aequale, et latera angulique unius lateribus angulisque alterius aequales erunt.



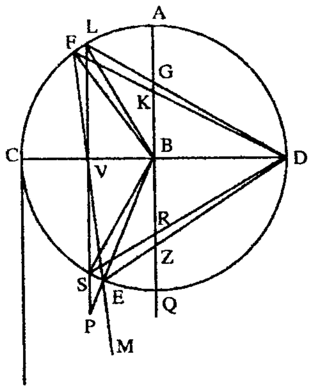
Sint triangula *abc def*, quorum latera *ab de*, *ac df* sint aequalia, sint autem anguli *abc def* aequales. Dico et caetera. Exponatur (iuncta *ce*) in directum linea *bcef*[1333], iungaturque *ad*. Quoniam enim anguli *abc def* sunt aequales, erit *ab* aequidistans *de*. Suntque *ab de* aequales, ergo *ad* est aequidistans *bf*. At vero quoniam *ac* est aequalis *df*, et *ad cf* sunt aequidistantes, erunt *ac df* intersese parallelae. Angulus igitur *dfe* angulo *acb* est aequalis. Cum itaque sint anguli ad *bc* aequales ipsis ad *ef*, et latus *ab* aequale ipsi *de*. [[26 primi]] erit triangulum triangulo, et latera, et anguli aequales. Quod demonstrare oportebat.

Queste due dimostrationi[1334] si possono mettere in una, e sarà meglio. Questo non è universale perché si pò dar caso, che doi triangoli *abc adc* habbino doi lati *ac cb* eguali a *ae ad*, et l'angolo *acb* commune eguale, con tutto ciò li triangoli *abc ade* non sono uguali et caetera.

[1333]*bcef ex bc ef M*

[1334]Queste due dimostrationi ∼ et caetera: *signo posito in marg. M*

[145] | Contra Cap. 2 Jo. de Benedicti *de Mechanicis*

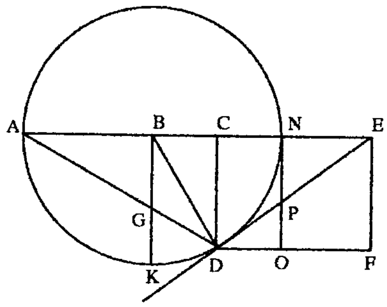


Inquit auctor in demonstratione idem[1335] pondus in *f*, aeque grave esse ut in *u* et in *E*. Quod est tamen falsum. Nam lineae *fm aq* non sunt aequidistantes, cum in centrum mundi conveniant. Ac propterea ducta per *u* linea *lus* ipsi *aq* aquidistante; erit *cd* inter *fu ab*; *ue* vero inter *us* et *bq*. Quare ducta *srd*, erit *bd* ad *bu*, ut *dr* ad *rs*. Ac propterea si *bu* dimidia est ipsius *bd*, et *sr* erit dimidia ipsius *rd*. Si igitur ducatur *bs*, quae intelligatur consolidata cum *bd* ponaturque pondus in *s* duplum ponderis *d*, aequeponderabunt pondera *sd* ex distantiis *br rs* ita constitutis. Cum sit *r* ipsorum centrum gravitatis in linea *bq*. Hoc est in infimo loco. Ut ex nostris *mechanicis* patet. Pondus igitur in *s* aequegrave erit, atque *u* non autem pondus in *e*, ut ipse existimat. Idem enim pondus gravius est in *s* quam in *e*. Ut ipse fatetur quod probabitur quoque hoc modo. Nam productis *ls de* in *x* est quidem *dz* ad *zx*, ut *dr* ad *rs*. Atque maiorem habet proportionem *dz* ad *ze*, quam ad *zx*; duplum igitur ponderis *d* in *x* ipsi *d* aequeponderabit. Positum ergo in *e* ipsi *d* non aequeponderabit. Et ut aequeponderet, maius erit quam duplum. Similiter ad partem *f* ducta *lgb* quoniam *lu* est *gb* aequidistans; erit *dg* ad *gl*, ut *db* ad *bu*. Si igitur intelligatur *bl* consolidata cum *bd*, idem pondus, tam in *l*, quam in *u* eidem ponderi in *d* aequeponderabit. Cum *g* sit centrum gravitatis ponderum in *l d* existentium. Non igitur pondus in *f* aequegrave est, ut idem pondus in *u*. Praeterea secet *fd* ipsam *lu* in *h*. Patet idem pondus in *u* et in *h* ipsi ponderi in *d* aequeponderare. Cum sit *dk* ad *kb*, ut *db* ad *bn*, et

[1335] idem *in interl. M*

dg ad *gl*. Minorem autem proportionem habet *dk* ad *kf*, quam ad *kh*. Minus igitur pondus in *f* quam duplum ipsius *d*, ipsi *d* aequeponderabit. Et quibus etiam constat idem pondus in *f*, et in *u*[1336], et in *e*, diversi modo gravitare. Gravius est enim in situ *e* quam in *u* et in *f*. In *u* vero gravius, quam in *f*[1337]. Fallacia vero argumenti est cum inquit, existente filo *fue* perpendiculari, idem pondus in *f* et in *u* eodem modo gravitabit. Quod est quidem verum, si intelligatur quod eodem modo gravitet in *f* a quo libere pendet. Cum vero inquit, quoniam punctum fili *u* secet *bc* in *u*, ergo pondus in puncto *u* librae *dbu*, ac propterea in *u* brachii *bn*[1338] eandem habebit gravitatem[1339] ut in *f*; est falsum. [Nunc] enim valet consequentia pondus in filo in *u* eandem habet gravitatem ut in *f*. Ergo pondus in *u* brachii *bu* eandem habet gravitatem ut in *f*[1340]. Veluti quoque falsum est propter filum pondus in *e* est aequegrave, ut pondus[1341] in *u* brachii [*bu*]. Non est igitur haec vera et proxima ***, et per se harum gravitatum. Ut ipse profitetur.

| [145 *bis*]



Libra *abd* habeat *ab* horizonti aequidistans. Ponderaque in *a d* maneant. Primum ducta *dc* ad *ab* perpendiculari, dico pondus *d* ad pondus *a* esse, ut *ab* ad *bc*. Sit *bk* ipsi *ab* perpendicularis, et in centrum mundi tendat, iungaturque[1342] *agd*. Et quoniam pondera manent, erit ex nostris *mechanicis* punctum *g* centrum gravitatis, et ut pondus *d* ad pondus *a*, it *ag* ad

[1336] et in *u* *signo posito in marg. diverso atramento M*
[1337] In *u* vero gravius, quam in *f* *signo posito in marg. M*
[1338] brachii *bn* *in interl. M*
[1339] *post* gravitatem *del.* Et *M*
[1340] *post* *f* *del.* est falsum *M*
[1341] *post* pondus *del. aliquot literas M*
[1342] *ante* iungaturque *del.* sintque *ah M*

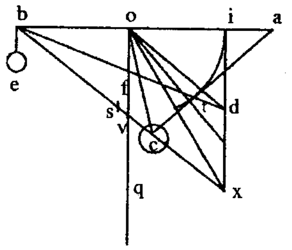
gd. Et quoniam *bg dc* sunt parallelae erit *ab* ad *bc* ut *ag* ad *gd*, hoc est ut pondus *d* ad *a*. Ex hoc patet[1343] aequalia pondera[1344] in *a d*[1345] ita esse pondus *a* ad pondus *d*[1346] ut *ag* ad *gd*. Sit enim ob evitandam confusionem pondus *l*, quod intelligatur in *a* aequale existens ipsi ponderi in *d*. Quoniam enim pondus in *d*[1347] ad pondus in *a* cui aequeponderat[1348] est ut *ag* ad *gd*. Pondus vero in *d* eandem habet gravitatem[1349] ut pondus in *a*, ergo pondus *l* ad pondus *a* scilicet ad[1350] pondus in *d* est ut *ag* ad *gd*. Et per consequens ut *ab* ad *bc*.

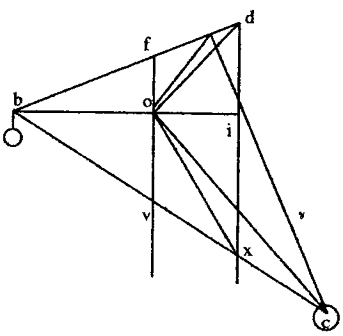
Levius ergo est pondus in *d* quam pondus in *b*, [quando] minor est *bc* quam *ba*. Quod[1351] demonstrare oportebat. Sit deinde planum *pde*[1352] horizonti inclinatum[1353], et per *ef* horizonti erectum sitque *df* horizonti aequidistans[1354]. Dico potentiam pondus sustinentem in *ef* ad potentiam idem pondus sustinentem super *de*, ita esse, ut *de* ad *ef*. Intelligatur idem pondus in *n*[1355]. Quoniam enim pondus in *n*[1356] super *no*[1357] est, ac si esset libra *abn*[1358] essetque[1359] pondus in brachio *bn*[1360], cum sit *bnp*[1361] angulus rectus. Similiter ob eandem causam pondus in *d* super *de* est ac si esset in brachio *bd*, cum sit *bde* angulus quoque rectus. Hoc enim modo pondera tangunt plana[1362] quoniam enim [similiter] pondus in *n* super planum *npo*

[1343] Ex hoc patet ∼ *ba*: *signo posito in marg.* *M*
[1344] aequalia pondera *ex* idem pondus *M*
[1345] *post a d del.* ad idem pondus in *d* (intelligatur semper pondera in hoc situ ut et invicem connexa, et non separata) *M*
[1346] pondus *a* ad pondus *d in interl.* *M*
[1347] *post d del. aliquot verba M*
[1348] cui aequeponderat *in interl.* *M*
[1349] *post* gravitatem *del. aliquot literas M*
[1350] pondus *a* scilicet ad *in interl.* *M*
[1351] *ante* Quod *del.* dummodo intelligantur pondera connexa *M*
[1352] *pde ex de M*
[1353] inclinatum *in interl. ex* aequidistans *M*
[1354] sitque *df* horizonti aequidistans *in interl.* *M*
[1355] Intelligatur idem pondus in *n in interl.* *M*
[1356] *n ex e M*
[1357] *no ex ef M*
[1358] *abn ex abe M*
[1359] essetque *in interl. ex* fueritque *M*
[1360] *post bn del.* ut patet centro *b* intervalloque *be* circulo descripto *em* *M*
[1361] *bnp post corr.* *M*
[1362] *post* plana *del.* ucatur *npo* ipsis *ef bk* aequidistans *M*

est ac si esset in brachio *bn* pondus vero in *n* est aequegrave ut in *a* erit pondus in *n* ad pondus *d* ut *ab* hoc est *bd* ad *bc*. Et quoniam triangula *cde edf pdo*[1363] sunt similia, et[1364] *cde* simile est ipsi *bdc* erit *bd* ad *bc* ut *de* ad *ef*, hoc est ut *dp* ad *po*. Pondus autem[1365] in *n* sustinetur a pondere *l*. Pondus vero *d* sustinetur a pondere in *a*, pondus vero in *l* ad ipsum in *a* est ut *ab* hoc est *bd*[1366] ad *be*, ergo potentia sustinens pondus super *no* ad potentiam pondus sustinens super *dpe* est ut *bd* ad *bc*. Eodem[1367] autem modo sustinetur pondus super *dp*, veluti super *de*, et super *po*, ut super *ef* ergo potentia sustinens pondus super *de* ad eam, quae sustinet pondus[1368] super *ef* est ut *de* ad *ef*. Quod demonstrare oportebat.

| Contra [capitulum] 3 eiusdem [146]





Falsum est igitur ex dictis, quod in principio tertii [capitoli] inquit. Praeterea demonstratio falsa quoque videtur. Inquit enim sint *e c* duo pondera, aut duae virtutes, ita ut intelligat, et supponat virtutes ponderum officio fungi. Intelligantur itaque ad maiorem evidentia duo pondera *e c*. Sitque *bac* angulus primum acutus. Et quoniam pondus (inquit) in *i* aequale *c* ipsi [*e*] aequeponderat, cum sit pondus *c* ad pondus *e*, ut *bo* ad *oi*. Quia vero facta est *oi* aequalis *ot* inquit. ⟨Si loco *oi* imaginabimur *ot* consolidata cum *ob*, et per lineam *tc* attractam virtute *c*, similiter quoque continget, ut *bot*,

---

[1363] *pdo in interl. M*

[1364] *post* et *del. aliquot literas M*

[1365] Pondus autem ~ *bc*: *signo posito in marg. M*

[1366] hoc est *bd in interl. M*

[1367] *ante* Eodem *del.* quod ostendere oportebat *M*

[1368] pondus *in interl. M*

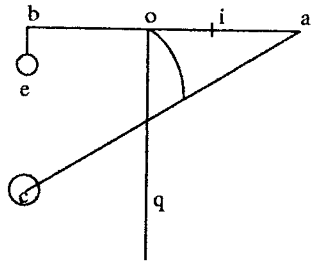
communi quadam scientia, non moveatur situ). Fateor me hanc quamdam communem scientiam non intelligere. At propendamus sensum quod nil aliud significat, nisi quod idem pondus ipsi *c* aequale, in *i*, rectam libram *boi*, idemque pondus *c* consolidatam libram *botc*, ponderi *e* aequeponderat. Quod esse non potest. Nam si intelligatur linea *ba* horizonti aequidistans. Centroque *o* circulus describatur *it*, idem pondus gravius erit in *i*, quam in *t*. Quare pondus in *t* ipsi *c* aequale non aequeponderabit libram *tob*. Quod patet etiam ducta primum *oq* linea perpendiculari, quam ipse lineam verticalem, et axem horizontis nuncupat. Deinde ducatur *id* ipsi *oq* aequidistans, ducaturque *bftd*: erit *bf* ad *fd*, ut *bo* ad *oi*. Si igitur intelligatur *od* consolidata cum *ob*, idem pondus in *d* ipsi *e* aequeponberabit. Cum punctum *f* ponderum in *bd* centrum gravitatis [existens] sit in linea *ofq*[1369]. Pondus ergo in *t* ipsi *e* non aequeponderabit. Multoque minus pondus *c* ipsi *e* aequeponderare potest. Nam si iungatur *bc*, fiatque ut *c* ad *e*, ita *bs* ad *sc*; erit *s* ponderum centrum gravitatis. Quod quidem in linea *oq* existere non potest. Productis enim *id bc* in *x*; erit *bo* ad *oi*, ut *bu* ad *ux*. Quare ducta *ox*, quae intelligatur consolidata cum *bo*, pondus in *x* aequale ipsi *c* ponderi *e* aequeponderabit.

Itaque existente pondere *c* in recta linea *bcx*, intelligaturque ductā *co* consolidata cum *ob*; pondus *c* non aequeponderabit *e*. Idem enim sequitur sive intelliganturque *co ob* consolidatae, sive *ct to ob* consolidatae. Non enim punctum *u* esse potest centrum gravitatis ponderum in *b c* existentium. Cum maiorem habeat proportionem *bu* ad *uc* quam ad *ux*, ac propterea maiorem quam pondus *c* ad *e*. Quare centrum gravitatis *s* ponderum in *cb* est inter *ub*. Numquam autem manebit libra *cotb*, donec punctum *s* sit in linea *oq*. Ergo non aequeponderabunt. Similiter existente *bac* angulo obtuso, ostendetur pondus in *t* minorem habere gravitatem, quam in *i*. Deinde pondus in *x* aequale ipsi *c* aequeponderare ipsi *e*; cum sit *bu* ad *ux*, ut *bo* ad *oi*. Si itaque sit *s* centrum gravitatis ponderum in *b c*; erit *s* inter *uc*. Quare cum non sit *s* in linea *oq*. Pondera *c e* consolidatam libram *ctob* non aequepoberabunt. Falsa igitur est demonstratio. Fallacia vero est, cum inquit, continget, ut *bot* communi quadam scientia, non [moveatur] situ. Et est omnino falsum si intelligatur *c* esse pondus, quod in centrum mundi sem-

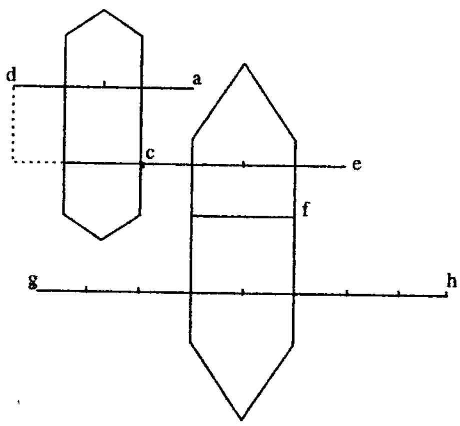
[1369] *ofq post corr. M*

pre tendit. Ut ipse supponere videtur. Et ut ipse in seguentibus [capitolis] accipit hoc tamquam de ponderibus demonstratum.

At vero si intelligatur *i* potentia movens, ut hominis, qui potest trahere *t* per rectam lineam *tc*, tunc vera esse potest demonstratio. Ut patet ex tractatum *de axe in peritrochio* nostrorum *Mechanicorum*[1370]. Notandum tamen, quod conclusiones per communem quandam scientiam deductae, non sunt periti mathematici cum propriis uti oporteat.



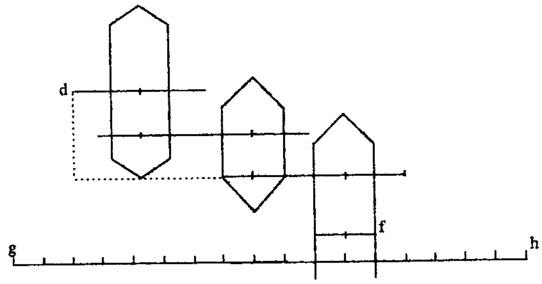
Ex hac etiam figura magis patet absurdum, hoc est pondera *e c* aequeponderare non posse.



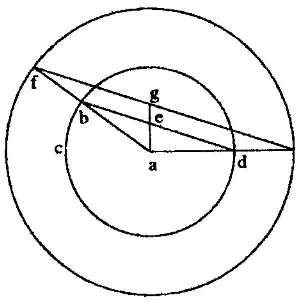
| Circa le machine è d'avertir, che alcuna volta per comodità, come per la strettezza del luogo, dove si ha da metter la machina; come anche non si potendo far le machine grandissime per la difficultà di metterle in opera, o per altro rispetto, all'hora si pò divider una machina in più parte, come per esempio. Se la ruota *ad* voltarà il suo rochello, et il suo rochello voltarà la ruota *ce*, et il[1371] rochello di *ce* volti poi unaltra cosa; et la proportion delle [147]

[1370]ex tractatum *de axe in peritrochio* nostrorum *Mechanicorum in interl. M*
[1371]*post* il *del.* suo *M*

ruote a i suoi rochelli sia per esempio dupla. La forza in d a quella che è in f sarà quadrupla. Ma volendo mover'una cosa in f con una sola ruota con la medesima forza, bisognarà far una rota grande atorno al rochello f, che gli sia quadrupla come gh, et occuparà più spatio gh, che non fa da d in e per diritto. Che in questo caso quando le ruote et li rochelli fussero aequali (dico delle piccole) sarebbe quanto da otto a sette.



E se fussero tre ruote medesimamente in dupla proportione a i suoi rochelli, all'hora la forza d sarà ottupla all'f; che volendo far una sola ruota, come gh, laqual sia ottupla al suo rochello, questa occuparà più spatio, che non fanno le tre; e sarà come da 16 a 10 cioè 8 a 5.
È ben vero che la ruota sola gf sarà più sbrigata; perché non ha senò una sola resistenza di un fuso solo, che le altre tanto ne hanno più; quant'hanno più fusi.

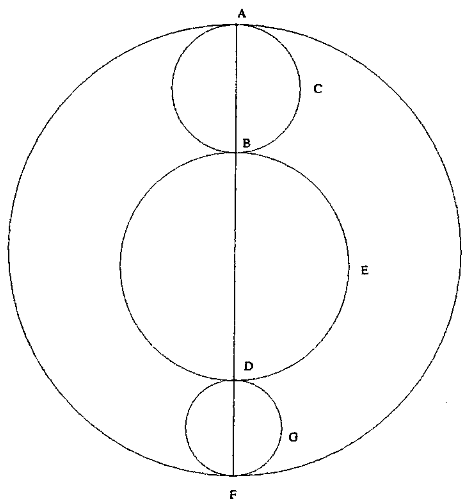


In circulo bcd, cuius centrum a, sit brachium ab. Iam constat ex nostro *mechanicorum libro*, tractatum *de axe in peritrochio* pondus b ad pondus d libra existente bad ita esse, ut de ad eb. Producantur vero brachia ab ad aequaliter; eademque pondera ponantur in fh. Dico [similiter]aequeponderare [quando] bf dh sunt aequalia, erit ab ad bf, ut ad ad dh, quare bd ipsi fh est aequidistans. Ac propterea *bd fh* a linea *aeg* in eadem dividuntur proportione. Erit igitur *be* ad *ed*, ut *fg* ad *gh*. Ac propterea, cum sit *aeg* horizonti perpendicularis, pondera in *f h* aequiponderare perspicuum est.

| Problema [148]

Quotcumque datis circulis circulum invenire circumferentiam omnibus datis circulorum circumferentiis simul sumptis aequalem habentem.

Quotcumque sint dati circuli *abc bde dfg*. Circulum invenire oportet, qui circumferentiam habeat circumferentiis *abc bde dfg* simul sumptis aequalem. Exponantur circuli ita ut eorum diametri *ab bd df* in recta[1372] sint linea. Et circa diametrum *af* circulus describatur *afh*.



Quoniam igitur ex Pappo in quinto[1373] et octavo libro mathematicarum collectionum ita se habet circumferentia *afh* ad circumferentiam *abc*, ut diameter *af* ad diametrum *ab*, similiter *af* ad *bd*, ut circumferentia *afh* ad *bde*[1374], et adhuc[1375] ut circumferentia *afh* ad circumferentiam *dfg*, ita *af* ad

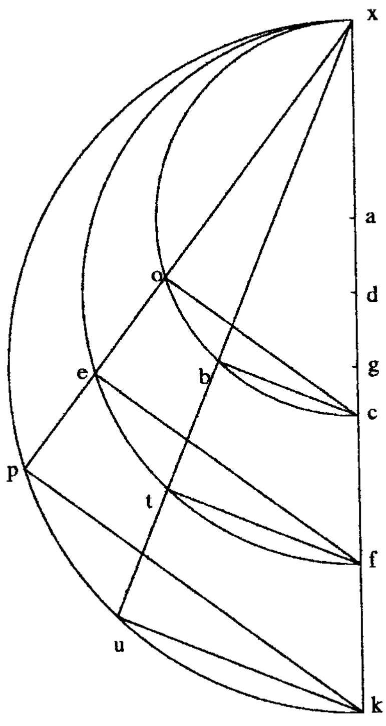
[1372] *post* recta *del.* *aliquot literas M*
[1373] quinto *supplevi* *spatium rel. M*
[1374] *post bde del.* erit *af* ad *ab bd* simul, ut circumferentia *afh* ad circumferentias *abc bde* simul sumptis. Eademque ratione quoniam est *af* ad *df M*
[1375] et adhuc *in interl. M*

df[1376] erit *af* ad omnes diametros *ab bd df* simul sumptos, ut circumferentia *afh* ad *abc bde dfg* circumferentias simul sumptas: et vero *af* omnibus diametris simul sumptis aequalis. Ergo circumferentia *afh* circumferentiis *abc bde dfg* simul sumptis aequalis existit. Quod fieri oportebat. Et ita si plures dati fuerint circuli. Quorum diametri in directum ponantur et caetera.

[149] | Error Francisci Barocii

Decima demonstratio libri Francisci Barocii de lineis assymptotis omnino falsa est.

Nam cum inquit (in eius figura) lineam *ik* rectam esse non posse, decipitur. Primumque in ipsamet figura recta apparet. Nos vero rectam esse posse atque lineas aequidistantes[1377] omnes[1378] conditiones, quas ipse in constructione ponit, habere posse; hoc modo ostendemus.

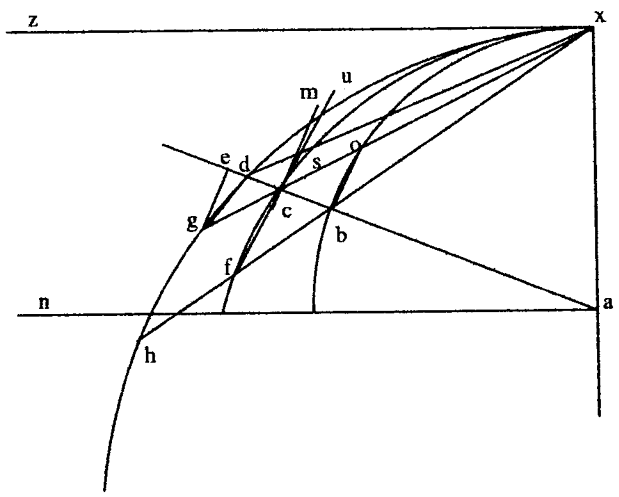


[1376] ita *af* ad *df* *in interl. M*
[1377] atque lineas aequidistantes *in interl. M*
[1378] omnes *ex* omnesque *M*

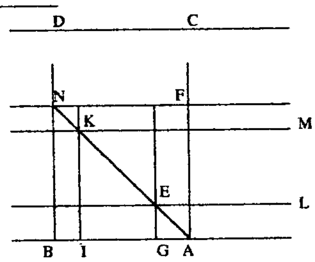
Tangant intus sese circuli *xbc xef xpk* in puncto *x*. Quorum quidem circulorum centra sint *adg*. Sitque *ad* ipsi *dg* aequalis. Et utcumque ducatur *xbtu*. Dico primum *bt* aequalem esse *tu*. Primum quidem *xu*, vel ducta est per centra *a d g*, vel minus. Si ducta est per centra *a d g* ut *acfk*. Ostendendum est *cf* aequalem esse *fk*. Quod cum sint *ax ac* aequales, et *dx df* aequales, superetque *dx* ipsam *ax* quantitate *da*; superabit et *df* ipsam *ac* eadem quantitate *da*. Diameter igitur *fx* ipsam *cx* superat quantitate ipsius *da* dupla. Sed *fx* superat *cx* quantitate etiam *cf*. Ergo *cf* dupla est ipsius *da*. Eademque prorsus ratione ostendetur *fk* duplam esse *dg*. Sunt vero *ad dg* aequales: ergo et earum duplae, hoc est *cf fk* inter se sunt aequales. Non transeat autem *xu* per centra. Iunganturque *bc tf uk*. Quoniam igitur anguli *kux ftx cbx* in semicirculis [[31 tertii]] sunt recti, ac propterea invicem aequales, erunt *uk tf bc* [[28 primi]] inter se parallelae. Quae cum secent lineas *btu cfk* [[1 lemma in 13 primi Archimedis aequiponderantium]] in eadem proportione; erit *cf* ad *fk*, ut *bt* ad *tu*. Quare *bt* ipsi *tu* aequalis existit. Similiter si plures essent circuli idem ostedentur.
Dico insuper *bt* minorem esse *cf*. Cum enim sit *cbx* angulus rectus; erit *bcx* acutus. Ac propterea *xc* [[19 primi]] maior est *xb*. Et quoniam [[2 sexti]] est *xc* ad *cf*, ut *xb* ad *bt*; erit permutando *xc* ad *xb*, ut *cf* ad *bt*. Et est *xc* maior quam *xb*. Ergo *cf* maior est, quam *bt*. Unde sequitur *fk* maiorem esse, quam *tu*.
Praeterea ducatur *xoep*, ita ut sit angulus *pxk* maior, quam*uxk*. Dico *oe* adhuc minorem esse *bt*. Eodem enim modo (ductis *oc ef pk*) ostedentur *cx* ad *xo* ita esse, ut *cf* ad *oe*. Sed quoniam *cx* ad *xb* est, ut *cf* ad *bt* est[1379] autem[1380] *xo* [[ex 7 tertii]] minor[1381], quam *xb*; habebit *cx* ad *xo* [[8 quinti]] maiorem proportionem, quam ad *xb*, ergo *cf* maiorem habet proportionem ad *oe*, quam ad *bt*. Ac propterea [[10 quinti]] minor est *oe*, quam *bt*.
Ex quo sequitur *ep* minorem esse *tu*.[1382]

[1379] est *in interl. M*
[1380] *ante* autem *del. quoddam signum M*
[1381] *post* minor *del.* est *M*
[1382]

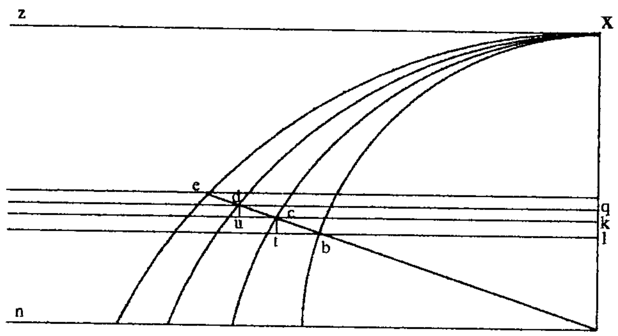
[150] |



His cognitis, ducatur utcumque *abcd* recta linea, quae sit inter *an* *xz*. Sintque *an* *xz* ipsi *ax* perpendiculares.
Dico *bc* maiorem esse *cd*: ducantur *xbfh*, *xocg*, *xsd*. Et *bo* *cs* *cf* *gd* iungantur. Quoniam enim *cg* [[ex proxime demonstratis]] maior est *ds*, rectae lineae *gd* *cs* concurrent ex parte *ds*. Similiter quoniam *fb* maior est *co*, *bo* *fc* ex *co* concurrent, quia vero *fc* producta, ut in *u*, cadit *cu* extra circulum *csx*. Linea *cs* in circulo multo magis cum *bo* concurret. Ac propterea ducta



Sint *ab* *cd* parallelae. Ductaque *af* ipsi *ab* perpendicularis deinde ducatur *eg* *eh* aequidistantes ipsis *af*, *ab*. Adhuc deinde ducatur *kl* *km* similiter aequidistantes ipsis *af* *ab*. *** *** sint *kl* *km* proximiores ipsis *ge* ***, quam sint *eg*, *eh* ipsis *af* *ab* eodemque modo ducantur *bn* *nf* Iunganturque *ae*, *ek*, *kn*. Et hoc modo semper fiat ita tamen ut [*lg*]minor sit quam dimidia ipsius *ga* et *bl* minor quam dimidia *lg*, quod idem [fiat] in parallelis *eh*, *km*, *nf*.Manifestum est lineam *aekh* cum *ad* [nunquam convenire] posse. Quod tamen est falsum nam si *ga* est recta linea proculdubio conveniet. Et falsitas similis est praedictae [facillimo ostendere] *aek* rectam esse. *del.* *M* *cm* ipsi *bo* aequidistans; erunt *cs cu* inter lineas *cm bo*. Quoniam autem *gd* cum *cs* convenit, eadem *gd* multo magis cum *cm* conveniet. Ducta igitur *ge* ipsis *cm bo* aequidistans; erit *gd* inter lineas *ge cm*. Unde *ge* ipsam *cd* extra circulum secabit, ut in *e*. At vero quoniam lineae *bec ocg* a lineis dividuntur aequidistantibus *bo cm ge*; erit [[primo[1383] lemma in 13 primi Archimedis *aequeponderantium*]] *oc* ad *cg*, ut *bc* ad *ce*. Est autem *oc* ipsi *cg* [[ex proxime demonstratis]] aequalis; ergo *bc* ipsi *ce* est aequalis. Quare *bc* maior est, quam *cd*. Et ita si plures essent circuli lineae semper minores erunt.



Ductis denique *tbl uck dq* ipsis *an xz* aequidistantibus. Et a punctis *c d* ipsis *tl uk* perpendiculares ducantur *ct du*. Dico *ct* maiorem esse *du*. Quoniam anim ob similitudinem triangulorum *bct cdu*, ita est [[4 sexti]] *bc* ad *ct*, ut *cd* ad *du*. Erit [[16 quinti]] permutando *bc* ad *cd*, ut *ct* ad *du*. Est vero *bc* maior *cd*; erit igitur *ct* maior, quam *du*. Ex quibus patet parallelam *dq* proximiorem esse *uk*, quam *uk* ipsi *tl*. Et ita in aliis si plures darentur circuli patet igitur, quod propositum fuit.

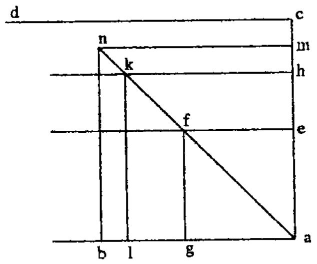
Praefata igitur demonstratio nihil valet. Lineae enim *ad xz* concurrunt. Et falsitas in hoc consistit. Nempe in illis verbis. (Quoniam si infiniti et caetera) Nam aliud est ducere lineam in infinitum absolute et simpliciter. Aliud est eam ducere per infinita spacia sive[1384] puncta terminata[1385]. Linea enim *ad* (quae in eius figura est *ik*) ut ostensum est esse quidem potest recta linea. Quocirca cum inquit (quoniam si infiniti describantur circuli infinitisque parallelis secentur et caetera) tunc recta linea *ad* ducetur per

[1383]primo *supplevi non legitur M*
[1384]spacia sive *in interl. M*
[1385]terminata *in interl. M*

spacia sive[1386] puncta infinita semper tamen terminata[1387] non tamen linea absolute in infinitum protrahitur. Ut Proclus et iam in primum Euclidis librum pag. 222 efficit.

Neque enim iis quae diximus obstat, quoniam ipse in demonstratione posticipit, ut secundum punctum sumatur. Proximius primae[1388] lineae parallelae quo ad fieri potest. Et sic tertium, et quartum punctum et caetera. Nam sumatur punctum e, lineae an proximum[1389]. Deinde ducatur recta linea $aefhs$. Si igitur per puncta $efhs$ lineae ducantur ipsi an aequidistantes. Erunt ad unguem interse, sicut ipse in[1390] eius demonstratione posuit. Fallacia vero huic similem per rectas lineas efficere possumus hoc pacto.

[151] |



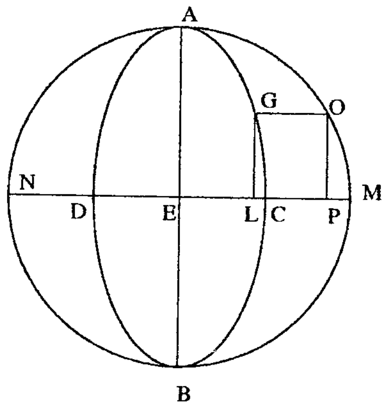
Sint ab cd parallelae, sitque ac ipsis perpendicularis; quae bifariam dividatur in e. Ducaturque ef ipsi ab aequidistans. Factaque ag ipsi ae aequali. Ducatur gf ipsi ac aequidistans. Deinde divisa ec bifariam in h, factaque al aequali ah; similiter ab ipsis aequidistantes ducantur hk lk. Adhuc deinceps eadem ratione eodemque ordine ducantur mn bn. Iungantuque af fk kn. Et hoc modo semper fiat. Manifestum est $afkn$ cum cd cuncurrere non posse. Divisio enim facta in ac semper per dimidium, quod relinquitur, numquam ad c pertingere potest. Attamen an recta est linea. Quadrata enim sunt an ak af circa diametrum an. Huiusque falsitas similis est praedictae.

Pagina 101 eiusdem libri reprehendit auctor Apollonium, qui demonstratio vigesimaeprimae propositionis primi libri *Conicorum* non sit neque una neque[1391] [utilis]. Quando hyperbole, ellipsis, et circulus habent commune

[1386]spacia sive *in interl. M*
[1387]semper tamen terminata *in interl. M*
[1388]primae *in interl. M*
[1389]proximum *in interl. M*
[1390]in *bis M*
[1391]neque una neque *in interl. M*

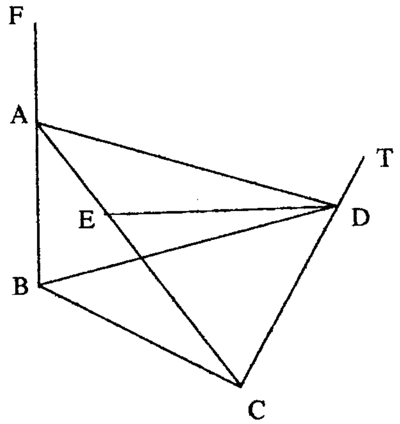
[genus] innominatum. Sed haec ratio nihil prorsus valet. Nam Apollonius non demonstrat hoc per genus. Sed applicanda sunt verba demonstrationis seorsum unicumque figurae. Siquidem Apollonius nominatim particulariterque inquit hoc accidere, hyperbolae ellipsi, et circulo hoc est omnibus hyperbolis, et omnibus ellipsibus, et omnibus circulis[1392]. Ob hanc [vanam] rationem multa in libris *Conicorum* male demonstrata essent.

| Sit ellipsis *adbc* cuius axes *ab dc*. Describatur centro *e*, circulus *anbm*. Ubi- [152]
cumque autem in ellipsi sumatur punctum *g* a quo axibus aequidistantes ducantur *gl go*. Ducaturque *op* ipsi *gl* aequidistans. Dico ita esse rectangulum *nem* ad *npm*, ut *dec* rectangulum ad rectangulum *dlc*.



Quoniam enim rectangulum *nem* est aequale quadrato ex *ae*. Ipsum vero rectangulum *npm* est aequale quadrato ex *op*. Est vero quadratum ex *op* quadrato ex *gl* aequale. Cum sint lineae *op gl* aequales, erit quadratum ex *ae* ad quadratum ex *gl* ut rectangulum *nem* ad rectangulum *npm*. Sed [[21 primi *conicorum* Apollonii]] ut quadratum ex *ae* ad quadratum ex *gl*, ita est rectangulum *dec* ad rectangulum *dle*. Ut igitur rectangulum *nem* ad *npm*, ita rectangulum *dec* ad *dlc*. Quod demonstrare oportebat.

[1392] hoc est omnibus hyperbolis, et omnibus ellipsibus, et omnibus circulis *in interl. M*



Sit rursus *as* lineaque [altitudinis] circuli, quae[1393] perpendicularis ad planum *bcd*. Transeant[1394] vero per *ab* duo plana *abc abd*. Sitque linea *bc* ipsi *cd* perpendicularis. Dico angulum *acd* ipsi *bcd* aequalem esse. Angulum vero *cbd* maiorem esse *cad*. Angulum vero *bdc* angulo *adc* minorem

Quoniam enim *ab* est plano *bcd* erecta, erit planum *abc* erectum plano *bdc*, et est *dc* communi sectioni *bc* perpendicularis, ergo erit *cd* plano *abc* erecta. Quare angulus *acd* rectus angulo *bcd* recto est aequalis. Quia vero *abc* est angulus rectus, erit *ac* maior, quam *bc*. Itaque fiat *ce* aequalis *cb*. Iungaturque *ed*. Quoniam igitur duo latera *cd ce* duobus lateribus *cd cb* sunt aequalia, angulique *ecd bcd* interse sunt aequales, cum sint recti, erit angulus *edc* ipsi *bdc* aequalis. Quare cum sit *edc* minor, quam *adc*. Erit *bdc* minor quoque angulo *adc*. Quae demonstrare oportebat.

Hinc sequitur angulum *bdf* angulo *adf* maiorem esse. Quandoquidem *cdb bdf* simul sunt aequales ipsis *cda adf* simul sumptis. Ambo enim sunt duobus rectis aequales, estque *bdc* minor *adf*.

Hinc similiter ostendetur, si producatur *ba* in *g*. Ductaeque fuerint[1395] *cg gd* esse[1396] angulum[1397] *gcd* rectum[1398] angulum[1399] vero *cgd* adhuc minorem

[1393] rursus *as* lineaque [altitudinis] circuli, quae *in interl. M*

[1394] *ante* Transeant *del.* obiectum sit similiter recta linea *bc* perpendicularis vero linea a puncto ξ ducta ad *bc* cadat in *bc*, sitque [*u*] *M*

[1395] fuerint *in interl.* *ex* essent *M*

[1396] *post* esse *del.* *aliquot literas M*

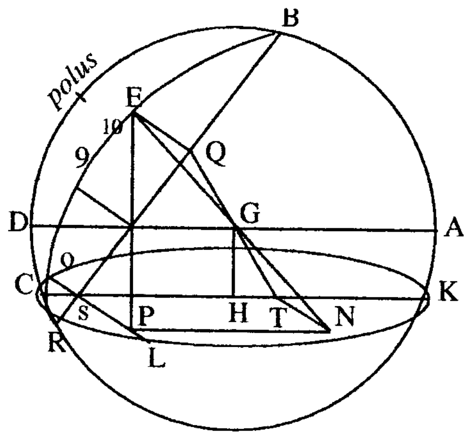
[1397] angulum *ex* angulus *M*

[1398] rectum *ex* rectus *M*

[1399] angulum *ex* angulus *M*

angulo *cad*, angulumque[1400] *adc* minorem angulo *gdc*.

| De horologiis describendis [153]



Sit sphera, cuiusque meridianus *abc*, cuius et horizontis communis sectio sit *ad*. Tropicus aestivus *ber*, cuius in meridiano diameter *br* horizontem secans in *f*. Sit centrum mundi *g*. Gnomonisque altitudo *gh*. Sitque horologii planum *klo*. *kc* vero sit plani horologii, et meridiani communis sectio. Sitque *lo* sectio communis plani horologii et tropici *ber*. Lineaeque *ck* *br* sive productae, sive minus, secent se se in *s*. Sit in tropico data hora quaelibet *e*, puta decima. Ducaturque *egn*. Erit utique *n*[1401] punctum horae decimae tropici aestivi in plano horologii. Ducatur *efp*. Sitque *p* in plano *klo*. Et quoniam *efp* est in plano tropici, erit *p* in linea *ol*, quae in eodem est plano . . Iungatur *np*. Ducaturque *eq* ad *br* perpendicularis. Ducaturque *qgt*. Quae quidem cadet in linea *ck*, cum sit *qgt*[1402] in eodem plano linearum *qs* *sk*. Denique iungatur *tn*. Quoniam igitur lineae *egn* *efp* planis secantur parallelis nempe ab horizonte, et plano horologii *klo*, erit *eg* ad *gn*, ut *ef* ad *fp*. Quare linea *np* aequidistans est lineae *agd*. Ac propterea est 17 undecimi
etiam aequidistans lineae *ck*. At vero quoniam plana *ber* *klo* sunt meridiano *abc* erecta, erit eorum communis sectio *lso* plano *abc* erecta[1403]. Ac per

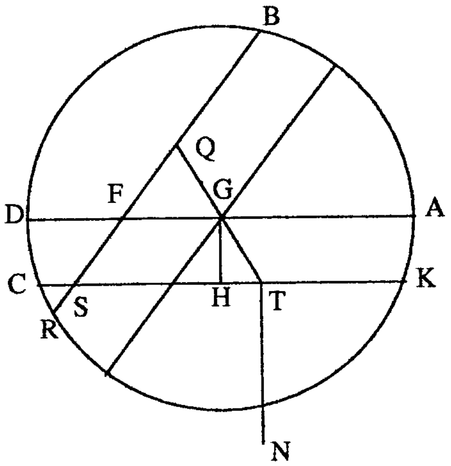
[1400] angulumque *ex* angulusque *M*
[1401] *n in interl. M*
[1402] *qgt in interl. M*
[1403] erecta *in interl. M*

consequens lineae[1404] *kc* perpendicularis. Et quoniam *eq* est perpendicularis *br*, erit *eq* plano *abc* perpendicularis. Unde *ls eq* sunt aequidistantes. Quare erit *ef* ad *fp*, ut *qf* ad *fs*. Et quoniam sunt *gf ts* parallelae, erit *qf* ad *fs*, ut *qg* ad *gt*. Est igitur *qg* ad *gt*, ut *ef* ad *fp*. Sed *ef* ad *fp* est ut *eg* ad *gn*; ergo *eg* ad *gn* est ut *qg* ad *gt*. Ac propterea *nt eq* sunt parallelae. Et quoniam est *eq* plano *abc* erecta, erit et *nt* eidem plano erecta. Quare est ipsi *ls* parallela. Quod cum sint *ts np* parallelae, erit *nt* ipsi *ps* aequalis, suntque ambae ipsi *kc* perpendiculares.
Ad inveniendum igitur punctum *n*, ducatur *efp*. Ipsique *br* perpendicularis agatur *eq*. Ducaturque *qgt*. Et a puncto *t* ad *ck* perpendicularis ducatur *tn*, quae fiat aequalis *sp*. Erit punctum *n* terminus horae decimae Cancri[1405] in plano horologii. Et ita in aliis.

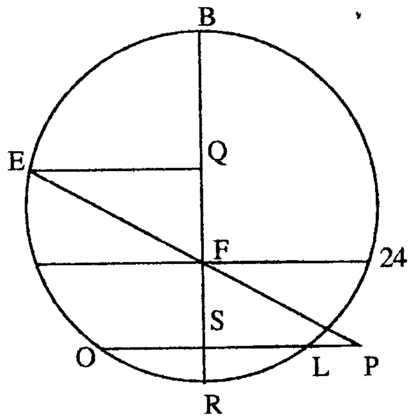
[154] |

Praxis

Prima figura



Seconda figura



Exponatur Analemma, ut in prima figura, ut fieri solet, sitque seorsum tropicus aestivus *bol*, ut in 2ª figura, qui dividatur more solito in 24 partes aequales initio sumpto in horizonte occiduo. Sitque punctum *e* hora 10ª et in hac figura fiat *fs* aequalis *fs* primae figurae. Ducaturque *osl* ad *br*

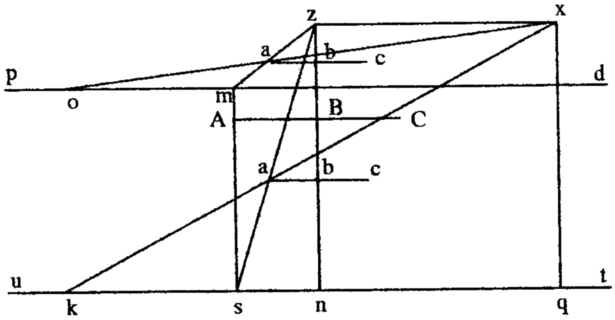
[1404] lineae *ex* lineis *M*
[1405] Cancri: *inserire il simbolo*

perpendicularis. Iungaturque ef, et producatur ad p. Ducaturque eq perpendicularis ipsi br. Fiat deinde in prima figura fq aequallis fq 2^{ae} figurae. Ducaturque qgt. Ipsique kc perpendicularis ducatur tn, quae fiat aequalis lineae sp in secunda figura existenti. Erit utique n in prima figura[1406] punctum horae 10 Cancri[1407]. Intelligendo nempe planum abc per plano horologii in quo linea meridiana erit kc, et c ad septentrionem. Gnomon vero in h collocandus est, cuius altitudo est hg. Et ita in aliis horis.

[1406] in prima figura *in interl. M*
[1407] Cancri: *inserire il simbolo*

[155] # | Della Prospettiva

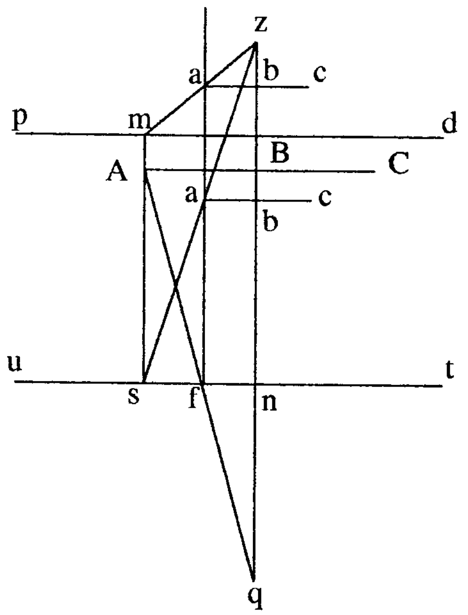
1° modo



Siano A B C li punti che si hanno da tirar in prospettiva, sia ut la commune settione della tavola, laqual sia perpendicolar al piano, e del piano. Sia nq la diatanza dalla tavola al piede, sia qx l'altezza dell'occhio perpendicolare a ut, et x l'occhio, sia nz prependicolare a ut, et equale a qx, e volendo tirar il punto aA in prospettiva, tirisi dal punto A As perpendicolar a ut, e facciasi sk equale a a sA e tirisi sz et kx, e dove le se intersecano (come in a) rappresentaranno il punto A in prospettiva e nel medesimo modo si tiraranno gl'altri punti, e volendo alzar il punto A, tirisi pd parallela a ut tanto alta da ut quanto si vuol che sia alto il punto A, e si tiri Am perpendicolare a pd, e facciasi mo aequale a As, e si tiri mz et ox e dove le se intersecano, rapresentaranno il punto A in prospettiva alzato, e nel medesimo modo si faranno gl'altri punti. In questo modo ci serviamo delli punti x z

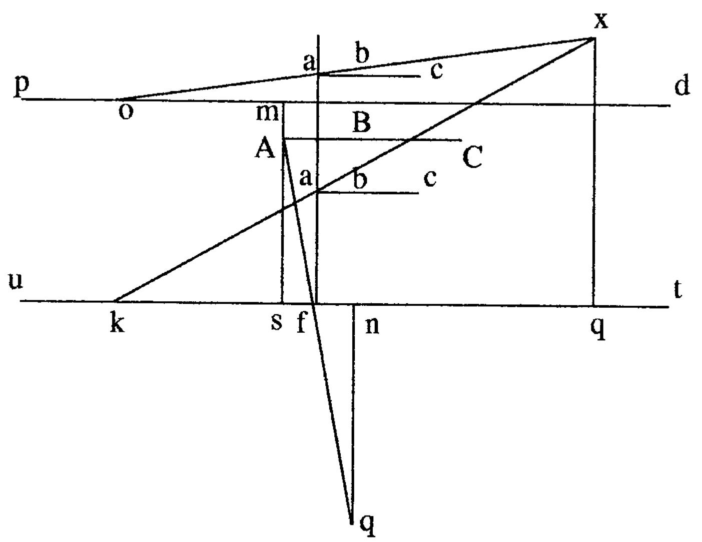
2° <modo>

Servendosi della medesima costruttione, tirisi Aq, laqual seghi ut in f, e dalli punti A f si tirino As fa perpendicolari a ut, e si tiri sz e dove la sega fa sarà il punto a tirato in prospettiva, e volendo alzar in pd, slunghisi fa, e sia Am perpendicolare a pd, e si tiri mz e dove le se intersecano, sarà rapresentato il punto a elevato. In questo modo ci serviamo delli punti q z.



| [156]

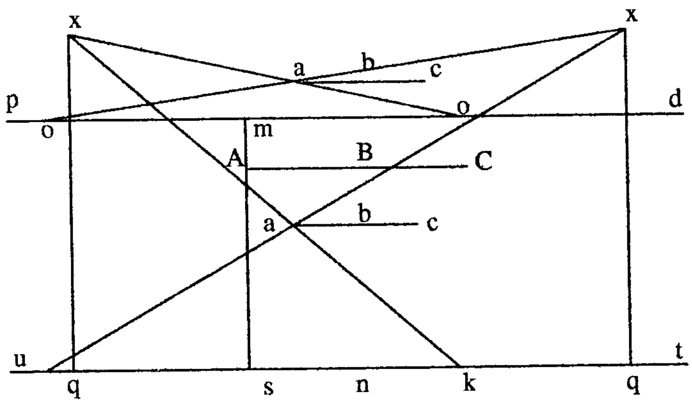
3° <modo>



Facciasi come nella seconda e si faccia *sk* et *mo*, aequale a *sA* come nella prima, e si tirino *kx ox*, e dove le intersecano[1408] *fa* sarà il punto *A* tirato

[1408] *ante* intersecano *del.* *aliquot literas M* in perspectiva, cosí in ut come in pd. In questo modo ci serviamo delli punti q x.

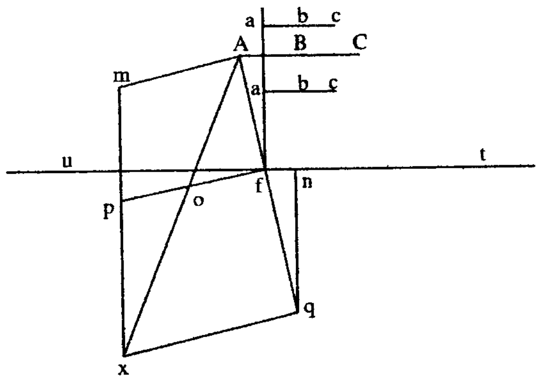
4° <modo>



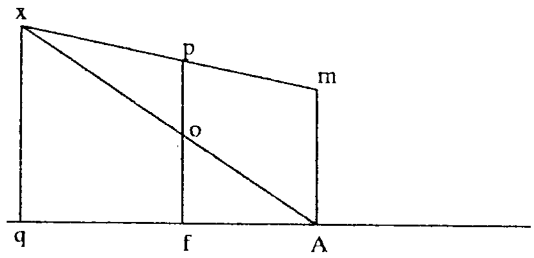
Facciasi come nella prima, e si tirino le doi kx, e nell'altezza pd, le doi ox, e dove le se intersecano rappresentaranno il punto A et in questo ci serviamo di due punti x x senza il z.
Le dimostrationi di questi quattro modi saranno più di sotto[1409].

[157] |

5° <modo>



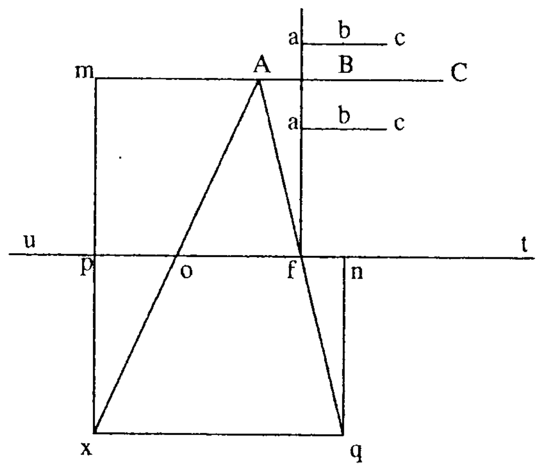
[1409] *ante* saranno più di sotto *del.* dipendono dalla dimostratione del Commandino nel principio del comento sopra il planispherio di Tolomeo *M*



Sia *ut* la tavola, *nq* la distanza dalla tavola al piede, e si tirino *Aq Bq Cq*, e se si vol tirar in prospettiva il punto *A* tirisi *qx* perpendicolar'a *qA* tanto longa quanto[1410] è l'altezza dell'occhio, di poi si tiri *xA*, e dal punto *f* dove *qA* sega la tavola *ut* si tiri *fo* perpendicolare a *qA*, et è manifesto che se noi elevaremo il triangolo *Aqx* per pendicolare al piano, i punto *A* ci parerà in *o*, tirisi adunque *fa* perpendicolare a *ut*, e facciasi *fa* aequale a *fo*, il punto *a* rapresentarà il punto *A* in perspettiva, e volendolo alzare tirisi *Am* perpendicolare a *qA*, e si tiri *xm*, laqual seghi *fo* slongata in *p*. *op* sarà la sua altezza perché se ci immaginaremo che'l quadrilatero *Aqxm* sia elevato perpendicolarmente sopr'al piano, il punto *m* parerà in *p*, slungata adunque *fa* facciasi *aa*, equale a *op*, il punto *a* di sopra rapresentarà il punto *A* elevato in *m*, e cosí si procederà negli altri punti, et accioché le cose vengano manco confuse, si potrà far tutti li triangoli e quadrilateri separati.

| [158]

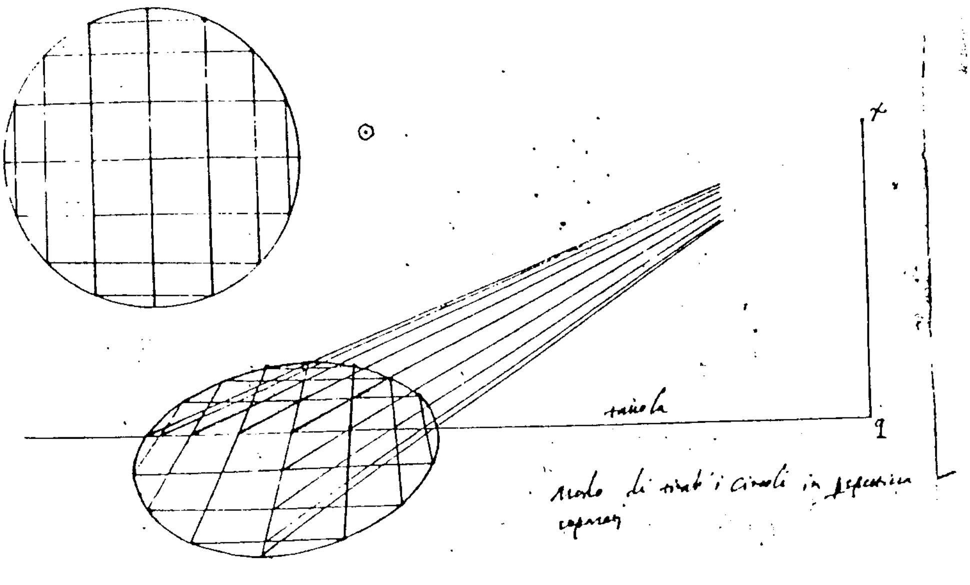
6° <modo>



[1410] quanto *in interl. M*

Siano le medesime distanze, et altezze, come in questa di sopra e sia qx parallela a ut, e si tirino qA Ax, e si tiri fa perpendicolare a ut, e si facci fa equale a fo, il punto a rappresentarà il punto A in perspectiva, perché essendo li doi triangoli Aqx di questa figura e di quella di sopra, li quali per la 4ª del sesto hanno fo parallela a qx, e la proporzione che hanno le doi qx a qA, la medesima hanno le doi fo a fa, e perché le doi qc e le doi qA, e le doi fA sono equali, di necessità ancora le doi fo saranno equali, e volendo alzare il punto A, tirisi Am parallela a ut, e si tiri mx, e slungata fa facciasi AA equale a op, che per la medesima ragione sarà equale alla op della figura di sopra.

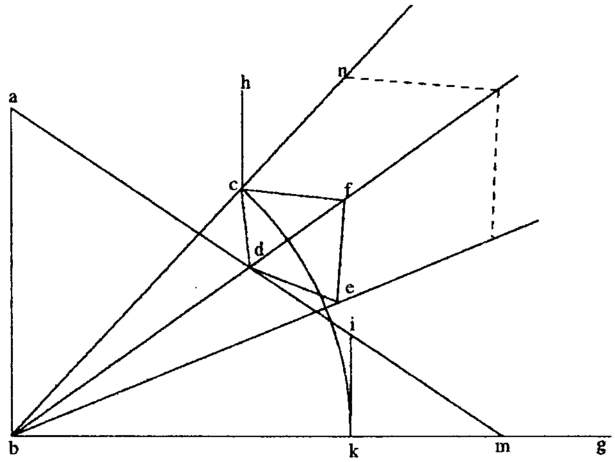
Per questi doi ultimi modi vedi la propositione 14 e nella 15 si mostra il 7° modo da tirar in perspectiva.



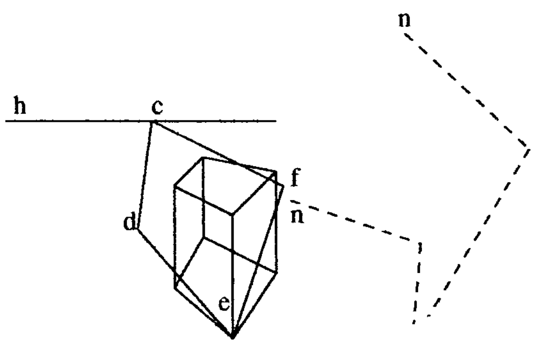
Modo di tirar i circoli in perspectiva separati

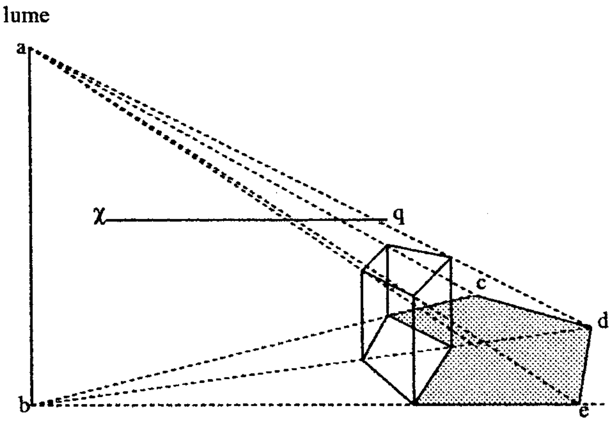
| Modo di metter l'ombre in piano per tirarle in perspettiva [159]

Sia *b* il puno nel piano, che cadendo la perpendicolar dal lume al piano, cada in *b*, sia l'altezza del lume *ab*, e si tiri *bg* perpendicolar a *ba*, sia il corpo, la base del quale sia *cdef*, e la sua altezza *ch*, e si tirino *bc bf be* in infinito, le quali saranno commune sectioni del piano, e dell'ombre che passano per gl'angoli, di poi si facci *bk* equale a *bc*, e si tiri *ki* perpendicolar a *bk*, e si facci equale a *ch*, laqual sarà parallela a *ba*, e si tiri *ai* laqual seghi *bg* in *m*, e si faccia *cn* equale a *km*;



cn sarà il termine dell'ombra, perché se ci immaginaremo il lume ellevato sopr'al *b* dell'altezza di *ba*, e che erett, al medesimo piano, li triangoli *abn ikm* saranno equali alli triangoli *nbc* del lume, et *hcn*, e nel medesimo modo si procederà nelle altre ombre.

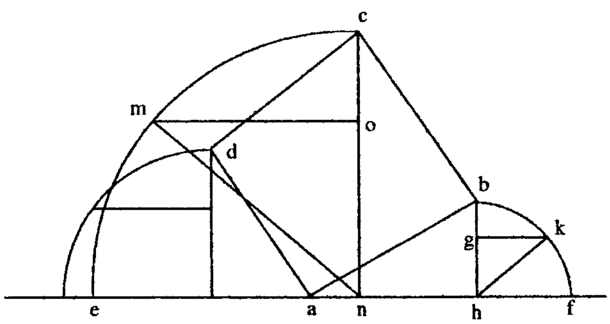




Si pò ancora, tirato che si ha il corpo in perspettiva, e posto il punto *b*, si tiri *ba* perpendicolare al piano, laqual sarà parallela alle perpendicolari del corpo tirato in perspettiva e dal *b* si tirino le linee agl'angoli della base di sopra e dove se intersecano, come in *c d e* saranno li termini dell'ombra.
E tirato che si ha le ombre in perspettiva, procedendo al contrario, si trovarà dove è *ab*, tirando dalli termini dell'ombre agl'angoli, e veder dove le se intersecano.

[160] |

Per far le piante
Modo di trovar dove cascano le perpendicolare in un piano da una superficie inclinata a quel piano
1ª propositio



In questa figura il punto *a* tocca il piano[1411].

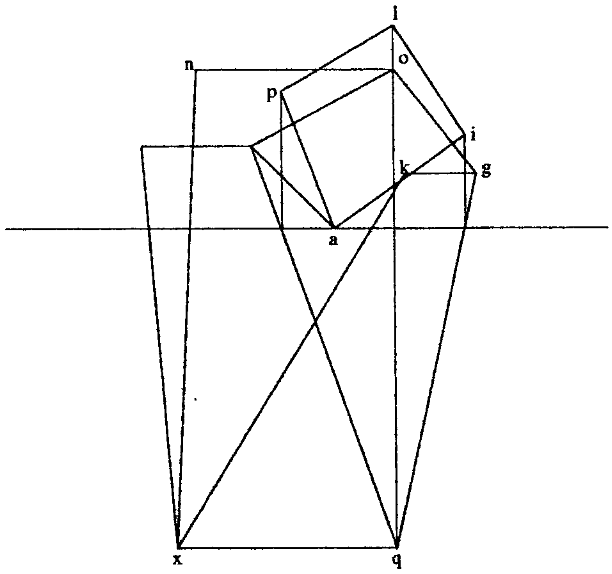
[1411] In questa figura il punto *a* tocca il piano *in marg. M*

Sia *abcd* il rettilineo inclinato al piano, e sie *ef* commune settione del piano e del piano che passa per il rettilineo *abcd*. Tirisi *bh* perpendicolare a *ef*, e sia il *b* in *g*, cioè essendo inclinato il *b* e cadendo la perpendicolare nel piano cada in *g*, e per trovar dove *c d* caderanno nel piano, facciasi *hf* equale a *bh*, e si descriva la quarta del circolo *bf* essendo il centro *h*, e si tiri *gh* parallela a *hf*, prima dico che *gk* è l'altezza della perpendicolar che casca dal *b* in *g* essendo la superficie inclinata, perché se ce immaginaremo *hf* eretta perpendicolarmente sopra il piano insieme con la quarta *bkf* e che *bh* resti nel piano, è manifesto che *gk* sarà perpendicolare al piano, e se la superficie *abcd* fusse perpendicolar sopr'al piano, il punto *b* saria in *f* e la sua perpendicolar saria *fh*, et inclinatosi, il punto *b* sempre toccarà la quatrta *fkb* e perché havemo posto che la perpendicolar che casca dal *b* della superficie inclinata caschi nel *g*, di necessità adunque il *b* sarà in *k*, e la sua perpendicolar et altezza sarà *kg*. Hora per saper (essendo *b* in *g*) dove sarà il *c*, tirisi *cn* perpendicolare a *ef*, e si facci *ne* equale a *cn*, e sia centro[1412] *n* si descriva la quarta del circolo *ce*, e perché li punti *b c* inclinandosi caminano proportionalmente nella loro quarte dei circoli, facciasi che la medesima proportione habbia *em* a *mc* che ha *fk* a *kb*, cioè facciasi l'angolo *enm* equale a *fhk* e si tiri *mo* parallela a *ef* il punto *o* sarà dove il *c* cascarà nel piano, e la sua altezza sarà *mo*, che per la medesima ragione, se ce immaginaremo *ne* eretta al piano, in quel medesimo tempo che *b* sarà in *k* il *c* sarà in *m* e così si faranno gl'altri punti.

Corollario

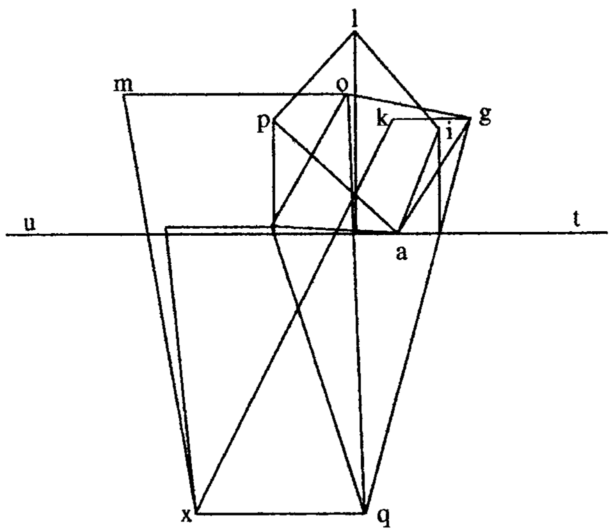
E da questo è manifesto che se *abcd* non sarà inclinata, ma eretta perpendicolarmente sopr'al piano, il *b* sarà in *h* e la sua altezza sarà *bh*, et il *c* sarà in *n*, e la sua altezza sarà *cn*, e così gl'altri saranno nella linea *ef*.

[1412] *ante* centro *del.* il *M*

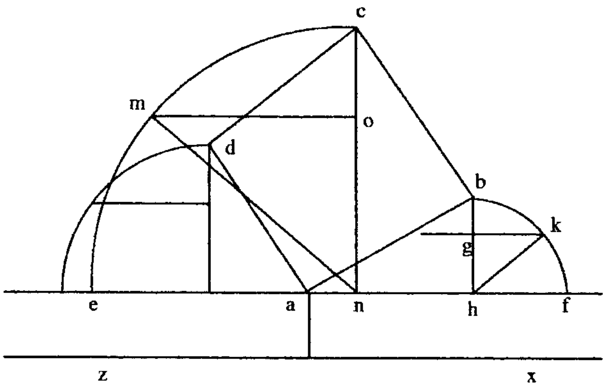


nilp rapresenta in perspectiva la figura *abcd* inclinata come di sopra.

[161] | La medesima solamente mutata la settione *ut*



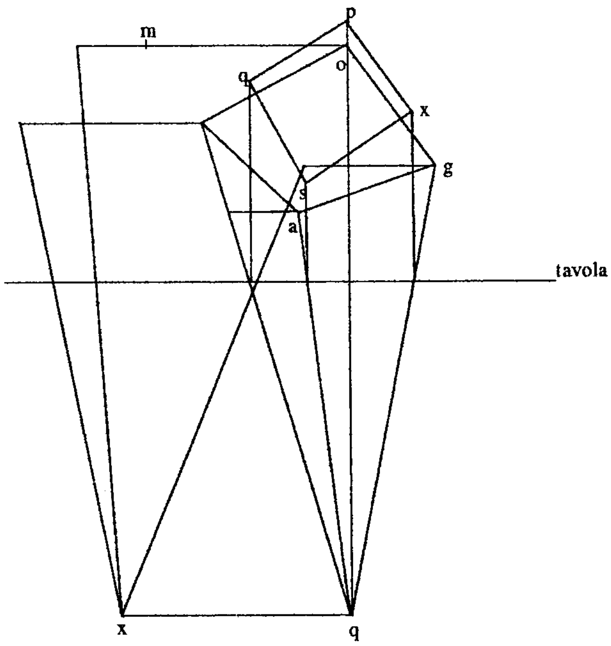
2ª <propositio>



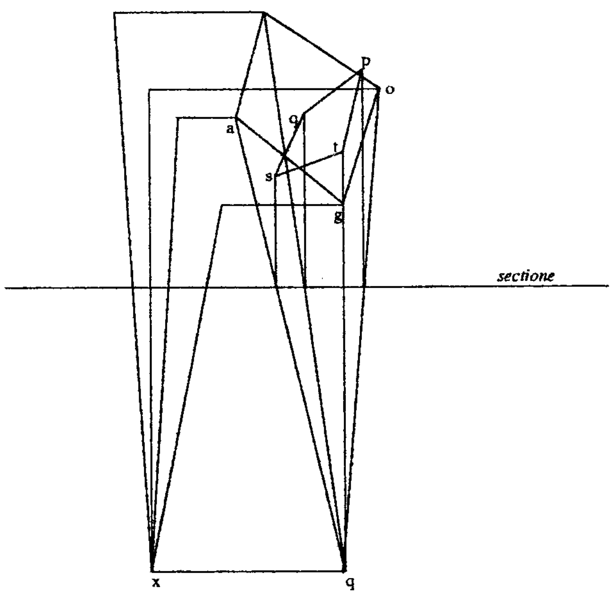
Se la figura *abcd* sarà tutta elevata dal piano zx, cioè che neanche il punto a tocchi il piano zx, e che voliamo sapere dove caderanno le perpendicolare da *abcd*, tirisi ef, che passi per a, laqual sia in un medesimo piano con *abcd* e l'altezza delli piani si a*at* perpendicolare al piano zx, e se c'immaginiamo che per ef passi un piano equidistante al piano, che passa per zx, e per la pesedente troviamo le perpendicolare che cascano nel piano ef, che se le si slungaranno fin al piano zx, per essere li piani paralleli, e per esser le linee perpendicolare a tutti doi li piani, faranno la medesima figura nel piano di sotto zx, come nel piano ef, e l'altezza del b sarà kg agiunteli l'altezza che è da un piano all'altro, laqual sia gu, equale a ta, perché se ce immaginaremo, come nella precedente, che hf insieme con la quarta fkb sia eretta sopra al piano ef, e che *hb* resti nel detto piano, e chel b sia in k, gk sarà perpendicolar al piano ef, laqual slongata sarà perpendicolar al piano zx e per esser ug l'altezza da un piano all'altro, il punto u, sarà nel piano zx et uk sarà l'altezza dal b al piano zx, aggiunta adunque a mo l'altexzza che è da un piano all'altro, tutta insieme sar'a l'altezza cheè dal c al piano zx, e così si procederà negl'altri punti.

E nel modo che si sa l'inclinatione delli rettilinei, nel medesimo modo si saprà quella dei curvilinei o sia circolo, elipse, parabola, hyperbola, o qualsiasi altra figura descrivendoli dentro una figura rettilinea, che habbia molti lati, della quale si saprà la sua inclinatione, per le precedenti.

[162] |

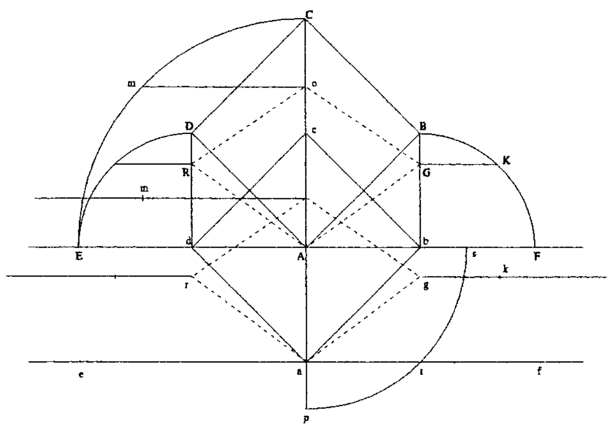


stpa rapresenta in perspettiva la figura *abcd* inclinata come in questa di sopra.



La medesima solamente mutata la settione.

| [163]



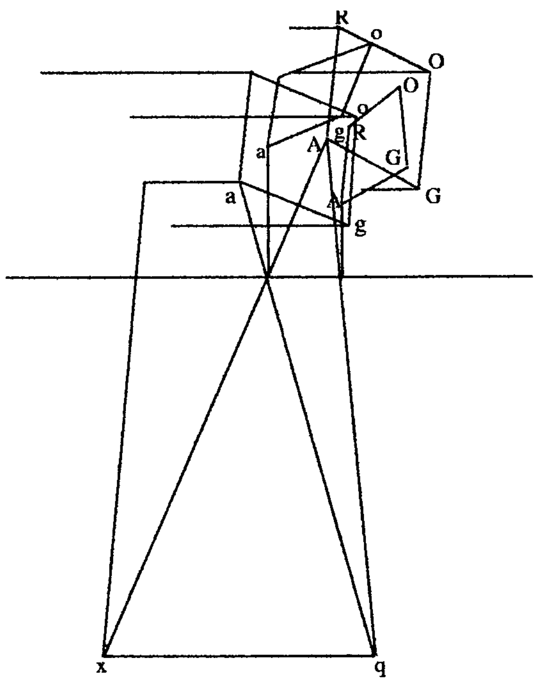
3ª <propositio>

Sia il corpo di superficie equidistante rettangolo la base del quale sia $ABCD$, et il punto A tocchi il piano et inclinata questa base al pianǫ per laprima propositione tirando[1413] EF commune settione trovaremo dove cascano le perpendicolare nel detto piano, che sarà $AGOR$, e sapremo le sue altezze. Sia AP l'altezza del corpo, e sia Ap perpendicolare a EF e fatto centro A si descriva la quarta ps, e facciasi che la proportione che ha FK a KB la medesima abbia pt ats, e si tiri ta perpendicolare a Ap. Prima dico che quando il punto B sarà in g, il punto p sarà in a, perché se c'immaginaremo che bF insieme con la quarta FKB sia eretta perpendicolarmente sopr'al pinao EF e che medesimamente As insieme con la quarta stp sia eretta sopr'al medesimo piano e che bB et Ap restino nel piano è chiara cosa che quando $ABCD$ sarà perpendicolare al piano che B sarà in F e che il punto p sarà nel piano in p; et inclinandosi la figura $ABCD$, il p s'inalzarà, e quanto s'inclinarà il B sopra la sua quarta FKB, tanto s'alzarà il p nella sua pts. Adunque quando il B sarà in K, il p sarà in t e la sua altezza sarà ta, per le cose dette nelle precedente, e per essere il corpo parallelepipedo descrivasi dal punto a $abcd$ equale a $ABCD$ e similmente posta laquale ne rapresentará la base di sopra, che è equidistante a quella di sotto, e si tiri

[1413] *ante* tirando *del.* della precedente *M*

ef parallela a *EF* che passi per il punto *a*, e se c'immaginaremoun piano che passi per *ef* equidistante a quello che passa per *EF*, e per esser *ABCD* equidistante a *abcd*, e trovando le perpendicolare di *abcd* nel piano *ef*. Farà la figura *agor* simile et equale a *AGOR*, per haver quelle due base equal inclinatione alli doi piani paralleli, e per essere *at* l'altezza che è da *a* al piano che passa per *EF* aggiunda adunque a *gk* et alle altre altezze una linea equale a *ta*, tutte insieme saranno le altezze di *abcd* sopr'al piano che passa per *EF* per la 2ª propositione[1414], et *agor* per la medesima sarà la figura dove cascano le perpendicolare da *abcd* nel detto piano *EF*.
E se ben la superficie *ABCD* et *abcd* non sono rettangole, in goni modo si procederà nel medesimo modo. Purché l'altezze del solido siano ad angoli retti alle dette base *ABCD* et *abcd*.

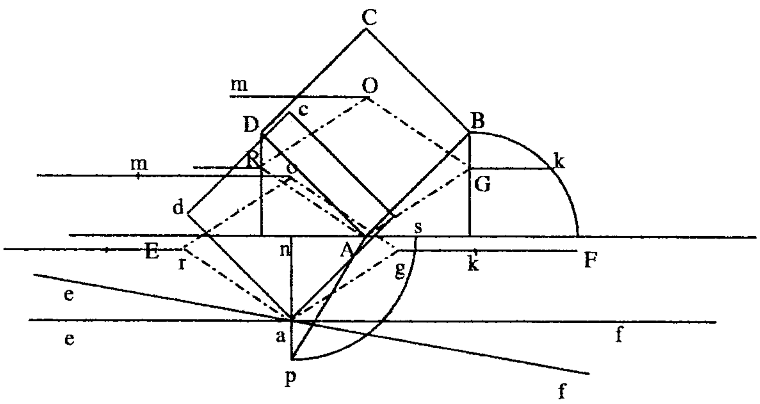
[164] |



Le lettere piccole *AGOR* et *agor* rappresentano in perspettiva *AGOR* et *agor*, e congiunte dipoi *Aa Gg Oo Rr* come qui sotto tutt'insieme rapresentarà tutto il solido in perspettiva.

[1414]propositione ex [[parte]] della precedente *M*

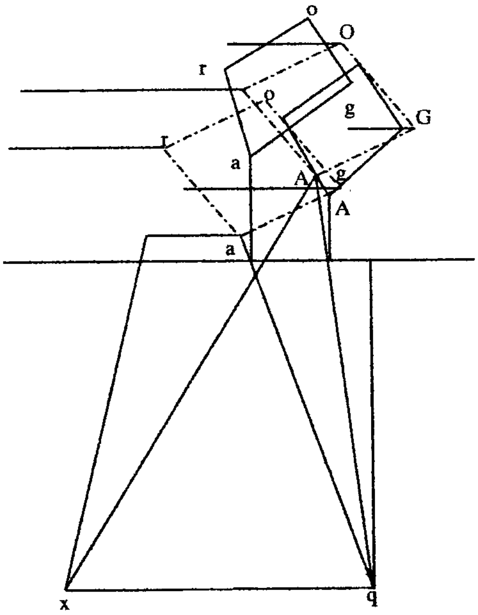
| [165]

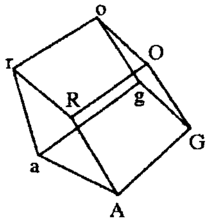


4ª <propositio>

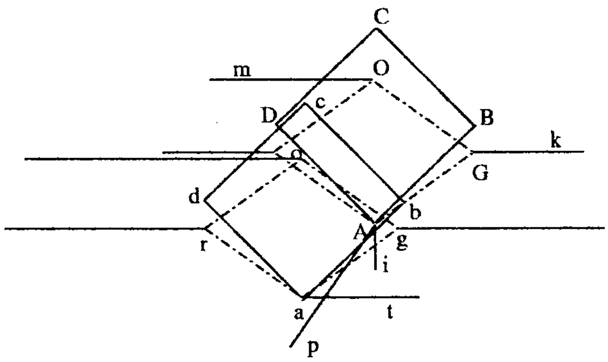
E se il solido non sarà rettangolo, tirisi *AP* che non sia perpendicolare a *EF*, ma che facci l'angolo *EAP* equale all'angolo del solido, e tirata *pn* perpendicolare a *EF*, e fatto centro *n* si descriva la quarta *ps* laqual si divida in *t* che la proportione che ha *FK* a *KB* la medesima habbia *pt* a *ts*, e si tiri *ta* perpendicolare a *pn*, che per la medesima ragione, quando *B* sarà in *G*, il *p* sarà in *a*, e la sua altezza sarà *at* e dal punto *a* si descriva *abcd* equale alla base di sopra del solido, o sia equale, o simile a quella di sotto[1415] o no, non importa, e si tiri *ef* equidistante a *EF* e si operi come si è detto di sopra, aggiungendo all'altezzze la quantità *at*.
E se *abcd* non sarà equidistante a *EF*, tirisi a traverso dov'ella è, e si veda l'inclinatione del rettilineo sopr'al detto piano, si operarà nel medesimo modo agiungendo alle altezze, la quantità *at*.
E sel solido haverà le base di molti lati si procederà nel medesimo modo.
| Le lettere piccole *AGOR* et *agor* rappresentano in perspettiva *AGOR* et *agor* le quale si congiungeranno come di sopra si è detto. [166]

[1415] a quella di sotto *in interl. M*

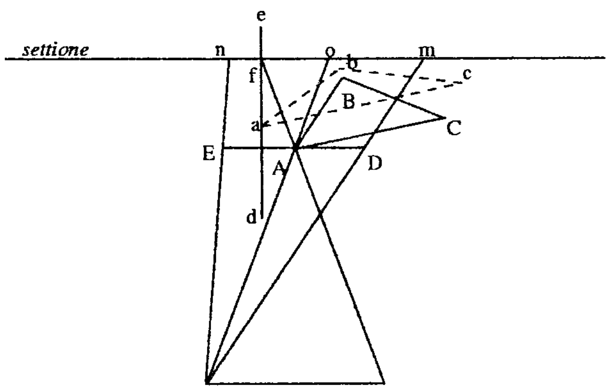

o
O
r
ρ
g
G
r
a
A
g
A
a
x
q


o
r
O
R
g
G
a
A

| 5^a <propositio> [167]

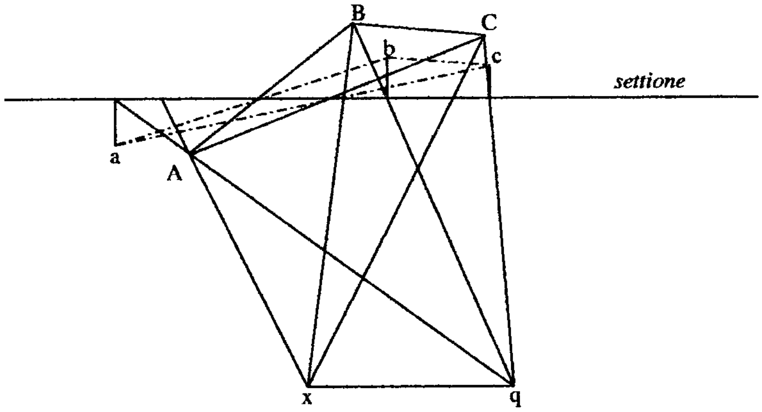


E se il solido non toccarà il piano, cioè che ne anche il punto A tocchi il piano. Sia Ai l'altezza, che è da A al piano, et aggiunte alle altezze di $AGOR$ la quantità Ai, tutte insieme saranno le altezze di $ABCD$, et $AGOR$ sarà la figura nel piano per la 2^a. Similmente agiunte a tutte le altezze di *agor* la quantità *ai* tutte insieme saranno le altezze di *abcd* per le cose dette. Nel metter'in perspettiva si operarà come di sopra.
| [168]



6^a <propositio>

Se la settione sarà di là della figura ABC che si haverà di tirar in perspettiva, sarà rapresentata in *abc* di sotto, immaginandoci chel piano che passa per la settione sia lungo in infinito dall'una e l'altra parte, cioè di sotto e di sopra, e se AD sarà l'altezza dal piano in giù, et aE dal piano in su, si tirino le linee xDm xEn, e si facci fa che è perpendicolare alla settione, equale a fo, et ad equale a om, et ae a on, e così il d rapresentarà il D et e rapresentarà l'E, et fd sarà equale a fm et fe a fn, l'occhio che è in x se intende alto dal piano in su, quanto è qx. Il piano s'intende dove è ABC, e la linea della settione, et il punto q perché tutti s'intendono et sono in un medesimo piano.

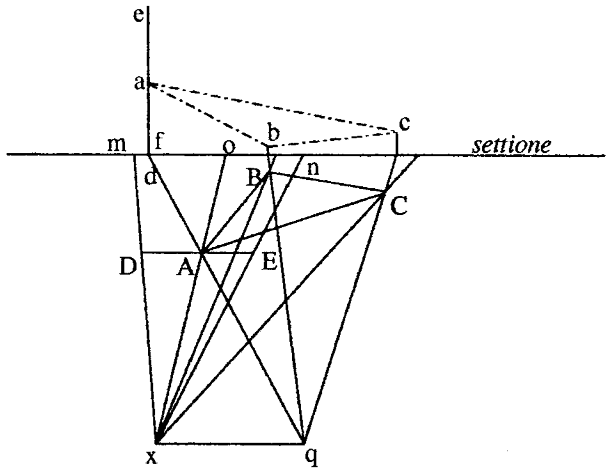


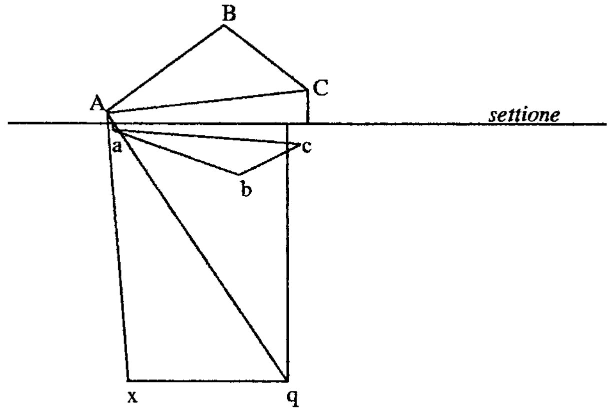
La settione lascia una parte della figura ABC di là, che è BC et una parte di qua, che è A.

[169] |

7ª <propositio>

Se l'occhio sarà abassato dal piano in giù quanto è qx, e che la settione sia di là della figura ABC, sarà rapresentata in abc di sopra, e se AD sarà l'altezza all'ingiù, et AE all'insu, si facci ae equale a on, et ad a om, d e rapresentaranno D E in perspettiva, et fe sarà equale a fn et fd a fm.

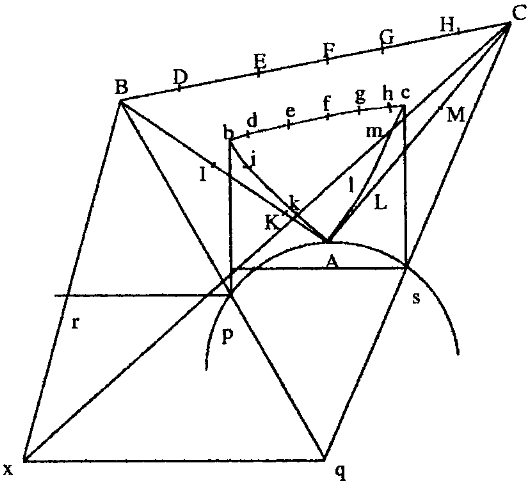




8ª <propositio>

Se l'occhio sarà medesimamente abassato in giù, e che la settione sia di qua dalla figura *ABC* sarà rapresentata in giù dove è *abc*.

[170] |



ABC è rapresentata nel convexo del cilindro.

9ª <propositio>

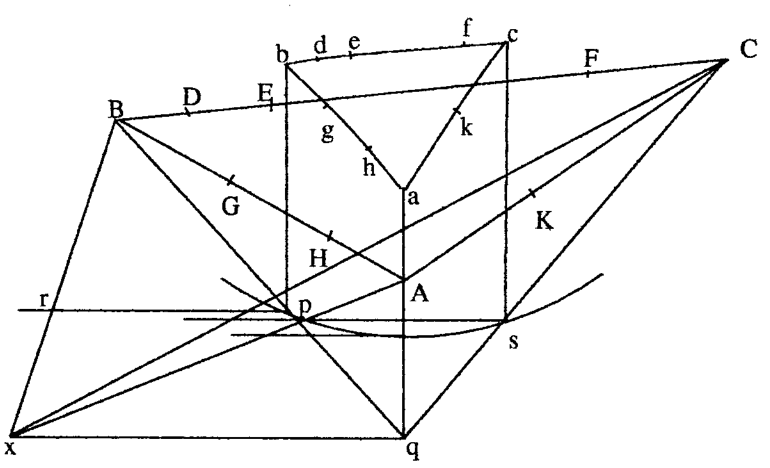
Sia *ABC* la figura che si ha da mettere in prospettiva, e sia la settione un cilindro retto la base del qual sia il circolo *pAs*, laqual sarà commune settione del piano dove è *ABC* e del cilindro, e volendo tirare il *B* in perspettiva tirasi *qB* e *fB*, e *qB* seghi il circolo in *p*, e dal punto *p* si tiri *pr* paralella a *qx*, et *xB* seghi *pr* in *r*, e dal punto *p* si tiri *pb* perpendicolare a *pr*, e si facci *pb* equale a *pr*. Dico che'l *B* sarà rapresentato in perspettiva nella superficie del cilindro in *b*, cioè se *pb* saràeretta perpendicolarmente sopr'al piano. Perché se ce immaginaremo che *pb* sia eretta perpendicolarmente sopr'al piano, e che un piano passi per *pr*, il qual sia anche egli perpendicolare al piano, è chiara cosa, (essendo il cilindro retto) che *pb* sarà comune settione del detto piano, e del cilindro, Adunque per le cose dette, il *B* sarà nella settione in *b*. Similmente volendo trovare il *C* tirasi *qC*, laqual seghi il circolo in *s*, e dal punto *s* si tiri una paralella a *qx*, e si operi come si è detto. Trovaremo che *C* sarà in *c*, e per esser la superficie del cilindro rotonda, non bisogna congiongere *Abc* con linee rette ma divider *ABC* in quante parte si vuole, e di tutte trovar dove le saranno nel cilindro, e poi congiongerle che così sarà rapresentato benissimo in perspettiva ogni cosa tirando le perpendicolar nel cilindro di[1416] dove le linee che si partono dal *q* segano il circolo, sicome si

[1416] *ante* di *del.* dove *M*

è fatto *pb* e *sc*.

E nel medesimo modo si farà se *pAs* sarà elipse.

| Questa è rapresentata nel concavo del cilindro. [171]



10ª <propositio>

In questa si opererà come nella precedente.

Nota

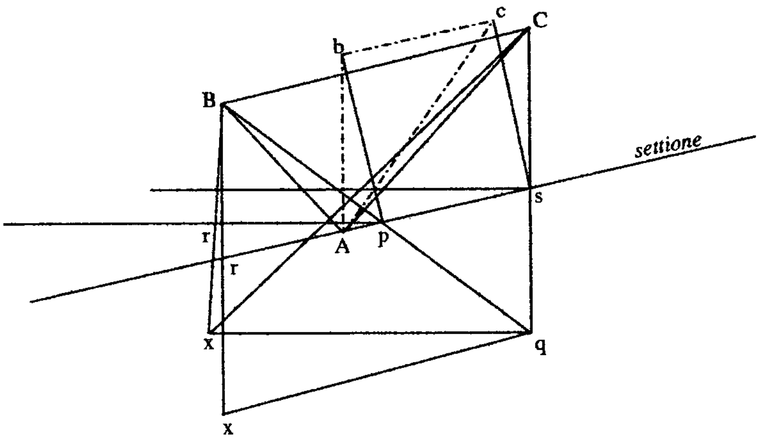
Et è d'avertir che la figura *abc* che si rapresenta in carta, non mostra come quella che è nella settione del cilindro, ma mostra le altezze et il sito dove vanno poste nel cilindro. E questo è da notar in tutte le altre simil settione.

11ª <propositio>

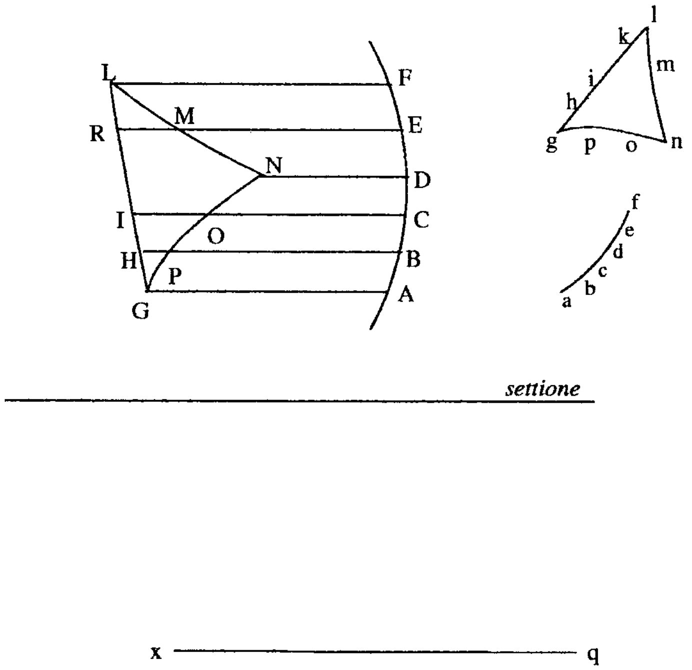
Similmente se la settione sarà parte convexa e parte concava e parte retta, si procederà nel medesimo modo come nelle due precedenti.

12ª <propositio>

E di qui nasce che la settione retta non sarà equidistante a *xq* si procederà come si è detto nella 9ª perché se *pb* sarà elevata perpendicolarmente sopr'al piano. *pb* sarà commune settione del piano che passa per *pr*, e della settione. E bisogna che *pb* et *cs* siano tirate perpendicolarmente alla settione, accioché venghi nel piano la figura *Abc*, equale a quella che viene nella settione eretta. E se faremo *qx* equidistante alla settione et operando come si è detto di sopra nel 6° modo, troveremo che ci tornerà il medesimo.



| [172]



13ª <propositio>

Se si vorrà mettere in perspettiva come pareno le figure nel cilindro, come nella 9 et 10. Piglisi la figura che è in carta con le altezze, e si metta in perspettiva con la veduta che ci parerà e sia per esempio la 10.

14ª <propositio>

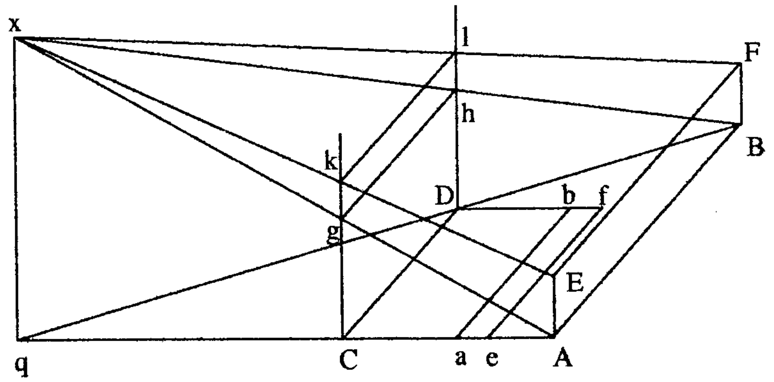
Sia qx l'altezza dell'occhio perpendicolar al piano qBA, sia $ACDB$ la figura[1417] e $CDAB$ parallele [1418], sia CDla commune settione del piano e della settione, sia $CghD$ la settione ad angoli retti sopr'al piano, laqual sia segata dalli raggi xA xB in g h. Li raggi segano le perpendicolar Cg Dh perché il punto A Cg qx sono in un medesimo piano, et il punto B Dh qx[1419] Sia qCA perpendicolare a CD AB et qDB una linea retta[1420].

[1417] *post* figura *del.* rettangola *M*

[1418] e $CDAB$ parallele *in interl. M*

[1419] Li raggi segano le perpendicolar Cg Dh perché il punto A Cg qx sono in un medesimo piano, et il punto B Dh qx *signo posito in marg. M*

[1420] et qDB una linea retta *in interl. M*



Dico che *gh* è parallela a *CD* et *AB*. Perché essendo *CD* paralella a *AB* et a *Cg Dh* paralelle a *qx* la medesima proportione ha *BD* a *Dq* che ha *Ag* a *gx*. Adunque la medesima proportione ha *Ag* a *gx* che ha *Bh* a *hx*. *gh* adunque è paralella a *AB* et a *CD*. E per esser gl'angoli *C D* retti *CghD* sarà paralellogrammo rettangolo e *gh* sarà equale a *CD* e *Cg* equale a *Dh*. Et è manifesto che *CDBA* parerà nella settione in *CghD*, e se si farà *Ca* equale a *Cg*, e *Db* equale a *Dh* et *Cg* congiungendo *ab*; la figura *CDba* nel piano q*BA* sarà equale a *CghD*, per esser tutte due rettangole.

Dimostratione per le altezze[1421]

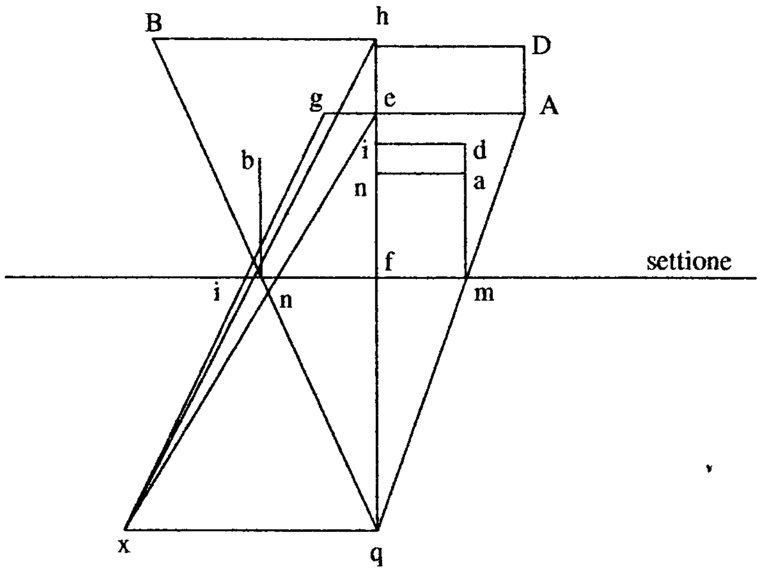
E se *AE BF* saranno equale e perpendicolare al piano. Tirisino li raggi *Ex Fx*, li quali segaranno la settione in *kl* per esser *AE Ck qx* in un medesimo piano, e similmente *BF Dl qx*. E tirata *kl*, Dico che *kl* sarà similmente paralella a *CD* perché la medesima proportione ha *Ax* a *xg* che ha *Bx* a *xh*, per esser li triangoli simili e la proportione che ha *Ax* a *xg* la medesima ha *AE* a *gk*, e la medesima ha *Bx* a *xh* che ha *BF* a *hl*, per la similitudine dei triangoli, adunque la medesima proportione ha *AE* a *gk*, che ha *BF* a *hl*, e permutando, la medesima ha *AE* a *BF*, che ha *gk* a *hl*, ma *AE BF* sono equale, Adunque *gk hl* sono equale, e gl'angoli *g h* sono retti adunque *kl* è parallela a *gh* et a *CD*.
E perché *gklh* rapresenta nella settione *AEFB*, facciasi adunque *ae bf* equale a *gk hl* congiungendo *ef* la figura *abfe* nel piano sarà equale a *gklh*.

[1421] Dimostratione per le altezze *signo posito in marg. M*

In questa propositione si vede anche la dimostrazione del 5° e 6° modo.

| 15ª <propositio> [174]

Dalla precedente si po cavar un'altro modo da tirar in perspettiva. 7° modo da tirare in perspettiva[1422]

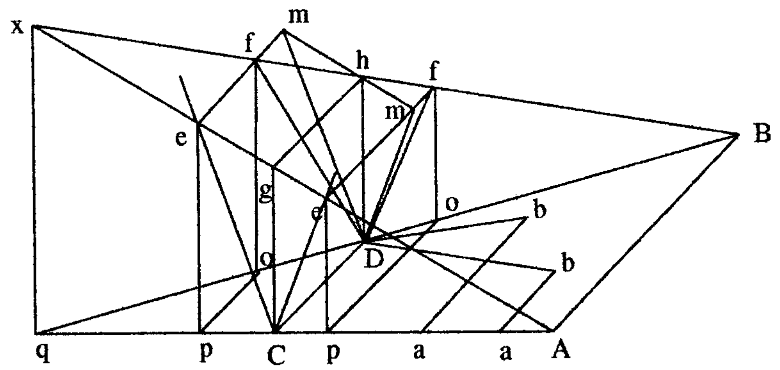


Siano A B li punti che si hanno da tirar in perspettiva, tirisi dal q qf perpendicolare alla settione, laqual si slunghi in infinito, e dal punto A si tiri AE parallela alla settione, e si tiri xe laqual seghi la settione in n, e si tiri qA laqual seghi la settione in m, e si tiri ma perpendicolare alla settione laqual si facci equale a fn. Dico che da chel punto a rapresenterà il punto A in perspettiva perché se faremo il paralellogrammo $fnam$, per le cose dette nella precedente, $fnam$ ne rapresenterà $feAm$, et il medesimo si farà negl'altri punti.

E se AD sarà l'altezza perpendicolarmente sopr'al piano, facciasi eg equale a AD, e perpendicolare a qe, e tirata xg, la qual seghi la settione in i, e slungata ma fin al d, e si facci ad equale a ni. il d rapresenterà il D. perché $nida$ rapresenterà $ehDA$.

[1422] 7° modo da tirare in perspettiva *signo posito in marg. M*

[175] | 16ª <propositio>

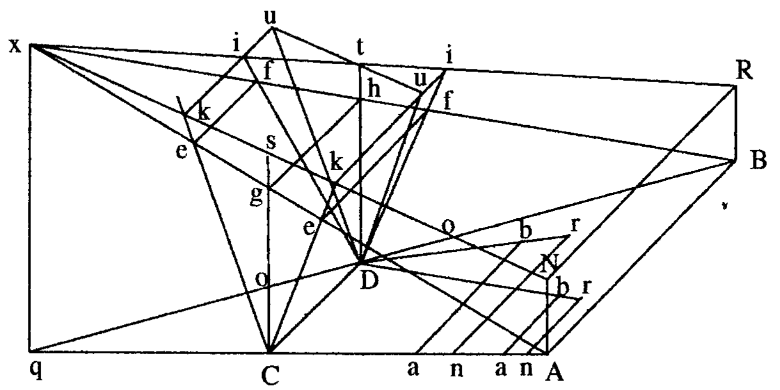


Sia qx l'altezza dell'occhio perpendicolare al piano qBa, sia $ABCD$ la figura che si ha da tirar in perspettiva, siano AB CD parallele, sia CD la commune settione del piano e della settione, sia $CefD$ la settione piana, ma non ad angoli retti sopr'al piano, e sia qCA paerpendicolare a CD et AB ; e volendo rapresentar nella settione la figura $ABCD$, tirisino li raggi xA xB liquali seghino la settione in ef, e tirata la linea ef è manifesto che $ABCD$ parerà in $CDef$, e volendo metter nel piano qAB una figura equale a $CefD$. Prima Dico che ef è paralella a CD.
Sia $Cghd$ la settione retta nella quale (per la 14) gh è paralella a CD. Tirisi dal punto h hm paralella a ge, laqual seghi ef in m, che per eseer il punto h nel medesimo piano che è ge, cioè nel piano xAB, hm sarà nel medesimo piano e si congiunga mD laqual sarà nel piano $CefD$[1423] e perché Cg Dh sono paralelle [[per la 10 e 15 del 11°]] e ge hm paralelle; l'angolo adunque Cge sarà equale all'angolo Dhm, e li piani Cge Dhm saranno paralelli, e perché Cge Dhm sono segati dal piano $CemD$, Ce sarà [[per la 16 del 11°]] paralella a Dm, e perché Cg Dh sono paralelle, e Ce Dm paralelle, l'angolo adunque gCe è equale all'angolo hDm, e perché gl'angoli Cge gCe del triangolo gCe sono equali all'angoli Dhm hDm del triangolo hDm, et il lato gC (per la 14) è equale al lato hD, adunque per la 26 del primo il triangolo gCe sarà equale al triangolo hDm e la linea ge sarà equale alla linea hm, em adunque cioè ef sarà paralella a gh et a CD, e volendo metter nel piano[1424] qAB, lequale cascaranno [[per la 38 et 18 del 11°]] nelle linee

[1423] e si congiunga mD laqual sarà nel piano $CefD$ *in interl. M*
[1424] piano *in interl. M*

qA qB, per esser li piani qBx qAx perpendicolari al piano qAB e congiunta po, la linea po sarà equale e paralella a ef, Perché essendo ef paralella a CD la sarà anche paralella a AB, et ep fo sono paralelle [[per la 2 del 6°]]a qx. Adunque la medesima proportione ha Ae a ex che ha Bf a fx, e che ha Ap a pq che ha Bo a oq. Adunque po è paralella a AB et a ef et CD: e gl'angoli della figura $pefo$ saranno retti, adunque $pefo$ sarà pralellogrammo rettangolo, e po sarà equale a ef. Facciasi poi Ca equale a Ce e dal punto a si tiri ab equale e paralella a po, e congiunta Db la figura $CDba$ sarà simile et equale a $CefD$ perché CD è commune, e Ca è equale a Ce e l'angolo eCD è retto per esser CD perpendicolare al piano qAx, et equale a DCa, et ab è equale a ef e paralella a CD, quella che resta adunque cioè Db sarà equale a Df.

| [176]



le altezze[1425]

Siano AN BR equale e perpendicolare al piano qAB, e si tirino li raggi xN xR. liquali seghino la settione inclinata in k i. Prima dico che slungate le linee Ce Df le saranno segate dalli raggi xN xR. Perché essendo AN qx xA in un medesimo piano per esser il piano qaX perpendicolare al piano qAB, xN adunque sarà nel medesimo piano, slungata adunque Ce, per esser nel medesimo piano sarà segata da xN, e sia in k.

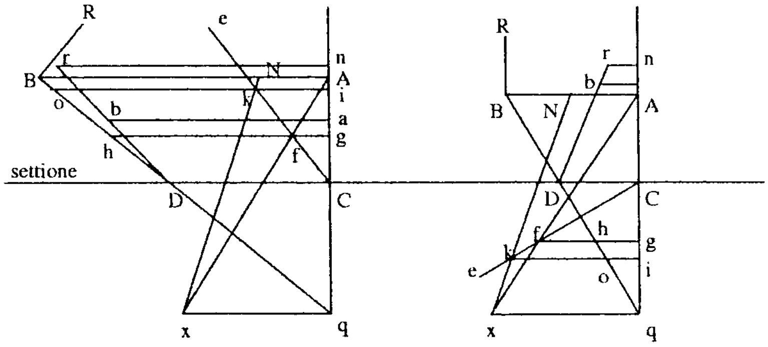
Similmente per esset qx xB BR xR Df in un medesimo piano, slungata adunque Df sia segata da xR in i, e si tirino NR ki è manifesto che $ANRB$ parerà nella settione in $ekif$ e ki sarà paralella a ef, perché essendo $gsth$ la

[1425]le altezze *signo posito in marg. M* settione ad angoli retti (per la 14) st sarà paralella[1426] a gh et a ef, e Cs sarà equale a Dt; e se dal punto t tiraremo tu paralella a sk congiungendo uD, il triangolo sCk, per la medesima ragione detta di sopra, sarà equale al triangolo tDu, e tu sarà equale a sk, ku adunque, cioè ki sarà paralella a st, et ef, e volendo metter nel piano qAB una figura equale a $ekif$ facciasi an equale a ek, e dal punto n si tiri una paralella a ab, laqual seghi Db slungata, in r. Dico che $abrn$ sarà equale a $ekif$, perché essendo ef equlae a ab, e gl'angoli e k retti equali agl'angoli a n retti, e per esser Df equale a Db, gl'angoli al f saranno equali agl'angoli al b, e di necessità sarà che nr sia equale a ki et fi a br e gl'anoli i r equali.

[177] | 17ª <propositio>

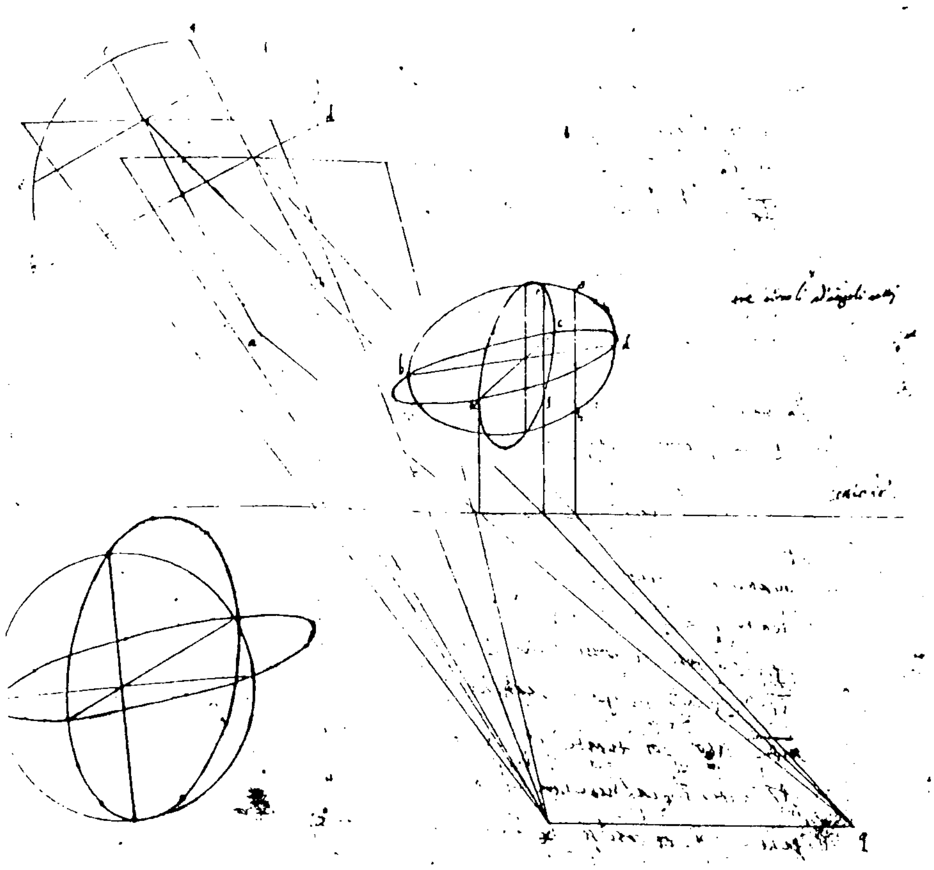
Sia B il punto che si ha da tirare in perspettiva, tirisi qC perpendicolare alla settione e si slunghi in infinito, sia DCe l'angolo della settione inclinata e si tiri qB, et dal B si tiri la linea BA paralella alla settione finché la seghi qC in A, e si tiri xA, laqual seghi la settione inclinata in f, e dal punto f si tiri fg perpendicolar a CA, e dal g si tiri qh paralella alla settione, laqual seghi qB in h, e si facci Ca equale a Cf, e dal punto a si tiri ab equale e paralella a gh. Dico che per la precedente il punto b rapresenta il B in perspettiva, nella settione inclinata, perché il quadrilatero $CDba$ rapresenta $CDBA$, e così si faranno gl'altri punti, et il punto A sarà in a.
Per le altezze, facciasi AN equale all'altezza del punto che è sopr'al B, laqual sia BR perpendicolar sopr'al piano, e si tiri Nx, laqual seghi Ce in k, e si facci an equale a fk, e dal punto n si tiri una paralella a AB laqual seghi Db. slungata in r. il punto r per la precedente rapresenterà il punto R. et il medesimo si farà tirando ki perpendicolare a qA et io paralella a BA, e facendo aN equale a fk overo Cn equale a Ck, e tirando nr equale e paralella a io.

[1426] *ante* paralella *del.* equale a *M*



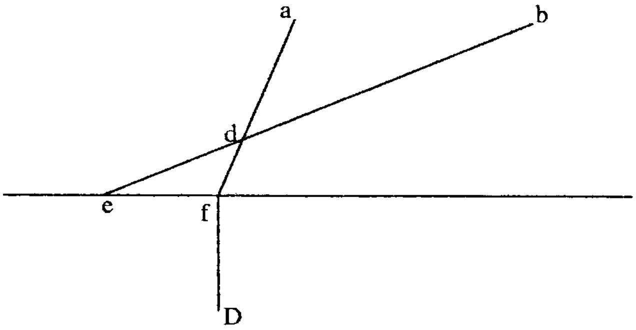
| [178]

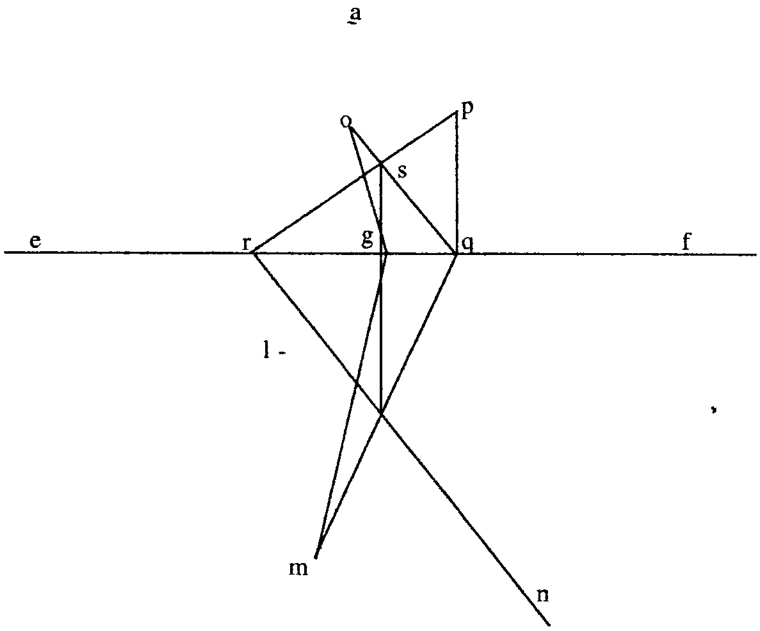
Tre circoli ad angoli retti



Fatto che si ha il circolo *abcd* in un piano, e volendo tirar sopr'al diametro *ac* un circolo eretto perpendicolarmente, operaremo come si è detto nella prima, maxime nel suo corollario, immaginandoci *ceba*, la parte di sopra, et *efda* la parte di sotto, trovando le altezze nel diametro *ac* operando come si è detto nella prima mettendo le altezze paralelle alla settione, similmente volendo tira un circolo sopr'al diametro *db*, immaginandoci *bcgd* la parte di sopra, et *bahl* quella di sotto, tirando le altezze nel diametro *db*, et operando come si è detto.

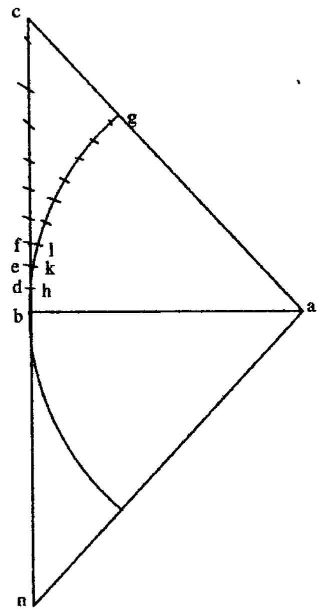
[179] | Ordinariamente come nei primi modi si rapresenta il *D* tirando *df* perpendicolare alla tavola *ef* et facendo *fe* eguale a *fd* poi tirando *eb fa*, et il *d* rappresenterà il *D*. Se bene li punti *ab* nei primi modi sono di qua dalla tavola *ef* e però tutt'una cosa. Et forsi così si (innica?) manco il rappresentato in perspettiva con la pianta.
Ma havendo molti punti da rappresentare per far presto si rappresentino in qualsivoglia modo li punti *m n* di maniera situati che gl'altri punti *g h k l* siano fra *m n* et la tavola *ef*. accioché da ognuno di loro si possi tirar le linee, come *mk nk*, lequali slungate seghino *ef*. Tirate adunque *mkq nkr*, poi tirate *qo rp*, è manifesto, che dove si segano in *s* chel punto *s* rappresenta il *k*. Perché *qo* rappresenta *qm*, et *np* rappresenta *rn*.
Et così si faranno gl'altri punti prestissimo. Et per far gl'altri si potrà servir dei punti *o s*, overo *s p*, et così di *m k* et *k n*, come dire tirando le linee *mg kg* volendo rapresentar il *g*. Et in questo modo servirsi di tutti quelli che saranno rappresentati.





| Sit oculus *a*, sit *bc* paries, in quo describendae sint distantiae *bd de ef* [180]
et.c. quae visui *a* vere videantur aequales. Fiat *ab* ipsi *bc* perpendicularis, et *ba* ipsa *bc* maior, iungaturque *ac*; erit *bac* minor recti dimidio, et centro *a* spatioque *ab* circulus describatur *bg*, qui a puncto *b* aequaliter dividatur in *bh hk kl* et.c. Deinde a centro *a* per puncta *h k l* ducantur lineae quae *bc* secent in *d e f* et.c. punctis neque ultra lineam *cga* in circulo describendae secat divisiones, ut deinde in linea *bc* protracta designatae videatur aequales,

cum recta[1427] visio visio[1428] fieri[1429] debeat[1430] in angulo acuto ut CAN. Quia vero perpendiculares ab oculo a ad cn est ab, visio igitur fiet ex utraque parte scilicet ex bc, et bn et hoc modo divisiones videbuntur aequales, cum sub aequalibus angulis videantur.

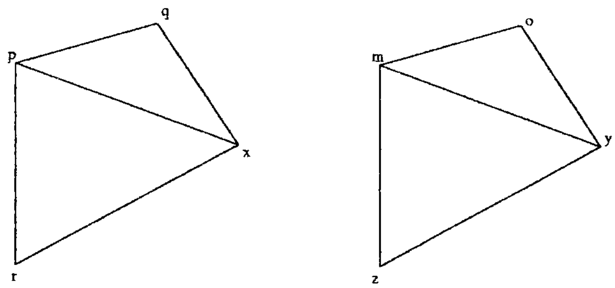


Si autem divisiones fierent ultra lineam ca, tunc non esset una tamen visio, sed plures, et propterea hoc sensus cum iudicio non deciperetur, quia multo maiores videbuntur divisiones supra c factae, quam quae sunt infra c.
Et hoc maxime notandum est, quo longius aberit visus a pariete, ut quo longius erit ab, eo magis decipietur sensus, nam visio a totam cn melius videbit, quo minor erit angulus can, cum visio vera fiat in puncto, quod est tamen intelligendum in debita distantia, dummodo scilicet visus ea, quae videt recte percipere possit.

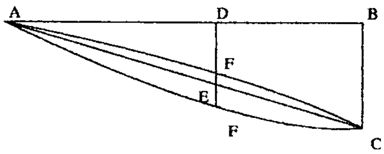
[181] | Quadrilatera, quae duo latera sese tangentia duobus lateribus sese tangentibus aequalia habeant, et tres angulos tribus

[1427]recta *in interl.* *M*
[1428]*post* visio *del.* fiat *M*
[1429]fieri *in interl.* *M*
[1430]debeat *in interl.* *M*

angulis aequales, qui lateribus adiacent aequalibus; erit reliquus angulus reliquo angulo aequalis, et reliqua latera reliquis lateribus aequalia.



Sint quadrilatera *pqrx omzy*. Sintque *pq om*, et *px oy* aequalia. Similiter anguli ad *p o* aequales, itidemque *pqr omz*, et *pxr oyz* aequales. Dico reliquum angulum reliquo angulo, et reliqua latera reliquis lateribus[1431] aequalia esse. Iungantur *qx ym*. Quoniam enim duae *pq px* sunt duabus *om oy* aequales, quae quidem angulos continent aequales ad *po*. Erit basis *qx* basi *my* aequalis. Angulusque *omy* ipsi *pqx*, et *oym* ipsi *pxq* erit aequalis. Quod cum totus *omz* ipsi *pqr*, et *oyz* ipsi *pxr* sit aequalis erit reliquus *ymz* ipsi *xqr* et *myz* ipsi *qxr* aequalis[1432]. Estque[1433] linea *my* ipsi *qx* aequalis; erit igitur triangulum *myz* triangulo *qxr* aequale. Quare anguli ad *z r* sunt aequales. Lateraque *mz qr*, et *zy rx* interse sunt aequalia. Quod demonstrare oportebat.



Sit *ba* ad *ad*, ut *bc* ad *de*, sintque *bc de* parallelae. Iungantur *ce ea*[1434]. Dico *cea* rectam lineam esse.

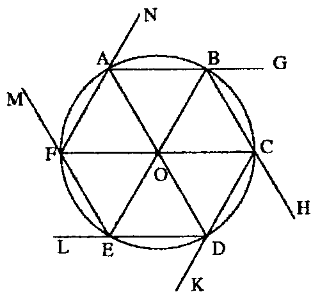
Non sit quidem, sed sit recta linea *afc*. Erit utique triangulum *abc* triangulo *adf*[1435] simile. Quare ut *ba* ad *ad*, ita *bc* ad *bf*. Est[1436] autem *ba* ad *ad* ut

[1431] reliquis lateribus *in interl. M*
[1432] erit reliquus *ymz* ipsi *xqr* et *myz* ipsi *qxr* aequalis *signo posito in marg. M*
[1433] Estque *ex* Sitque *M*
[1434] Iungantur *ce ea in interl. M*
[1435] *adf ex ade M*
[1436] *ante* Est *del.* Quod fieri non potest *M*

bc ad *de* ergo *bc* eandem habet proportionem ad *de*, quam habet ad *df*. Quod fieri non potest. Recta igitur est recta linea *aec*. Quod demonstrare oportebat.

[182] | Propositio

Cuiuslibet aequilaterae figurae in circulo inscriptae angulus exterior aequalis est angulo ad centrum facto, basim figurae latus subtendenti[1437].



Quaelibet sit figura in circulo aequilatera *abcdef*, cuius exteriores anguli (productis nempe lateribus) sint *cbg*, *dch*, *edk*, *fel*, *afm*, *ban*. Sitque *o* circuli centrum. Et anguli ad centrum sint *aob*, *boc*, *cod*, *doe*, *eof*, *foa*. Dico *cbg* angulo *aob* aequalem esse. Quoniam enim anguli *abc cbg* simul duobus sunt rectis aequales, quemadmodum *bcd dch* simul sunt duobus rectis aequales, erunt anguli *abc cbg* simul sumpti angulis *bcd dch* simul sumptis aequales. Angulus vero *abc* est ipsi *bcd* aequalis. Siquidem cuiuslibet aequilaterae figurae[1438] in circulo descriptae omnes anguli interse sunt aequales. Erit igitur exterior angulus *cbg* angulo *dch* exteriori aequalis. Et ita ostedentur, omnes angulos exteriores interse aequales esse. At vero quoniam lineae *ab*, *bc*, *cd* et caetera interse sunt aequales, erunt circumferentiae *ab*, *bc*, *cd*, *de*, *ef*, *fa*, inter se aequales. Quare ad centrum anguli *aob boc cod doe eof foa* interse sunt aequales. Quia vero tres anguli cuiuslibet trianguli duobus sunt rectis aequales. Erunt in hac figura anguli sex triangulorum *aob boc cod doe eof foa* duodecim rectis aequales. Anguli

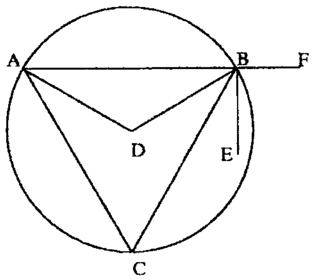
[1437]subtendenti *in interl. diverso atramento ex* habenti *M*
[1438]aequilaterae figurae *ex* figurae aequilaterae *M*

vero *abc cbg*, *bcd dch*, et caetera hoc est anguli figurae cum suis exterioribus sunt etiam aequales duodecim rectis. Quandoquidem unusquisque cum suo exteriori est duobus rectis aequalis. Erunt quippe[1439] omnes anguli triangulorum *aob boc* et caeterum angulis figurae cum suis exterioribus, nempe *abc cbg*, *bcd dch*, et caetera aequales. Quia vero triangulorum omnes[1440] anguli ad basim scilicet[1441] *oba obc*, *ocb ocd* et caetera sunt aequales angulis figurae, nimirum *abc*, *bcd* et caetera. Si itaque a triangulis demantur omnes anguli *oba obc*, *ocb ocd* et caetera qui sunt ad basim; ab angulis[1442] vero figurae cum suis exterioribus demantur anguli *abc bcd* et caetera, quae relinquuntur, erunt interse aequalia. Sex igitur anguli ad *o* simul sumpti sex angulis eexterioribus *cbg dch edk fel afm ban* simul sumtpis aequales. Quia vero exteriores anguli interse sunt aequales. Angulique ad *o* interse quoque[1443] sunt aequales, erit unusquisque unicuique aequalis. Quare angulus *cbg* angulo *aob*, est aequalis. Et *dch* ipsi *doc* et caetera. Quod demonstrare oportebat.

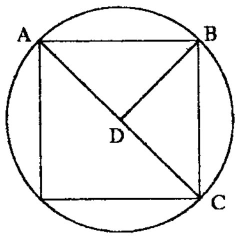
| Propositio [183]

Si angulus cuiuslibet aequilaterae figurae in circulo descriptae minor fuerit angulo recto, quantitate[1444] qua[1445] superatur ab angulo recto eadem et[1446] rectus[1447] angulus ab angulo ad centrum facto superabitur. Si vero sit recto aequalis, et[1448] angulus[1449] ad centrum recto[1450] erit[1451] aequalis. Quod si fuerit maior, quantitate, quam superat angulum rectum; eadem, et rectus angulus angulum ad centrum factum superabit.

[1439]quippe *in interl. diverso atramento M*
[1440]omnes *in interl. M*
[1441]scilicet *in interl. diverso atramento M*
[1442]angulis *ex* angulo *M*
[1443]quoque *in interl. M*
[1444]*ante* quantitate *del.* [eadem] *M*
[1445]qua *in interl. M*
[1446]eadem et *in interl. M*
[1447]*ante* rectus *del. aliquot literas M*
[1448]*post* et *del.* rectus *M*
[1449]angulus *ex* angulo *M*
[1450]recto *in interl. M*
[1451]*ante* erit *del.* facto *M*



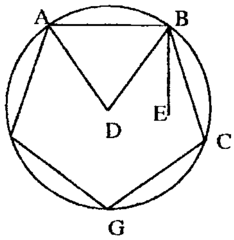
Sit primo aequilaterum triangulum *abc* in circulo descriptum, cuius centrum *d*. Sitque angulus ad centrum *adb*. Dico angulum *abc* eadem quantitate minorem esse angulo recto, qua rectus angulus minor est angulo *adb*. Producatur *ab* ad *f*. Ducaturque *be* ipsi *ba* perpendicularis. Quoniam enim *abe* minor est recto *abe* quantitate anguli *cbe*. Angulus vero *cbf* exterior maior est recto angulo *fbe* eadem quantitate anguli *cbe*, eo igitur minor est angulus *abc* recto angulo, quo rectus angulus minor est angulo *cbf*. At vero quoniam exterior angulus *cbf* est aequalis *adb*. Eo minor erit angulus *abc* recto angulo, quo minor est angulus rectus angulo *adb*.



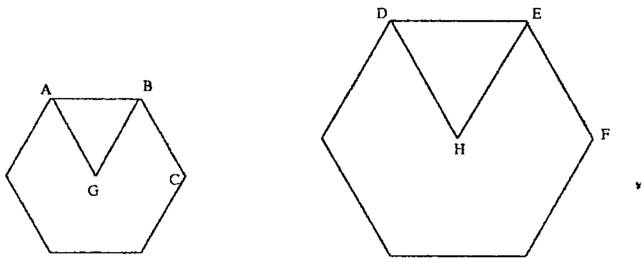
Sit deinde quadratum *ac* in circulo inscriptum, cuius angulus *abc* est rectus, verum ad centrum *d* angulus *adb* est quoque rectus. Quoniam producta *ad* in *c*, duae *ad db* duabus *db dc* sunt aequales[1452] basisque *ab* basi *bc* est aequalis; erit angulus *adb* angulo *bdc* aequalis. Quare *adb* est rectus. Angulus igitur *abc* est aequalis recto, rectusque est aequalis ipsi *adb*.

[184] | Praeterea sit aequilatera figura in circulo inscripta *ag* quotcumque laterum, cuius angulus *abc*; ad centrum vero sit angulus *adb*. Dico angulum *abc* eadem quantitate superare angulum rectum, qua rectus angulus superat *adb*.

[1452]sunt aequales *signo posito in marg. diverso atramento M*



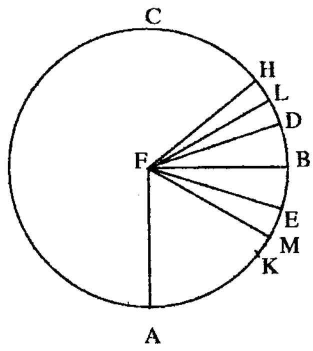
Producatur *ab* in *f*. Ducaturque *be* ad *ab* perpendicularis. Quoniam enim angulus *abc* excedit angulum rectum *abe* quantitate anguli *ebc*, angulus vero rectus *ebf* superat *cbf* eodem angulo *ebc*, tam igitur angulus *abc* superat angulum rectum *abe*, quam angulus rectus superat angulum *cbf*. Exterior autem angulus *cbf* est aequalis angulo *adb*. Quo ergo anguls *abc* excedit angulum rectum, [eo] rectus angulus excedit angulum *adb*, quae quidem demonstrare oportebat.



Ex his si sint pentagona, vel exagona, vel alia quaepiam[1453] aequilatera et aequiangula *ac df*. Ad centrum vero anguli ad *g h*. Erunt hi aequales interse. Quoniam *abc def* sunt aequales tamque excedunt angulum rectum, quam angulus rectus excedit angulos *g h*[1454].

[1453]quaepiam *in interl. M*

[1454]*post g h del.* sunt igitur {*gh* sunt vero *abc def* aequales ergo et *agb dhe*. Sunt intersese aequales} aequales. Et ideo angulus *abc* tum excedit angulum rectum quam rectus angulum ad *h*. Similiter angulus *def* eo superat rectum, quo rectus ipsum ad *g M*



Ex his patet si sit *abc* circumferentia cuius centrum f. Sitque *ab* quarta circuli sitque *ad* circumferentia anguli pentagoni. Fiat *be* aequalis *bd*, erit *ae* circumferentia anguli ad centrum pentagoni. Ductis enim lineis fd fb fe fa. Cum sit angulus afd angulus pentagoni, erit afe angulus ad centrum. Quoniam afd rectum angulum afb excedit quantitate anguli dfb, hoc est bfe, et angulus rectus afb excedit afc eadem quantitate anguli bfe. Et ita in aliis. Ut si *ah* sit circumferentia anguli eptagoni, facta *bk* ipsi *bh* aequali, erit *ak* circumferentia anguli[1455] ad centrum eptagoni.

Praeterea erit *ae* quinta pars circumferentiae totius[1456] circuli *abc*. *ak* septima.

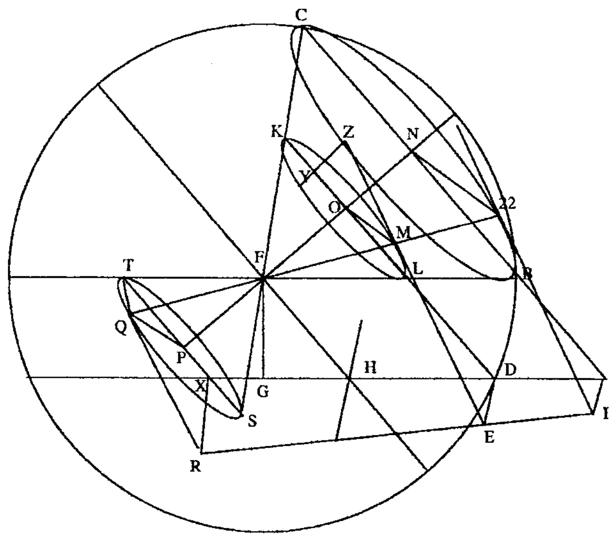
Hinc e contra si *ae* fuerit quinta pars circumferentiae circuli *abc* facta *bd* aequali *be*, erit *ad*, hoc est angulus afd pentagoni angulus. Et si *ak* est septima pars circuli *abc*, facta *bh* aequali *ak*. Erit angulus afh eptagoni angulus. Et ita in aliis.

Sed si fuerit *am* hoc est angulus afm trianguli angulus. Erit (existentibus *bl* *bm* aequalibus) *al*, hoc est afh angulus ad centrum. Et circumferentia *ah* tertia pars circuli.

[1455]anguli *in interl. M*

[1456]totius *in interl. M*

| De horologiis, praecipue italicis describendis, absque divisione tropicorum et aequinoctialis [185]



Primum inteligantur ea, quae dicta sunt in 129, eodem modo constructa, et demonstrata. Sitque inventum punctum l, ut in figura ,129. Sed ob commoditatem aliquando loco circuli semper apparentium maximi, poterimus eandem operationem efficere aliis circulis hoc modo. Nempe sumatur quodvis punctum o in axe fn, et centro o circulus describatur horizontem contingens. Sitque hic circulus circulo semper apparentium maximo aequidistans. Erit fcb conus rectus, cuius axis fn, basis circulus cb, cui aequidistans est circulus klm. Quoniam autem horarii circuli contingunt circulum cb transeuntque dicti circuli per centrum f; siquidem maximi sunt. Contingent quoque circuli horarii superficiem conicam, eamque divident in 24 partes aequales. Quemadmodum dividunt maximum semper apparentium. Ut exempli gratia horizon, qui est circulus horarius horae 24 tanget circulum cb in b, superficiem vero conicam tanget secundum lineam flb. Unde circulum klm continget in l. Similiter horarius, puta, horae 22, continget superficiem conicam secundum lineam $fm22$. Ex quo patet hunc circulum horarium contingere circulum klm in m. Et ita in aliis. Quapropter circuli horarii dividunt circulum klm in 24 partes aequales, sicuti dividunt maximum semper apparentium. Itaque possumus loco circuli cb accipere circulum klm, eodemque prorsus modo operari. Veluti

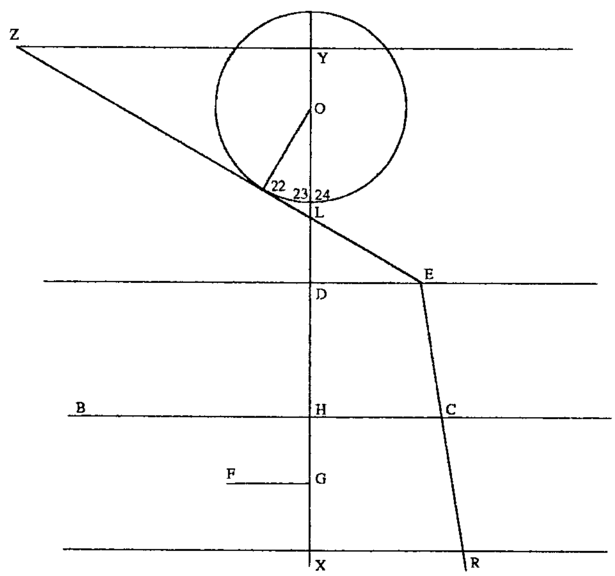
Producatur *kl* in *d*. Ducaturque in plano horologii linea *ed* ad *gd* perpendicularis. [[Ex 129]] erit *ed* communis sectio circuli *klm*, et plani horologii. Itaque iungatur *om*, cui ducatur in plano circuli *klm* perpendicularis *me*. Erit utique *me* communis sectio circuli *klm*, et circuli horarii horae 22.
[186] Quare punctum *e* in | plano horologii est in linea horaria horae 22. Similiter ad alteras partes sub horizonte in axe sumatur *fp* aequalis *fo*, et centro *p* circulus describatur *qst* aequalis, et aequidistans *klm*, productisque *kf mf* in *sq*, erit conus *fts* cono *ekl* aequalis, quorum axes *pe eo* in directum existunt, circulusque *qst* horizontem contingat in *t*. Eodemque modo ostendetur circulos horarios contingere circulum *qst*, conumque *fts*, sicuti contingunt circulum *klm*, conumque *fkl*. Linea igitur horaria horae 22 continget conum *fts* secundum lineam *fq*[1457]. Cum sit *mfq* recta linea. Sit communis sectio plani horologii, et circuli *qst* linea *xr*, quae ipsi *xd* erit perpendicularis iunctaque *pq*, cui in eodem plano circuli *qst* perpendicularis ducatur *qr*. Erit *qr* communis sectio circuli *qst*, circulique horarii horae 22. Quare punctum *r* in plano horologii erit in linea horaria horae 22. Linea igitur *er* in plano horologii est linea horaria horae 22. Quoniam autem coni *fts fkl* sunt recti, et aequales, axisque *fp* est aequalis axi *fo*, qui sunt erecti circulis *qst klm*. Erunt *ts km* interse aequales et parallelae. Cum circuli *qst klm* sint aequales, sintque *ts kl* in eodem plano, nempe meridiani. Fiat *ly* aequalis *ld*. In planoque circuli *klm* ipsi *ly* perpendicularis ducatur *yz*. Producaturque *em* usque ad *z*. Quoniam enim *ts xd* sunt parallelae, similiter *tx ld* parallelae, erit *tx* ipsi *ld*, ac per consequens ipsi *ly*, aequalis; et *tl* ipsi *xd* aequalis. At vero quoniam diameter aequinoctialis *fh* est ipsis *tx ld* aequidistans. Sunt enim omnes axi *peo* perpendiculares; erit *xh* ad *hd*, ut *tf* ad *fl*. Sunt vero *tf fl* aequales, cum sint ut *pf fo*. Ergo *xh* ipsi *hd* est aequalis. Sed quoniam *ly* est ipsi *tx* aequalis. Quarum *tp* est ipsi *lo* aequalis, cum sint semidiametri circulorum aequalium erit reliqua *oy* reliquae *px* aequalis. Quoniam autem (iunctis *lm tq*) circumferentia *tq* circumferentiae *lm* respondet propter lineas rectas *lft mfq* in superficie conica ductas, quae ad verticem continent angulos aequales *lfm tfq*. Suntque *tf fq lf fm* interse aequales, erit basis *qt* basi *lm* aequalis. Cumque circuli *qst klm* sint aequales; erit igitur circumferentia *tq* ipsi *lm* aequalis. Quare angulus *tpq* angulo *lom* est aequalis. Unde et reliquus *qpx* reliquo *moy* est

[1457] *fq* ex *fl* M

aequalis. Angulus vero *pqr* rectus recto *omz* aequalis, et recti quoque sunt *rxp zyo*, ac propterea aequales, cum sint *rx zy* meridiano [erectae] lineaeque *pq om* sunt aequales, sunt enim ex centro circulorum aequalium. [[Ex 181]] erit quadrilaterum *pqrx* quadrilatero *omzy* aequale. Quocirca *rx* est ipsi *yz* aequalis.

Ad inveniendam igitur lineam horariam *re*. Fiat *ly* aequalis *ld*, et ipsi *ly* in plano circuli *klm*[1458] perpendicularis ducatur *yz*. Iungaturque *om*, cui in eodem plano[1459] ducatur perpendicularis *emz*. Deinde fiat *hx* aequalis ipsi *hd*. Ducaturque in plano horologii *xr* ipsi *xd* perpendicularis. Fiatque *xr* aequalis *yz*. Iunctaque *re*, erit *rc* linea horaria horae 22. Et ita in aliis.

| Praxis [187]



Exponatur linea *yx*. Fiantque *xh hd*, *dl ly*, deinde *lo hg*, quae sint aequales lineis superioris figurae: iisdem literis signatis. Quae quidem figura pro Analemmate deserviet. A punctisque *xhdy* perpendiculares ducantur ad *xy*. Centroque *o*, intervalloque *ol* circulus describatur; qui ab *l* dividatur in 24 partes aequales. Ut factum fuit in 130. Ducatur *o*22, cui perpendicularis

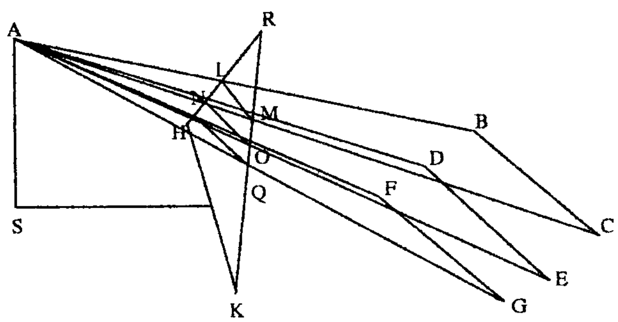
[1458] in plano circuli *klm* *in interl. M*
[1459] in eodem plano *in interl. M*

ducaur ze. Fiat deinde xr aequalis yz, erit ducta er linea horaria horae 22. Et ita fiet in aliis. Gnomon vero collocandus erit in g, cuius altitudo gf, ut superioris figurae. Eritque bhc linea aequinoctialis, quae a lineis horariis[1460] divisa perveniet. Ut ab er in c.

Pro inveniendis punctis tropicorum fiet, ut dictum est in 131, 132, et 130, in quibus plures traditi sunt modi ad hoc efficiendum.

Novisse etiam oportet, hanc operationem posse fieri circulo semper apparentium maximo. Nam et eadem demonstratio, et eadem[1461] operatio erit.

[188] |



Theorema. Propositio

Si oculos parallelas lineas[1462] videt[1463], sitque[1464] sectio[1465] lineis aequidistantibus parallela, lineae in sectione[1466] erunt[1467]inter se parallelae.

[1460] a lineis horariis *in interl. M*
[1461] eadem *in interl. M*
[1462] *post* lineas *del.* in planum existentes *M*
[1463] *ante* videt *del.* *in interl* in subiecto plano existentes *M*
[1464] *post* sitque *del.* communis sectio tabulae dictique plani *in interl. del.* tabula *M*
[1465] sectio *in interl. M*
[1466] in sectione *signo posito in marg. M*
[1467] *ante* erunt *del.* secundum quas oculus per tabulam videt lineas parallelas *M*

Sit oculus *a*, qui[1468] videat[1469] aequidistantes lineas *bc de fg*[1470] [[quomodocunque et ubicunque sitas ita[1471]est sive sint[1472] in uno, vel pluribus planis]] sitque[1473] sectio[1474] *rhk* quomocumque sita[1475] dummodo sit *bc*[1476] *de fg* parallela. Sintque[1477] visuales radii *ba ca*, *da ea*, *fa ga* qui[1478] sectionem[1479] secent in *lm no pq*. Iunganturque *lm no pq* quae[1480] nimirum in sectione ostendunt, *bc de fg* in sectione apparent.

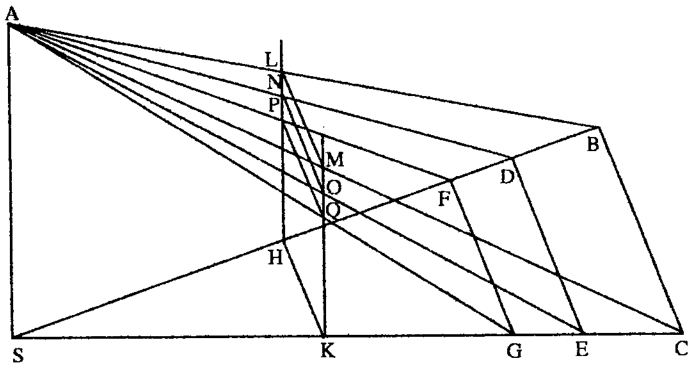
Dico lineas *lm no pq* inter se parallelas esse. Intelligatur per *bc* planum plano *rhk* hoc est sectioni[1481] aequidistans, lineae *ab ac* a planis dividentur parallelis, eritque [[17 undecimo]] *al* ad *lb*, ut *am* ad *mc* quare[1482] linea[1483] *lm* est ipsi *bc* parallela. Eodemque modo, si intelligatur planum per *de* aequidistans plano *rhk*, ostenditur *no* ipsi *de* parallelam esse. Et ita in aliis. Et vero lineae *bc de fg* inter se sunt parallelae, ergo et *lm no pq* inter se sunt parallelae. Quod demonstrare oportebat.

Corollarium

Ex his patet *lm no pq* ipsis *bc de fg* parallelas esse.

[1468] *post* qui *del.* in subiecto plano videat *M*
[1469] videat *in interl. M*
[1470] *post fg del.* huius plani *M*
[1471] ita *in interl. M*
[1472] sint *in interl. M*
[1473] *ante* sitque *del. in interl.* in subiecto plano existente videat *M*
[1474] sectio ~ sit: *in interl. M*
[1475] *post* sita *del.* hoc est vel sit *(in interl.)* subiecto plano sit erecta vel minus *M*
[1476] *ante bc del.* [[fuerint ipsis]] *M*
[1477] *ante* Sintque *del.* Sitque tabula *rhk M*
[1478] *post* qui *del.* tabulam *M*
[1479] sectionem *in interl. M*
[1480] quae ~ apparent: *in interl. M*
[1481] hoc est sectioni *in interl. M*
[1482] quare *in interl. M*
[1483] *post* linea *del.* igitur *M*

[189] |



Exponantur[1484] eadem, sed sectio[1485] non sit lineis bc de fg aequidistans. Sed sit k ipsis propinquius. Ostendendum est lineas lm no pq non esse parallelas, et ex parte l n p in unum, et idem punctum concurrere.

Ducatur[1486] a puncto h in subiecto plano[1487] lineis bc de fg aequidistans hr[1488]. Deinde ducatur planum per lh hr, sitque hi[1489], secetque[1490] ri lineas ac ae ag in punctis i t u. Erit nimirum ln ipsi it, et np ipsi tu aequalis.

Intelligendum[1491] est tabula[1492] esse plano per s h k ducto erecta[1493]. as vero oculi altitudo supra dictum planum.

Quoniam enim mo it sunt aequidistantes siquidem mk ir sunt parallelae; erit, ob similitudinem triangulorum amo ait, ma ad ai, ut mo ad it. Sed

---

[1484] *ante* Exponantur *del.* Iisdem positis, sed ducantur sb sc, et per bs sa, et per cs sa plana ducantur quae erunt erecta plano bsc. a punctisque h k plano bsc perpendiculares ducantur hl km. erunt hae in planis asb asc. Ac propterea per ipsas visuales radii transibunt. Dico igitur ln ipsi mo aequalem esse, et np ipsi oq. Iungantur lm no pq, quae inter se aequidistantes erunt. Quod quidem eodem prorsus modo, ut in praecedenti ostenditur. At vero lh mk sunt aequidistantes. Ergo ln mo {34 primi} inter se sunt aequales, veluti np oq aequales. Quod demonstrare oportebat. *M*

[1485] *post* sectio *del.* *in interl.* tabula *M*

[1486] *post* Ducatur *del.* a puncto h tabula (*in interl)* *M*

[1487] a puncto h in subiecto plano *in interl.* *M*

[1488] *post* hr *del.* Et a puncto r subiecto *(in interl.)* plano iungatur *(in interl.)* perpendicularis ducatur ri *M*

[1489] Deinde ducatur planum per lh hr, sitque hi *in interl.* *M*

[1490] *ante* secetque *del.* quae *M*

[1491] Intelligendum ~ planum: *signo posito in marg.* *M*

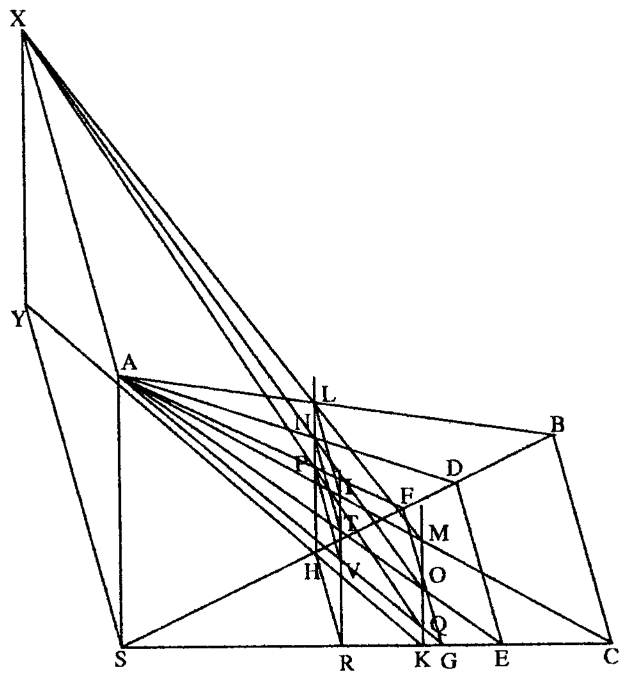
[1492] tabula *correxi* tabulas *M*

[1493] erecta *correxi* erectas *M*

cum sit punctum *r* ipsi *s* propinquius quam *k* erit[1494] *ma* maior[1495] quam[1496] *ai* ergo *mo* maior est, quam *it*. Ac per consequens maior, quam *ln*. Quia vero lineae *mk lh* sunt[1497] interse[1498] aequidistantes, lineae[1499] *lm no* non erunt parallelae sed ex parte *ln* inter se convenient, cum sit *ln* minor quam *mo*. Itaque concurrant in *x*. Eritque, ob similitudinem triangulorum *xmo xln*, ut *mx* ad *xl*, ut *mo* ad *ln*. Ostensum autem est *ma* ad *ai* ita esse, ut *mo* ad *it* | et *it*[1500] *ln* sunt aequales; habebit *mo* ad *it* eandem proportionem, [190]
quam ad *ln*. Quare ita erit *mx* ad *xl*, ut *ma* ad *ai*. Eodemque prorsus modo ostenditur *mq* ad *iu* ita esse, ut *ma* ad *ai*; Suntque *iu lp* aequales, erit[1501] *mq*[1502] ad *lp*, ut[1503] ut *ma* ad *ai* hoc est[1504] *mx* ad *xl*: linea igitur *qpx* est recta linea quare [[181]][1505] producta[1506] *pq* ex *p* lineis *ox mx* occurret in *x*. Et ita si plures essent lineae, omnes in *x* concurrere ostenditur. Quod demonstrare oportebat.

[1494] cum sit punctum *r* ipsi *s* propinquius quam *k* erit *in interl. M*
[1495] *ante* maior *del.* *in interl.* in hoc *M*
[1496] *ante* quam *del.* est *M*
[1497] *post* sunt *del.* subiecto plano *shr* erectae erunt *M*
[1498] interse *ex* intersese *M*
[1499] *post* lineae *del.* igitur *M*
[1500] *ante it del.* quoniam *M*
[1501] Suntque *iu lp* aequales, erit *in interl. M*
[1502] *ante mq del.* et ut *M*
[1503] ut *ex* ita *M*
[1504] ut *ma* ad *ai* hoc est *in interl. M*
[1505] *qpx* est recta linea quare [[181]] *in interl. M*
[1506] *ante* producta *del. pq M*

Propositio



Dico punctum x[1507] aequealtum[1508] esse[1509] supra subiectum[1510] planum[1511], veluti punctum a [[18 undecimi]]. Iungantur ax[1512]. Quoniam igitur ita est ma ad ai, ut mx ad xl; erit dividendo mi ad ia, ut ml ad lx. Quare linea li est ipsi ax parallela. Sed li est ipsi bc aequidistans[1513], erit igitur ax ipsi bc aequidistans.[1514] Ac per consequens subiectum planum aequidistans ex

[1507] *post* x *del.* esse in tabula sectione *(interl.) M*

[1508] *post* aequealtum *del.* esse *M*

[1509] esse *in interl. M*

[1510] subiectum *in interl. M*

[1511] *post* planum *del.* per s b c ductum *M*

[1512] Iungantur ax *in interl. M* *ante* iungantur *del.* Primam quidem manifestum est punctum x esse in tabula *(del.)* sectione *(in interl.)*, cum sit in triangulo xmo, quod est in tabula *(del.)* sectione *(in interl.)*. Iungantur ax li producaturque kh ad y. Ducaturque a puncto x ad planum per s b c ductum perpendicularis xy. Quae in k y cadet {iungatur ax } *(in interl.)* cum sit ky communis sectio plani per b s c ducti, et plani $kmxy$, connectaturque sy

[1513] *post* aequidistans *del.* quae quidem bc est ipsi hr parallela *M*

[1514] *post* aequidistans. *del.* Quoniam autem duae lineae il lh duabus ax xy sunt aequidistantes, erit planum lr plano ay aequidistans. quae quidem plana secantur a plano syk.

quibus liquet punctum x aequealtum s supra subiectum planum ut a. Quod demonstrare oportebat.[1515]
In tabula punctum linearum concursus invenire; nempe x.
Ducatur (iisdem positis[1516]) sy ipsi bc aequidistans. Producaturque khy. A punctoque y in plano kx ipsi ky perpendicularis ducatur yx; quae fiat aequalis as. Erit ex dictis punctum x punctum quaesitum. Quod facere oportebat.

| [191]

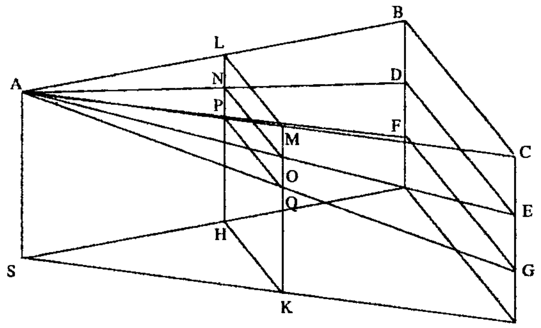
Propositio[1517]

Ergo line hr est ipsi sy aequidistans quare sy est ipsi ax aequidistans. Suntque as sy parallelae. Erit igitur xy ipsi as aequalis. Quocirco punctum x supra planum per s b c ductum est aequealtum ut a. q. d. o. *M*

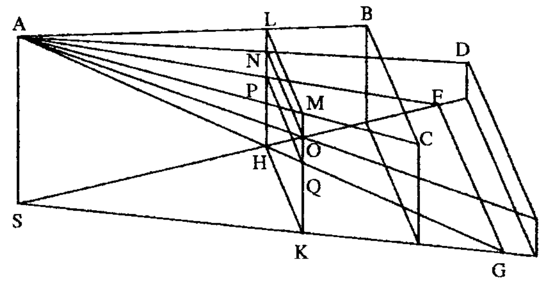
[1515] Ac per consequens subiectum planum aequidistans ex quibus liquet punctum x aequealtum s supra subiectum planum ut a. Quod demonstrare oportebat. *in interl. M*

[1516] *post* positis *del.* ductaque hr ipsi bc et. c. aequidistantes *M*

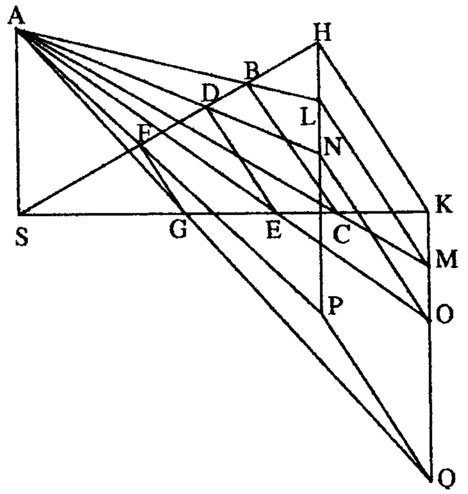
[1517] *ante* Propositio *del.*



Sequitur demonstratio quae est in 189. Similiter, si bc de fg non fuerint in plano shk, ut in praecedentibus, eodem adhuc modo ostenditur lm no pq aequidistantes esse, et ln ipsi mo, et np ipsi oq aequalem esse.



Si *bc de fg*[1518] fuerint inter *s* et tabula *hk*, eodem prorsus modo, ductis *sklbh sgeck*, et sub plano *shk* producta tabula lineis *hp kq* plano *shk* erectis, ductisque *abl adn apq*[1519] *acm aeo* demonstrabitur, lineas *lm no pq*[1520] aequidistantes esse, et *ln mo* inter se aequales esse. Veluti *np oq*.
Idemque pari ratione ostenditur, si aequidistantes lineae *bc de fg* non fuerint in eodem plano.



[192] | Sequitur demonstratio quae est in 190.

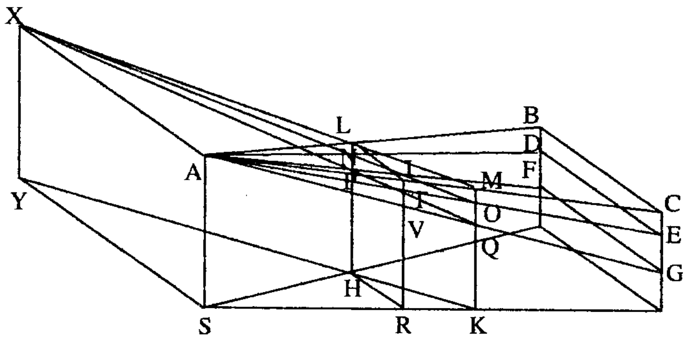
Eodem modo, si *bc de fg* non fuerint in plano *shk*, ut in praecedenti, ostenditur *lm no pq* in unum et idem punctum concurrere.

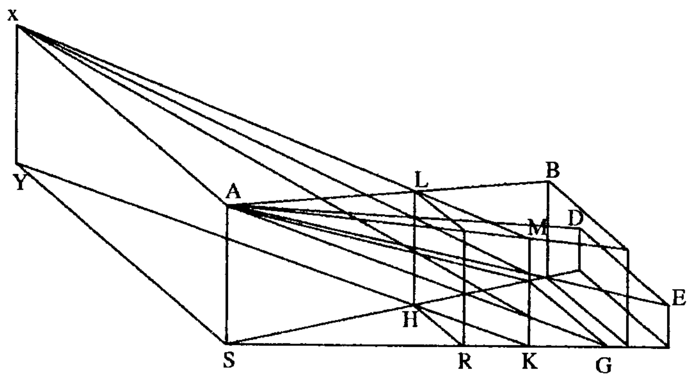
Eodem modo, si *bc de fg* non fuerint in uno et eodem plano, eadem contingent nempe *lm no pq* aequidistantes esse. Et *ln* ipsi *mo*, et *np* ipsi *oq* aequalem esse. Quae quidem eodem modo ostendentur. *M*

[1518] *fg in interl. M*

[1519] *apq in interl. M*

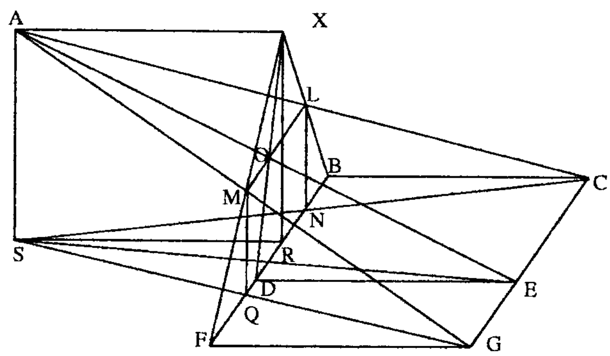
[1520] *pq in interl. M*





Quod idem continget, etiam si *bc de fg* in uno, et eodem plano non fuerint, punctum x invenietur ut in praecedenti. Protrahendo *khy*, ductaque *sy* ipsi *hr* aequidistans, ductaque ad *yk* perpendicularis *yx*, quae fiat aequalis *sa*. Et inventum erit punctum x. Hac eadem quoque ostenditur, si lineae *bc de fg* fuerint inter tabulam *hk*, et punctum *s*. Quae quidem in tabula erunt sub plano *shk*.

| [193]



Si oculus videt lineas aequidistantes in subiecto[1521] plano existentes, quae sint[1522] sectionis lineae[1523] perpendiculares lineae in sectione[1524] apparentes in unum, et idem punctum convenient in subiectum planum aequealtum ut oculus[1525].

Sit oculus a[1526] cuius altitudo supra subiectum planum sit as qui quidem[1527] aequidistantes lineas bc de fg in subiecto plano existentes videat[1528]; sit[1529] sectionis linea bf[1530] sintque lineae bc de fg[1531] ipsi[1532] bf[1533] perpendiculares[1534] lineae autem que in sectione ostendunt[1535] lineas bc de fg, sint bl do fm.

Dico[1536] bl do fm[1537] in unum, et idem punctum concurrere quod[1538] supra subiectum planum sit aequealtum ut a. Sit sectio[1539] bxf, quae vel erit subiecto plano erecta vel minus[1540]. Sit autem quomodocumque lineae autem[1541] bc de fg sint vel fiant interse[1542] aequales ceg[1543] recta linea quae[1544]

[1521] subiecto *in interl.* *M*

[1522] *post* sint *del.* tabulae *M*

[1523] sectionis lineae *in interl.* *M*

[1524] in sectione *ex* in tabula *M*

[1525] in subiectum planum aequealtum ut oculus *in interl.* *M*

[1526] *post* a *del.* quidem videat *M*

[1527] cuius altitudo supra subiectum planum sit as qui quidem *in interl.* *M*

[1528] videat *in interl.* *M*

[1529] sit *ex* sitque *M*

[1530] sectionis linea bf *in interl.* *ex* sectionis vero linea sit bf *ex* tabula bsf, cuius et communis sectio bf *M*

[1531] *ante* fg *del.* sive productae sive minus *in interl.* *M*

[1532] ipsi *ex* plano *M*

[1533] bf *ex* bsf *M*

[1534] perpendiculares *ex* erectae *M*

[1535] lineae autem que in sectione ostendunt *in interl.* *M* *ante* lineae *del.* Erit utique planum bxf subiescto plano in quo (?) sunt lineae aequidistantes erectum. Lineaeque bc de fg ipsi (lineae) bq perpendiculares erunt. (Sint vero autem) lineae vero secundum quas osulus in tabula videt *M*

[1536] *post* Dico *del.* Has *M*

[1537] bl do fm *in interl.* *M*

[1538] quod ~ lineae: *in interl.* *M*

[1539] *post* sectio *del.* *aliquot literas* *M*

[1540] *post* minus *del.* ac per consequens *** *M*

[1541] autem *in interl.* *ex* Sint *M*

[1542] sint vel fiant interse *in interl.* *M*

[1543] *ante* ceg *del.* erit nimirum ducta *M*

[1544] quae *in interl.* *M*

ipsi bf erit[1545] aequidistans. Eritque bd ipsi ce et df ipsi eg aequalis. Sint visuales radii[1546] cla[1547] eoa gma qui sectionem secant in punctis[1548] l o m puncta[1549] b d f sunt in sectione in[1550] in iisdemmet punctis b d f in sectione apparentes[1551].

Iungantur[1552] [[188]] lo om et quoniam punctum l in sectione ostendit punctum c, o ipsum e et m ipsum g[1553] erit[1554] lo ipsi ce et om ipsi eg aequidistans recta vero linea est ceg ergo recta quoque est lom[1555]. Quoniam itaque[1556] lo est ipsi aequidistans; erit ob similitudinem | triangulorum ace alo, ut ca [194]
ad al ita ce ad lo. Est vero ca maior quam al. Ergo et ce maior est, quam ol. Cum vero sit bd ipsi ce[1557] aequalis[1558]. Erit[1559] bd[1560] maior quam[1561] lo. Et quoniam bd lo sunt ipsi ce aequidistantes, erunt bd lo inter se parallelae. Lineae igitur bl do ex parte l o inter se convenient. Itaque concurrant in x. Eodemque modo ostenditur lm minorem esse, quam bf, ipsique parallelam

[1545] erit *in interl.* M

[1546] *post* radii *del.* puncta c e g repraesentantes cla eoa gma puncta vero b d f erunt in tabula M

[1547] cla ~ sectione: *in interl.* M

[1548] in punctis *in interl.* M

[1549] *ante* puncta *del.* primam quidem *** M

[1550] *ante* in *del.* ac propterea *in interl.* M

[1551] in sectione apparentes *in interl.* M

[1552] *ante* Iungantur *del.* (Si igitur iungantur bl do fm linea bl ipsam bc in sectione ostendit lineaque do ipsam de linea vero fm lineam fg ostendit). Ducantur (in subiecto plano) sc se sg, quae ipsum bf secent in puncti n p q a quibus in tabula (sectione) ipsi bf perpendiculares erigantur nl po qm. Qui cum sit bxf (subiecto) plano per s b f erectum. Erunt nl po qm subiecto plano (nempe plano) per s et b f ducto erectae. Quare (ln op mq) inter se sunt parallelae. At vero quoniam nl est in plano acs, erit nl ipsi as aequidistans. Ubi igitur nl ac se invicem secant, ut in l, apparebit in tabula punctum c. b vero apparet in b. Linea igitur bl in tabula lineam bc ostendit. Parique ratione ostenditur lineas po qm ipsi as aequidistantes esse, lineamque do ipsam de, lineam vero fm ipsam fg ostendit. M

[1553] et quoniam punctum l in sectione ostendit punctum c, o ipsum e et m ipsum g *in interl.* M

[1554] *ante* erit *del.* *aliquot verba* *in interl.* M

[1555] *post* lom *del.* quoniam autem M

[1556] Quoniam itaque *in interl.* M

[1557] Cum vero sit bd ipsi ce *in interl.* M

[1558] *ante* aequalis *del.* quia vero be est parallelogrammum, erit ce ipsi bd M

[1559] Erit *in interl.* M

[1560] *ante* bd *del.* Quare M

[1561] *ante* quam *del.* *aliquot literas* M esse. Unde et bl fm inter se convenient. At vero[1562] quoniam bd lo sunt parallelae, erit ob similitudinem triangulorum bdx lox, ut bx ad xl, ut bd ad lo. Cumque sit ce ipsi bd aequalis, eandem[1563] habebit proportionem[1564] ce ad lo[1565], quam habet bd ad lo. Ut vero ce ad lo ita est ca ad al; erit igitur bx ad xl, ut ca ad al. Eademque ratione[1566] ostenditur ita esse[1567] ca ad al, ut cg ad lm. Est vero bf equalis ipsi cg. Erit igitur bf ad lm ut ca ad al. Sed est ca ad al, ut bx ad xl. Ergo erit bf ad lm ut bx ad xl, suntque df lm parallelae. Linea igitur fmx[1568] recta est. Quare fm ex m producta ipsis[1569] bx dx in idem punctum x occurret. Et ita ostenditur omnes alias in x concurrere[1570].

Dico insuper punctum x aequealtum esse supra subiectum[1571] planum[1572], sicut punctum a. Quoniam enim ita est ca ad al, ut bx ad xl, erit dividendo cl ad la, ut bl ad lx. Estque angulus bla ipsi xla aequalis[1573] cum sint ad verticem[1574]. Ergo triangulum blc triangulo xla est simile. Ac propterea angulus xbc angulo bxa est[1575] aequalis. Quare linea ax est ipsi bc, et ideo subiecto plano aequidistans. ergo punctum x supra subiectum planum[1576] est aequealtum ut a. Itaque punctum in quo lineae in sectione concurrunt puta x, vocatur punctum linearum conrcursus.

Punctum x invenire.

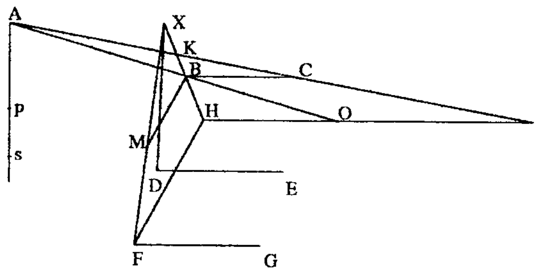
Haec demonstratio totius est per [resolutionem] *** compositionem[1577].

[1562] At vero *in interl.* ex Sed *M*
[1563] eandem *in interl. M*
[1564] proportionem *in interl. M*
[1565] *post* lo *del.* eandem proportionem *M*
[1566] *post* ratione *del.* ita est *M*
[1567] ostenditur ita esse *in interl. M*
[1568] *post* fmx *del.* ex m producta lineis *M*
[1569] recta est. Quare fm ex m producta ipsis *in interl. M*
[1570] *post* concurrere *del.* Quod demonstrare oportebat *M*
[1571] subiectum *in interl. M*
[1572] *post* planum *del.* per sbf ductum *M*
[1573] *ante* aequalis *del.* ad verticem *in interl. M*
[1574] cum sint ad verticem *in interl. M*
[1575] est *in interl. M*
[1576] supra subiectum planum *in interl. M*
[1577] Haec demonstratio totius est per [resolutionem] *** compositionem *signo posito in marg. M*

Ducatur sr ipsis bc de fg aequidistans. Et in tabula ducatur rx perpendicularis ipsi bf. Fiatque rx aequalis sa. Quoniam enim planum ductum per punctum x, et lineam as est planum ax rs. Cum sint as xr subiecto plano per sr bf ducto perpendiculares. Et quoniam ax est aequidistans bc, quae est ipsi sr parallela, erit ax ipsi sr aequidistans. Parallelogrammum est igitur xs ac propterea xr est ipsi as aequalis, punctumque x ex dictis est punctum quaesitum. Quod facere oportebat.

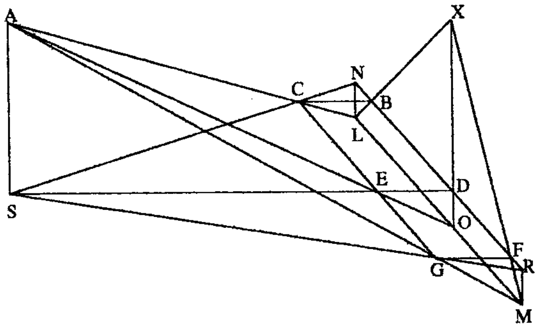
| Si vero[1578] lineae bc[1579] de fg sint inter punctum[1580] s et[1581] sectionem[1582]; [195]
lineas lb od mf in[1583] sectione[1584], infra vero subiectum[1585] planum per

[1578]Si vero *in interl. M* *ante* Si *del.* Sit ut antea oculus a (cuius altitudo (supra subiectum planum) sit as. In quo) sectionis *** linea (sit) fh et sint vero aequidistantes lineae bc de fg, (partim in subiecto plano ut fg partim non ut bc de) non fuerint in uno, et eodem subiecto plano nihilomninus. (Dico) lineas in tabula (sectione) has (ipsas bc de fg) ostendentes in unum et idem punctum x concurrere ostenditur. (Aequealtum supra subiectum planum ut a). Intelligatur (subiectum planum id quod per s lin) enim planum per bc ductum subiecto plano hoc est tabula (sectioni) fxn erectum. Iam ex praecedenti constat omnes lineas, quae in tabula (sectione) ostendunt lineas in hoc plano ipsi bc aequidistantes, quae quidem tabulae fxn erunt erectae; in x concurrent ut bx, quae ostendit bc. Quod idem demonstrabitur de linea de, et de fg. Quare omnes in x conveniunt. Quod demonstrare oportebat.



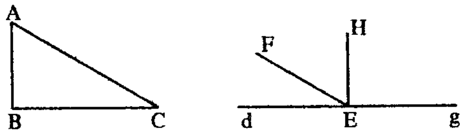
Iisdem positis et constructis *M*
[1579]*ante* bc *del.* autem *M*
[1580]punctum *in interl. M*
[1581]*post* et *del.* tabulam *M*
[1582]sectionem *in interl. M*
[1583]*post* in *del.* tabula *M*
[1584]sectione *in interl. M*
[1585]subiectum *in interl. M*

s et[1586] sectionis lineam[1587] bf ductum[1588] existentes, ipsasque bc de fg ostendentes.



In idem punctum x concurrere similiter ostenditur.

[196] |



Sit data linea bc. Datum vero punctum a recta lineam[1589]. Sitque datus angulus acutus abc[1590]. Oportet a puncto a lineam ac ducere, quae angulum acb dato angulo[1591] def[1592] aequalem efficiat[1593].

Producatur de in g, et ipsi dg perpendiculariter agatur he a punctum a ad bc perpendicularis ducatur ab[1594]. Deinde fiat angulus bac aequalis angulo[1595] hef[1596]. Et quoniam angulus abc est aequale angulo[1597] geh cum

[1586]et *in interl. M*

[1587]sectionis lineam *signo posito in marg. M*

[1588]bf ductum *in interl. M*

[1589]Sit data linea bc. Datum vero punctum a recta lineam *in interl. M*

[1590]angulus acutus abc ex angulus acutus def *M*

[1591]*post* angulo *del.* g *M*

[1592]def *in interl. M*

[1593]*post* efficiat *del.* Oportet autem angulos ad b g duobus rectis esse minores. Aliter enim tres abguli trianguli duobus essent rectis maiores. Quod fieri non potest. Exponatur angulus def aequalis angulo abc, producaturque fe in h et a puncto e fiat angulus hek aequalis angulo g. *M*

[1594]Producatur de in g, et ipsi dg perpendiculariter agatur he a punctum a ad bc perpendicularis ducatur ab *in interl. M*

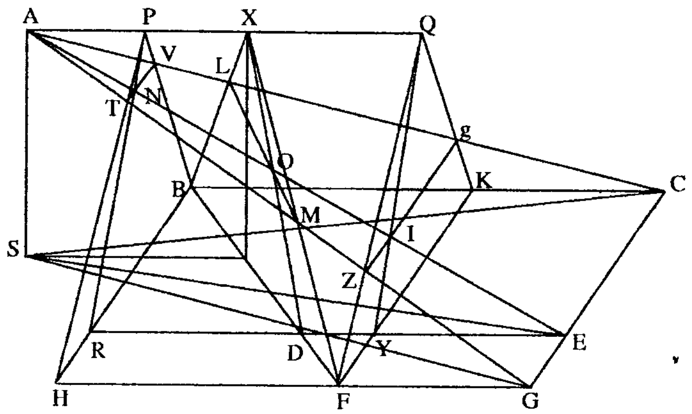
[1595]*post* angulo *del.* ked *M*

[1596]hef *in interl. M*

[1597]*post* angulo *del.* def *M*

sint recti[1598], angulus vero *bac* est angulo[1599] *hef*[1600] aequalis, erit reliquus angulus *acb* reliquo[1601] *fed*[1602] aequalis cum sit tres anguli trianguli duobus rectis aequales; veluti sunt[1603] *geh*, *hef*, *fed*[1604] duobus rectis aequales. Quare angulus *c* est dato[1605] angulo[1606] acuto *def*[1607] aequalis. Quod facere oportebat.

| Eadem, ut in 193, exponantur sed lineae *bc*, *de*, *fg* non sint[1608] sectionis lineae *bf*[1609] erectae. Lineae autem quae in[1610] sectione[1611] ostendunt lineas *bc*, *de*, *fg*, sint eodem modo *bl*, *do*, *fm*. Sitque[1612] sectio[1613] quomodocumque sita; hoc est sive subiecto[1614] plano[1615] erecta, sive minus. [197]



[1598] *geh* cum sint recti *in interl. M*
[1599] *post* angulo *del. ked M*
[1600] *hef in interl. M*
[1601] *post* reliquo *del. ked M*
[1602] *fed in interl. M*
[1603] *post* sunt *del.* tres *def ked keh M*
[1604] *geh*, *hef*, *fed in interl. M*
[1605] dato *in interl. M*
[1606] *post* angulo *del. e M*
[1607] acuto *def in interl. M*
[1608] *post* sint *del.* tabulae *bxf M*
[1609] sectionis lineae *bf in interl. M*
[1610] *post* in *del.* tabula *M*
[1611] sectione *in interl. M*
[1612] *post* Sitque *del.* tabula *M*
[1613] sectio *in interl. M*
[1614] subiecto *in interl. M*
[1615] *post* plano *del.* per *s*, *c*, *g* ducto *M*

Dico lineas *bl*, *do*, *fm* in unum, et idem punctum concurrere. Quod[1616] erit[1617] supra subiectum[1618] planum auquealtum[1619], ut *a*. Ducantur *bh*, *fk* ipsis *bc*, *de*, *fg* perpendiculares. Planaque erigantur *bph*, *kqf*[1620] subiecto plano erecta quae intelligantur esse altrae duae sectiones[1621] ducatur visuales radii *c9lua*, *eiona*, *gzmta*. Producanturque *de fg* donec ipsi *bh* occurrat in punctis *r*, *h*, *b*, *t* vero et *de* secet *fk* in punctis *y*, *k* lineae[1622]. Quae[1623] ostendunt lineas *bc re hg* in[1624] sectione[1625] *bph* sint *bu*, *rn*, *ht*. Quae in unum, et idem punctum conveniant, ut in *p*. Ita ut ducta *ap* sit ipsis *bc*, *re*, *hg* aequidistans. Lineae vero easdem lineas *kc*, *ye*, *fg* in[1626] sectione[1627] *kqf* ostendentes sint *k9*, *yi*, *fz*. Quae similiter in unum punctum, puta *q* concurrent. Ita ut ducta *aq* sit ipsis *bc*, *de*, *fg* aequidistans et quoniam *ap*, *aq* sunt eisdem lineis aequidistantes[1628] erit *** *apq* recta linea. Quoniam[1629] autem in triangulo *cbu* sunt lineae *bl*, *k9*, erunt lineae *bu*, *bl*, *k9* in uno, et eodem plano. Quia vero rectae lineae *bup*, *k0q* lineas coniungunt parallelas[1630] *pq*, *bk*. Erunt | *bp*, *kq* in eodem plano, in quo sunt *pq*, *bk*. Quare planum erit *bpqk* cuius pars est planum *bu9k*. Quod quidem[1631] planum est idem cum plano trianguli *cbu*, in quo est etiam[1632]

Questa è la medesima proposizione della 190. che potrà servir per Aliter

[198]

[1616] *post* Quod *del.* est *M*
[1617] erit *in interl. M*
[1618] subiectum *in interl. M*
[1619] *ante* auquealtum *del.* *scg M*
[1620] *post* *kqf* *del.* quae intelligantur aliae duae tabulae. Quae quidem sint plano *sc* erectae. Lineae autem *M*
[1621] subiecto plano erecta quae intelligantur esse altrae duae sectiones *in interl. M*
[1622] ducatur visuales radii *c9lua*, *eiona*, *gzmta*. Producanturque *de fg* donec ipsi *bh* occurrat in punctis *r*, *h*, *b*, *t* vero et *de* secet *fk* in punctis *y*, *k* lineae *signo posito in marg. M* *ante* ducatur *del.* lineae autem *bc*, *de*, *fg* productae secant lineam *hb* in punctis *r*, *h*. *fk* veri in *y*, *k* quae autem *in interl. M*
[1623] *post* Quae *del.* in sectione *bph* *in interl. M*
[1624] *post* in *del.* tabula *M*
[1625] sectione *in interl. M*
[1626] *post* in *del.* tabula *M*
[1627] sectione *in interl. M*
[1628] et quoniam *ap*, *aq* sunt eisdem lineis aequidistantes *in interl. M*
[1629] *ante* Quoniam *del.* Cum sit *ap* iisdem lineis quoque aequidistans. *M*
[1630] parallelas *in interl. M*
[1631] cuius pars est planum *bu9k*. Quod quidem *in interl. M*
[1632] etiam *in interl. M*

linea bl. Quoniam igitur bl st in plano[1633] bq[1634] convenitque bl cum linea bk in b; conveniet quoque bl producta[1635] cum pq. Itaque producatur, atque ipsi pq occurrat in x. Eademque ratione ob triangulum enr, in quo sunt lineae do, yi; triangulumque enr est in plano $rpqy$, ostenditur do ipsi pq occurrere. Parique ratione, cum sint lineae fm, fz in triangulo gth, quod est in plano $hpqf$ demonstrabitur lineam fm lineae pq occurrere. Tres igitur lineae bl, do, fm[1636] in[1637] linea pq[1638] conveniunt[1639]. Sunt vero bl, do, fm in uno et eodem plano. Ergo omnes in unum, et idem punctum in linea pq existens concurrent, ut in x. Planum enim per b, x, f ductum in uno tantum puncto linea pq[1640] [[dispescit]][1641]. Quod necesse est id esse, in quo lineae bl, do, fm conveniunt inter se. At vero quoniam punctum x est in linea aq, quae est[1642] lineis bc, de, fg, hoc est plano scg aequidistans[1643]. Erit punctum x aequealtum, ut a. Quod demonstrare oportebat.

Punctum x invenire

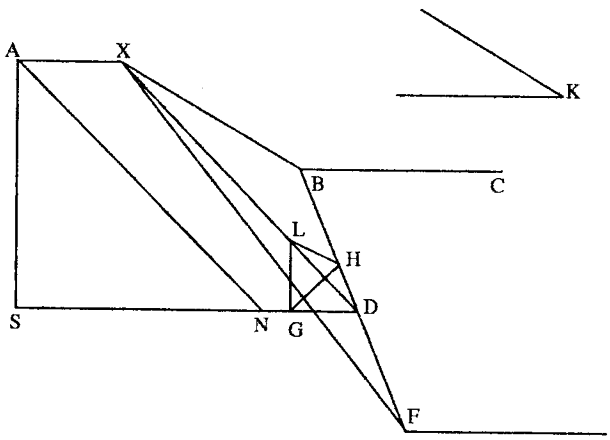
Ducatur $s\alpha$ ipsi bc aequidistans, et si[1644] sectio est plano scg erecta, in ipsa ducatur[1645] a puncto a ad bk perpendicularis ducatur ax, quae fiat aequalis as. Erit x punctum quaesitum. Planum enim per x, et as ductum, est ipsum $as\alpha x$[1646]. Sunt quippe as, $x\alpha$, et ax, $s\alpha$ parallelae[1647].
Idemque accidere similiter ostenditur, si lineae repraesentandae essent inter[1648] sectionem[1649], et punctum s, lineae *** has ostendentes sub plano

[1633] *post* plano *del.* bq *M*
[1634] bq *ex* pk *M*
[1635] *ante* producta *del.* et *M*
[1636] *post* fm *del.* cum *M*
[1637] in *in interl. M*
[1638] *post* pq *del.* concurrunt *M*
[1639] conveniunt *in interl. M*
[1640] *post* pq *del.* secat *M*
[1641] [[dispescit]] *in interl. M*
[1642] *post* est *del.* aequidistans *M*
[1643] aequidistans *in interl. M*
[1644] *post* si *del.* tabula *M*
[1645] sectio est plano scg erecta, in ipsa ducatur *in interl. M*
[1646] *post* $as\alpha x$ *del.* sunt quippe as, $x\alpha$ et ax, $s\alpha$ parallelae *M*
[1647] Sunt quippe as, $x\alpha$, et ax, $s\alpha$ parallelae *in interl. M*
[1648] *post* inter *del.* tabulam *M*
[1649] sectionem *in interl. M*

per s, b, f ducto existerent. Ut supra in aliis dictum est.
[199] | Si autem[1650] sectio[1651] bxf[1652] subiecto[1653] plano nempe[1654] per sp[1655], bf ducto inclinata; cuius inclinatiosit angulus k.
Ducatur sp[1656] ipsis bc de, fg[1657] aequidistans[1658] sectionis[1659] in linea sp[1660] vel producta vel non[1661] quodvis sumatur punctum[1662] m[1663] a quo ad planum per sp[1664] bf ductum hoc est subiectum planum[1665] erigatur perpendicularis ml[1666]; quae plano sectionis[1667] bxf occurrat in puncto l. Deinde ab eodem puncto m[1668] ducatur ad bf perpendicularis mh[1669], et iungatur hl, quae [[43 sexti libri Pappi]] erit perpendicularis ipsi bf erit lhg[1670] angulus inclinationis[1671] transientis[1672]. Iungatur deinde lp[1673], quae[1674] erit[1675] in plano sectionis[1676] bxf, cum in hoc plano sit triangulum hlp[1677]. Dein-

[1650] *post* autem *del.* tabula *M*
[1651] sectio *in interl. M*
[1652] *post bxf del.* fuerit *M*
[1653] subiecto *in interl. M*
[1654] nempe *in interl. M*
[1655] *sp ex sd M*
[1656] *sp ex sd M*
[1657] *de, fg in interl. M*
[1658] *post* aequidistans *del.* et in linea ad partem inclinationis tabulae *M*
[1659] sectionis *in interl. M*
[1660] *sp ex sd M*
[1661] vel producta vel non *in interl.: ante* vel *del.* (producta si opus est) *M*
[1662] *post* punctum *del. g, d M*
[1663] m *in interl. M*
[1664] *sp ex sd M*
[1665] hoc est subiectum planum *in interl. M*
[1666] *ml ex gl M*
[1667] sectionis *in interl. M*
[1668] m *in interl. M*
[1669] *mh ex gh M*
[1670] *ante lhg del.* utique *M*
[1671] *post* inclinationis *del.* ducti *M*
[1672] transientis *in interl. M*
[1673] Iungatur deinde *lp ex* Deinde iungatur *ld M*
[1674] *post* quae *del.* est *M*
[1675] erit *in interl. M*
[1676] sectionis *in interl. M*
[1677] *hlp ex hld M*

ceps[1678] ducatur linea[1679] *an*, quae faciat [[196]] angulum *ans* aequale angulo *lm*[1680].

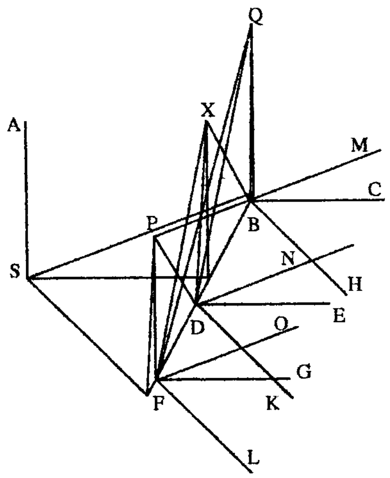


Producaturque *pl*[1681] in *x*. Fiatque *px*[1682] aequalis *na* iunctaque *ax*, erit haec ipsi *sp*[1683], ac per consequens ipsi *bc* aequidistans. Cum sint *an*, *dx* aequales, et parallelae. Ergo ex dictis *x* est punctum quaesitum.

| In eadem sectione[1684] infinita possunt esse puncta linearum concursus su- [200]
pra subiectum planum[1685] aequealta[1686]. Oculus[1687] *a* cuius altitudo supra subiectum planum sit *as*. Sit sectionis linea *bf*, sectio autem sit quomodocumque sita hoc est sive subiecto plano erecta, sive minus. Sintque[1688] in subiecto plano parallelae lineae *bc*, *de*, *fg*. Deinde aliae[1689] *bh*, *dk*, *fl*.

[1678] Deinceps *in interl. M*
[1679] *ante* linea *del.* deinde *M*
[1680] *m in interl. M*
[1681] *pl ex dl M*
[1682] *px ex dx M*
[1683] *sp ex sd M*
[1684] In eadem sectione *ex* In una et eadem tabula *M*
[1685] supra subiectum planum *in interl. M*
[1686] *post* aequealta *del.* Eadem intelligantur suntque *M*
[1687] Oculus ~ plano*:* *in interl. M*
[1688] *post* Sintque *del.* Exponantur *M*
[1689] *post* aliae *del.* sint parallelae *M*

Denique aliae quoque[1690] *bm*, *dn*, *fo*[1691]. In sectione[1692] autem punctum[1693] concursus linearum *bc*, *de*, *fg*. Sit[1694] *x*.

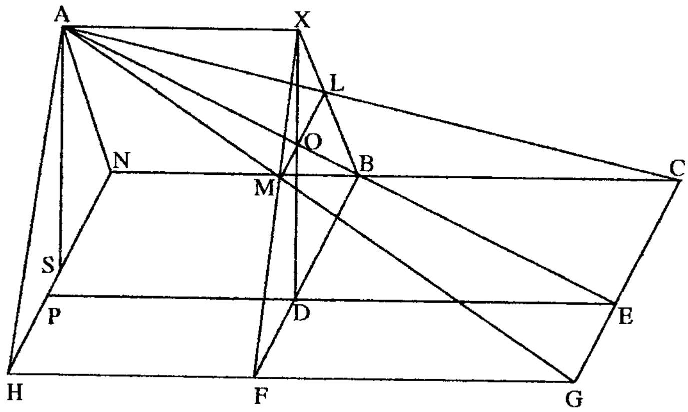


Itidemque concursus[1695] linearum *bh*, *dk*, *fl* sit punctum *p*[1696]. Linearum vero *bm*, *dn*, *fo* punctum concursus[1697] sit[1698] *q*. Iungatur[1699] *bx*, *dx*, *fx*, *bp*, *dp*, *fp*, *bq*, *dq*, *fq*. Ex[1700] dictis enim *bc*, *de*, *fg* in[1701] sectione apparent in[1702] lineas *bx*, *dx*, *fx*. Lineae vero *bh*, *dk*, *fl* in lineis[1703] apparent[1704] *bp*, *dp*, *fp*. Atque lineae *bm*, *dn*, *fo* in lineis apparent[1705] *bq*, *dq*, *fq*[1706]. At

[1690] *post* quoque *del.* sint parallelae *M*
[1691] *post fo del.* omnes in eodem plano sitque communis sectionis plani et tabulae linea *bf M*
[1692] sectione *ex* tabula *M*
[1693] *ante* punctum *del.* ex dictis inveniatur *M*
[1694] *ante* Sit *del.* quod *M*
[1695] concursus *in interl. M*
[1696] *ante p del.* inveniatur concursus *M*
[1697] *post* concursus *del.* inveniatur *M*
[1698] sit *in interl. M*
[1699] Iungatur *ex* Iungaturque *M*
[1700] *ante* Ex *del.* Intelligantur autem parallelae lineae primo expositae infinitae *M*
[1701] *post* in *del.* tabula repraesentabunt *M*
[1702] sectione apparent in *in interl. M*
[1703] *post* lineis *del.* ostendent *M*
[1704] apparent *in interl. M*
[1705] apparent *in interl. M*
[1706] *post fq del.* repraesentant *M*

vero quoniam infinitis modis in[1707] subiecto[1708] plano possunt esse[1709] lineas parallelae diversimode collocatae[1710] infinita quoque possunt esse[1711] puncta[1712]linearum concursus Cumque[1713] unum quodque punctum[1714] linearum concursus[1715] sit aequealtum supra subiectum planum ut oculus a. Ergo *** aequealta quare[1716] infinita esse[1717] possunt puncta linearum concursus supra subiectum planum aequealta. Quod demonstrare oportebat[1718].

| [201]



Aliter, quae in 193 et 197 demonstrata sunt tantum unica demonstratione ostendemus. Exponantur eadem, et sit sectio bxf quomodocumque sita. Et a puncto s ipsi bf aequidistans ducatur nh producaturque cb, ed, gf[1719]

[1707]in ~ plano: *in interl.* *M*
[1708]subiecto *ex* eodem *M*
[1709]possunt esse *ex* possumus ducere *M*
[1710]diversimode collocatae *in interl.* *M*
[1711]*post* esse *del.* puncta aequealta *M*
[1712]puncta *in interl.* *M*
[1713]*ante* Cumque *del.* Quod demonstrare oportebat. Quae *M*
[1714]*post* punctum *del.* p, x, q *M*
[1715]linearum concursus *in interl.* *M*
[1716]Ergo *** aequealta quare *ex* Ergo *M*
[1717]esse *in interl.* *M*
[1718]*post* Quod demonstrare oportebat *del.* Hinc patet puncta p, x, q esse aequealta supra planum per s et fl ductum. Quare ducta pxq est recta linea et dicto plano aequidistans *M*
[1719]*post* gf *del.* usque *M*

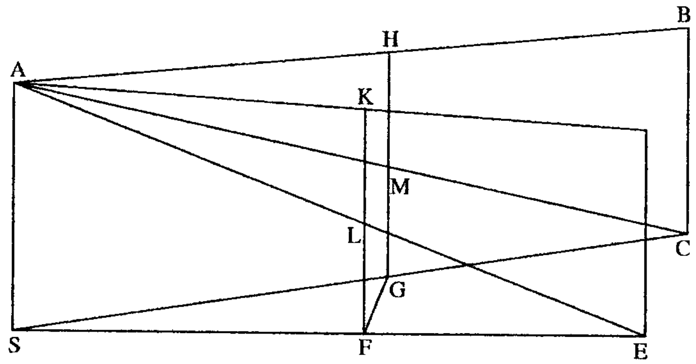
donec[1720] hic[1721] linea occurrat[1722] in n, p, h linea vero sectionis in punctis b, d, f[1723].

Iungatque ah, ap, an. Ducanturque visuales radii cls, eoa, gma[1724]. Quoniam enim planum trianguli agh transit per a, possibile erit per a in hoc plano per agh ducto ipsi hg parallelam lineam ducere. Itaque ducatur, et sit ax. Et quoniam fm est in plano trianguli[1725] ahg, ac per consequens est in plano per ax, hg ducto. Si igitur fm producatur, ipsam ax secabit, quandoquidem ipsa hg[1726] ipsi ax parallelam dispescit[1727]. Quonima autem nc est aequidistans ipsi hg. Erit, et ax ipsi nc aequidistans. Quare ax, nc in uno sunt plano, in sunt[1728] etiam lineam an siquidem[1729] parallelas ax, nc[1730] secant. Sed linea lb in eodem est plano[1731] linearum ac, cn linea[1732] igitur[1733] bl producta[1734] ipsam ax secabit cum ipsi nc occurrat in b[1735]. Parique ratione ostenditur planum[1736] ape per ax transire; lineaque do producta[1737] ipsa ax dispescere. At vero quoniam bl, do, fm in uno sunt plano, nempe sectionis[1738], lineae bl, do, fm in uno tantum puncto secabunt lineam ax, ut in x. Planum enim bxf, in quo sunt lineae bl, do, fm, lineam ax in x tantum secat. Quod est punctum, in quo lineae concurrunt. At[1739] vero quoniamax est ipsis bc, de, fg aequidistans. Ac propterea est subiecto

[1720] donec *in interl. M*
[1721] hic *ex* adhic *M*
[1722] occurrat *in interl. M*
[1723] linea vero sectionis in punctis b, d, f *in interl. M*
[1724] Ducanturque visuales radii cls, eoa, gma *in interl. M*
[1725] trianguli *in interl. M*
[1726] *post hg del.* dispescit *M*
[1727] dispescit *in interl. M*
[1728] sunt *ex* est *M*
[1729] siquidem *in marg. M*
[1730] ax, nc *in interl. M*
[1731] Sed linea lb in eodem est plano *ex* Sed lineae *** lb sunt in eodem plano *M*
[1732] *ante* linea *del.* planum igitur per anc ductum tansibit per ax. Cum omnes lineae cn, na, ac, ax in uno, et eodem sint plano. Ac propterea *M*
[1733] igitur *in interl. M*
[1734] producta *in interl. M*
[1735] cum ipsi nc occurrat in b *in interl. M*
[1736] planum *in interl. M*
[1737] producta *in interl. M*
[1738] sectionis *ex* tabulae *M*
[1739] *ante* At *del.* Quod demonstrare oportebat *M*

plano aequidistans. Erit punctum x super subiectum planum aequealtum ut oculus a. Quod demonstrare oportebat.

| Si oculus videt lineas subiecto[1740] plano perpendiculares; sitque sectio[1741] eidem plano erecta; lineae[1742], in sectione apparentes[1743], erunt[1744] et subiecto[1745] plano[1746] et sectionis lineae perpendiculares[1747]. [202]



Sit oculus a, qui videat lineas bc, de, quae sint perpendiculares subiecto[1748] plano per sc, se ducto. Sitque[1749] sectionis linea[1750] fg[1751] sectio autem sit subiecto[1752] plano erecta[1753]. Lineaque[1754] in sectione apparentes sint hm, kl[1755].

[1740]subiecto *in interl. M*
[1741]sectio *ex* tabula *M*
[1742]*post* lineae *del.* quae perpendiculares repraesentant *M*
[1743]in sectione apparentes *in interl. M*
[1744]*post* erunt *del.* eodem *M*
[1745]et subiecto *in interl. M*
[1746]*post* plano *del.* erectae *M*
[1747]et sectionis lineae perpendiculares *in interl. M*
[1748]subiecto *in interl. M*
[1749]*post* Sitque *del.* huiusque plani, et tabulae sit communis sectio *M*
[1750]sectionis linea *in interl. M*
[1751]*post* fg *del.* sitque tabula *M*
[1752]sectio autem sit subiecto *in interl. M*
[1753]*ante* erecta *del.* per sc, se ducto *M*
[1754]*post* Lineaque *del.* hm in tabula ostendat linea bc. Ipsa vero kl lineam de repraesentat *M*
[1755]in sectione apparentes sint hm, kl *in interl. M*

Dico *hm*, *kl* subiecto[1756] plano per erectas[1757] esse. Sint visuales radii *bha*, *cma*, *dka*, *ela*[1758]. Quoniam[1759] enim linea *bc* est subiecto[1760] plano erecta[1761], erit [[18 undecimi]] planum trianguli *abc* eidem plano erectum. Et quoniam *hm* est in triangulo *abc*, eademque *hm* est in sectio[1762], erit *hm* trianguli[1763] *abc*, ac sectionis[1764] communis sectio. Sectio autem[1765] et planum *abc* sunt subiecto[1766] plano erecta[1767]. Ergo linea [[19 undecimi]] quoque *hm* subiecto[1768] plano erecta[1769] erit. Eodemque modo ostenditur *kl* esse subiecto[1770] plano erecta[1771].

Et[1772] quoniam *fg* est[1773] in subiecto[1774] plano[1775]. Suntque *hg*, *kf* subiecto[1776] plano erectae[1777]. Ergo et ipsi *fg* perpendiculares erunt. Quod demonstrare oportebat.

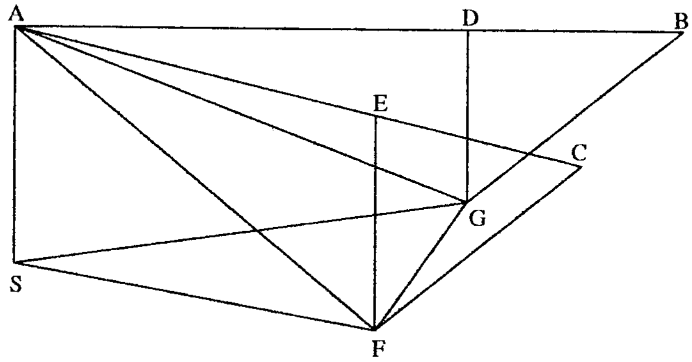
Aliter

Iisdem constructis quoniam enim *bc*, *de* sunt subiecto plano perpendiculares[1778], estque sectio eidem plano erecta, erunt *bc*, *de* sectioni aequidistantes.

[1756] subiecto *in interl. M*
[1757] *ante* erectas *del.* *sc*, *se* ducto *M*
[1758] Sint visuales radii *bha*, *cma*, *dka*, *ela* *in interl. M*
[1759] *ante* Quoniam *del.* Quoniam enim *hm*, *kl* ostendant lineas *bc*, *de*. Ductis *ba*, *ca*, *da*, *ea* lineis visualibus transibunt hae quidem per puncta *hm kl M*
[1760] subiecto *in interl. M*
[1761] *ante* erecta *del.* per *sc*, *se* ducto *M*
[1762] sectio *ex* tabula *M*
[1763] *ante* trianguli *del.* plani *M*
[1764] sectionis *ex* tabulae *M*
[1765] Sectio autem *ex* Tabula vero *M*
[1766] subiecto *in interl. M*
[1767] *ante* erecta *del.* per ducto *M*
[1768] subiecto *in interl. M*
[1769] *ante* erecta *del.* per *sc*, *se* ducto est *M*
[1770] subiecto *ex* eodem *M*
[1771] *post* erecta *del.* quod demonstrare oportebat *M*
[1772] *ante* Et *del.* Propterea dico *hm*, *kl* ipsi *fg* perpendiculares esse. Producantur autem *hm*, *kl* in *fg*, quae nimirum in linea *fg* cadent omnes enim sunt in †tabula† sectione *M*
[1773] *post* est *del.* communis sectio tabulae *M*
[1774] subiecto *in interl. M*
[1775] *post* plano *del.* per *sc*, *se* ducto *M*
[1776] subiecto *in interl. M*
[1777] *ante* erectae *del.* per *sc*, *se* ducto *M*
[1778] *ante* perpendiculares *del.* erectae *M*

Quare hm, kl et[1779] inter se et ipsis bc, de sunt parallelae, sunt autem bc, de subiecto plano erectae, ergo hm, kl sunt subiecto plano perpendiculares. Quod autem hg, kf sint ipsi fg perpendiculares eodem modo ostenditur. Quod demonstrare oportebat.

| [203]



Si oculus[1780] videat datas lineas quomodocumque sitas[1781] quae tamen existant in planis per ipsas et oculum ductis subiecto plano erectis. Sectio autem sit quoque[1782] subiecto plano erecta lineae in sectione apparentes erunt subiecto plano perpendiculares .

Sit oculus a, datae autem utcumque lineae bg, cf. Sit sectionis linea fg sectioque sit subiecto plano erecta. Plana vero per bg et a, et cf et a ducta sint subiecto plano erecta. Lineae[1783] autem[1784] in sectione apparentes sint ef, dg. Dico[1785] lineas dg, ef[1786] subiecto[1787] plano per sgf ducto[1788] perpendiculares esse.

1779 *ante* et *del.* sunt *M*

1780 Si oculus ~ existant: *in interl. M* *ante* Si oculus *del.* Si datae lineae fuerint *M*

1781 quomodocumque sitas *in interl. M*

1782 quoque *in interl. M*

1783 *ante* Lineae *del.* Erit *M*

1784 autem *in interl. M*

1785 *ante* Dico *del.* Intelligantur eada, sed sint lineae gb, fc plano scf inclinatae. Ducanturque ag, ab, af, ac. Sintque lineae gb, fc in planis agb, afc, quae sint plano sgf erecta *M*

1786 *post* ef *del.* in †tabula† sectione ipsas gb fc ostendentes *M*

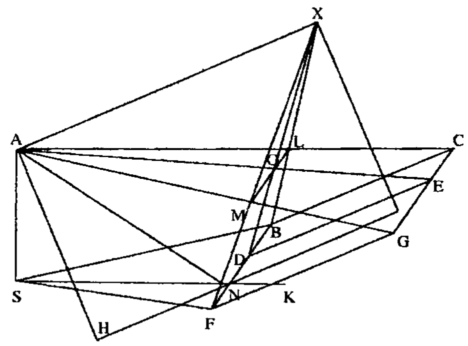
1787 subiecto *in interl. M*

1788 ducto *in interl. M*

Sint visuales radii *bda*, *ga*, *cea*, *fa*[1789]. Quoniam enim sectio[1790] planumque *agb*, sunt[1791] subiecto[1792] plano erecta[1793]. Lineaque *dg* horum planorum est communis sectio; erit *dg* subiecto[1794] plano perpendicularis[1795]. Similiterque ostenditur *ef* plano *sgf* erectam esse. Quod demonstrare oportebat.
Sit oculus *a* supra subiectum[1796] planum per *sbf* ductum[1797] altitudine *as*. Aequidistantes vero lineae[1798] in uno plano existentes[1799] sint *bc*, *de*, *fg* quae non sint sectionis lineae *bf* aequidistantes[1800] planum autem[1801] in quo sint parallelae lineae[1802] sit[1803] subiecdto[1804] plano inclinatum[1805]. Sit sectio[1806] *bxf* quomodocumque sita. In qua sint lineae *bl*, *do*, *fm*[1807] apparentes[1808]. Dico *bl*, *do*, *fg* in unum, et idem punctum concurrere, aequealtum supra planum per *bc*, *de*, *fg* ductum, veluti est punctum *a*. Sint[1809] *bc*, *de*, *fg* aequales quae cum non sint ipsi *bf* parallelae, cum ipsa concurrent quare concurrant in *bdf*[1810] sintque visuales radii *cla*, *eoa*, *gma*. Iungaturque[1811] *ceb*, quae quidem recta erit linea, cum sint *bc*, *de*, *fg* aequales, et parallelae. Eritque *ceg* ipsi *bf* aequalis et aequidistans. Iungantque deinde *lo*, *om*,

[1789]Sint visuales radii *bda*, *ga*, *cea*, *fa* *in interl. M*
[1790]sectio *in interl. M*
[1791]*ante* sunt *del.* †tabulaeque† sectionisque planum *M*
[1792]subiecto *in interl. M*
[1793]*ante* erecta *del. sgf M*
[1794]subiecto *in interl. M*
[1795]*ante* perpendicularis *del. sgf M*
[1796]subiectum *in interl. M*
[1797]ductum *in interl. M*
[1798]*post* lineae *del.* in uno plano existentes *M*
[1799]in uno plano existentes *in interl. M*
[1800]quae non sint sectionis lineae *bf* aequidistantes *in interl. M*
[1801]planum autem *in interl. M* *ante* planum *del.* aequales quae quod quidem *M*
[1802]in quo sint parallelae lineae *signo posito in marg. M*
[1803]sit *ex* sint *M*
[1804]subiecdto *in interl. M*
[1805]*ante* inclinatum *del. sbf M*
[1806]Sit sectio *ex* Sitque tabula *M*
[1807]*post fm del.* lines *bc*, *de*, *fg* ostendentes *M*
[1808]apparentes *in interl. M*
[1809]Sint ~ *gma*: *in interl. M*
[1810]quae cum non sint ipsi *bf* parallelae, cum ipsa concurrent quare concurrant in *bdf* *signo posito in marg. M*
[1811]Iungaturque *ex* Iunganturque *M*

quae erit recta linea, cum sit *cg*[1812] sectionis linea *bf*[1813] aequidistans. Quoniam[1814] enim *ce*, *lo* sunt aequidistantes, ob similitudinem triangulorum *ace*, *alo* erit ut *ca* ad *al*, ut *ce* ad *lo*. est autem *ca* maior, quam *al*, ergo *ce* maior est, quam *lo*. Quia vero *ce* est aequalis *bd*, erit *bd* maior, quam *lo*. Suntque *bd*, *lo* parallelae, cum sit *ce* ipsis *bd*, *lo* aequidistans; lineae igitur *bl*, *do* ex *l*, *o* productae | concurrent. Quare concurrant in *x*. Ob similitudinemque [204] triangulorum *bxd*, *lxo*, erit *bx* ad *xl*, ut *bd* ad *lo*[1815] et ut[1816] *bd* ad *lo*, ita *ce* ad *lo*. Ut vero *ce* ad *lo*, ita est *ca* ad *al*. Ut igitur *bx* ad *xl*, ita *ca* ad *al*. Eademque ratione ostenditur ita esse *bx* ad *xl*, ut *bf* ad *lm*. Estque *lm* ipsi *bf* aequidistans. Ergo *fm* producta[1817] puncto[1818] *x* occurret. Quare *bl*, *do*, *fm* in unum, et idem punctum concurrent. At vero quoniam ita est *ca* ad *al*, ut *bx* ad *xl*, dividendo erit *cl* ad *la*, ut *bl* ad *lx*. Ducta igitur *ax* est ipsi *bc*, ac per consequens plano per *bc*, *de*, *fg* ducto aequidistans. Ergo punctum *x* supra hoc planum est aequealtum ut *a*. Quod demonstrare oportebat.



[1812] *post cg del.* tabulae *M*
[1813] sectionis linea *bf in interl. M*
[1814] *ante* Quoniam *del.* Eruntque ductis visualibus lineis *cla*, *eoa*, *gma* rectae lineae *M*
[1815] *post lo del.* Quoniam autem lineae *bd*, *ce* sunt aequales, erit *M*
[1816] et ut *in interl. M*
[1817] *post* producta *del.* in *M*
[1818] puncto *in interl. M*

Aliter

Iisdem constructis. Intelligatur planum per *bc*, *de*, *fg* ductum productum esse; cui ab a[1819] perpendicularis ducatur ah[1820]. Tunc[1821] si intelligatur planum[1822] per h et bf ductum esse subiectum planum in quo sunt lineae *bc*, *de*, *fg* manifestum est lineas *bl*, *do*, *fm* in idem punctum concurrere, esseque punctum x supra dictum planum aequealtum, ut a. Quod demonstrare oportebat.

Le altezze
Corollarium

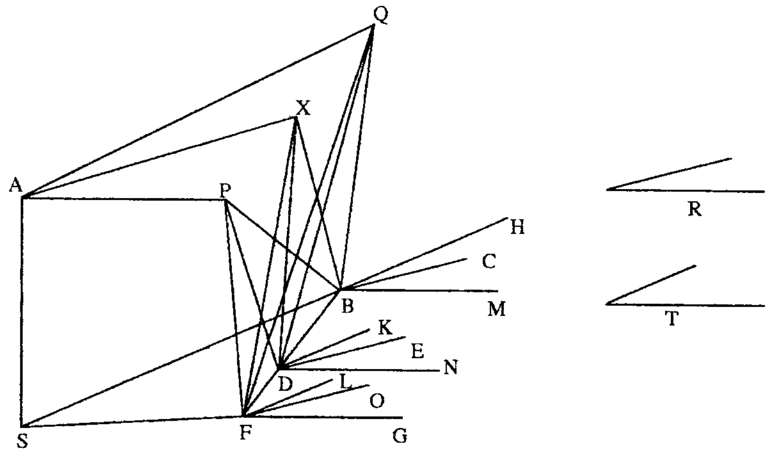
Ex hoc manifestum est si intelligatur panum *sbf* horizonti aequidistans; punctum x linearum concursus non esse supra hoc planum semper aequealtum, ut oculus a. Ut nonnulli fortasse falso extimarunt.

Punctum x linearum concursus invenire.

Ducatur *snk* perpendicularis ad bf. Iungaturque *an*, quae [[34 sẹxti libri Pappi]] eidem bf perpendicularis erit. Rursus ipsi bf in plano per *bc*, *de*, *fg* ducto perpendicularis ducatur *np*, quae producatur ipsique ad a perpendicularis agatur *ah*. Erit utique [[2 undecimi]] *ah* plano per *bc*, *de*, *fg* ducto perpendicularis. Eritque *snh* veluti *knp* inclinationis angulus planorum per *bc*, *de*, *fg* et per *sbf* ductorum. Itaque invento puncto h, et altitudine *ah*, ex 198, et 199 invenietur punctum x.

[1819] ab *a in interl. M*
[1820] *post ah del.* Manifestum est ex 193 et 197 *M*
[1821] Tunc ~ est: *in interl. M*
[1822] *ante* planum *del.* oculum *M*

| [205]



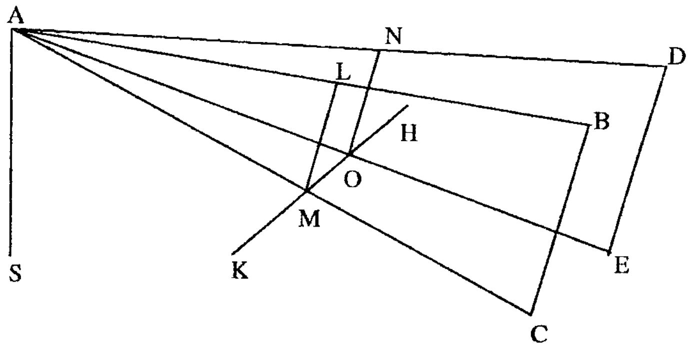
In[1823] eadem[1824] sectione[1825], infinita possunt esse puncta linearum concursus[1826] supra subiectum planum non[1827] aequealta.
Sit[1828] oculus *a* cuius altitudo supra subiectum planum sit *as*. Sectionis vero linea sit *bf*. Sectio autem sit quacumque. Sint[1829] in[1830] uno plano aequidistantes[1831] lineae *bc*, *de*, *fg*[1832] quod quidem planum[1833] ad subiectum[1834] planum[1835] sit[1836] inclinatum in angulo *r*. Similiter *bh*, *dk*, *fl* sint in[1837] alte-

[1823]In ∼ aequealta: *in interl. M*
[1824]*ante* eadem *del.* una, et *M*
[1825]sectione *ex* tabula *M*
[1826]*post* concursus *del.* non *M*
[1827]supra subiectum planum non *in interl. M*
[1828]Sit ∼ plano: *in interl. M*
[1829]Sint *ex* Exponantur *M*
[1830]*ante* in *del.* in subiecto *M*
[1831]*ante* aequidistantes *del.* Iisdem positis sint *M*
[1832]*post* *fg* *del.* quid plana *M*
[1833]quod quidem planum *in interl. M*
[1834]subiectum *in interl. M*
[1835]*ante* planum *del.* sectionis *in interl. M*
[1836]sit *in interl. M*
[1837]in ∼ plano: *in interl. M* *post* in *del.* uno *M*

ro[1838] plano aequidistantes[1839] quod[1840] ad subiectum[1841] planum[1842] sit[1843] inclinatum in angulo t. Lineae vero parallelae bm, dn, fo sint in subiecto[1844] plano[1845] bh[1846] bc, bm non sint in uno et eodem plano veluti dk, de, dn et fl, fg, fo sectione autem sit punctum x linearum concursus ipsarum[1847] bc, de, fg. Linearum vero bh, dk, fl punctum[1848] concursus sit punctum q. Linearum autem bm, dn, fo sit punctum p. Si[1849] igitur iunganturque bx, dx, fx, bq, dq, fq, bp, dp, fp[1850] parallelae lineae. bc[1851], de, fg in sectione apparebunt in bx, dx, fx lineae[1852] vero bh, dk, fl apparebunt in[1853] bq, dq fq lineae[1854] denique bm, dn, fo apparebunt in[1855] bp, dp, fp[1856] si[1857] igitur iungantur ax, aq, ap erit ax ipsis bc, de, fg aequidistans, aq vero ipsis bh, dk, fl, et ap ipsis bm, dn, fo parallela erit. Parallelae vero lineae sunt in diversis planis diversas inclinationes habentibus. Ergo puncta x, q, p non[1858] erunt supra subiectum planum aequealta. Quoniam autem infinitis modis lineas ducere possumus parallelas in planis existentes, magis, minusque subiecto plano inclinatis, infinita quoque poterunt esse puncta linearum concursus, quae non erunt supra subiectum planum[1859] aequealta.

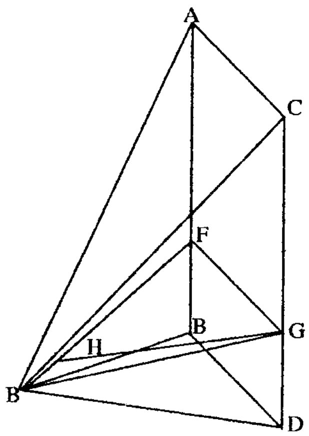
[1838] altero *in interl. M*
[1839] *post* aequidistantes *del.* in plano *M*
[1840] quod *in interl. M*
[1841] subiectum *in interl. M*
[1842] *post* planum *del.* *sbf* *M*
[1843] sit *in interl. M*
[1844] subiecto *in interl. M*
[1845] *post* plano *del.* per s, b, f ducto. Itaque ducatur in tabula ostedendum *M*
[1846] bh ~ sit: *in interl. M*
[1847] ipsarum *in interl. M*
[1848] punctum *in interl. M*
[1849] *ante* Si *del.* Erit utique ducta ax ipsis bc, de, fg aequidistans. aq vero ipsis bh, dk, fl, et linea ap ipsis bm, dn, fo aequidistans *M*
[1850] iunganturque bx, dx, fx, bq, dq, fq, bp, dp, fp *in interl. M*
[1851] bc ~ in: *in interl. M* *ante* bc *del.* intelligantur infinite *M*
[1852] *ante* lineae *del.* lineas bc, de, fg in tabula repraesentabunt *M*
[1853] bh, dk, fl apparebunt in *in interl. M*
[1854] *ante* lineae *del.* lineas bh, dk, fl ostendent *M*
[1855] bm, dn, fo apparebunt in *in interl. M*
[1856] *post* fp *del.* ipsas bm, dn, fo repraesentabunt *M*
[1857] si ~ aequealta: *in interl. M*
[1858] non *in interl. M*
[1859] supra subiectum planum *in interl. M*

Quod demonstrare oportebat.



Hoc sequitur 188 est enim pars illius propositionis[1860].

| [206]

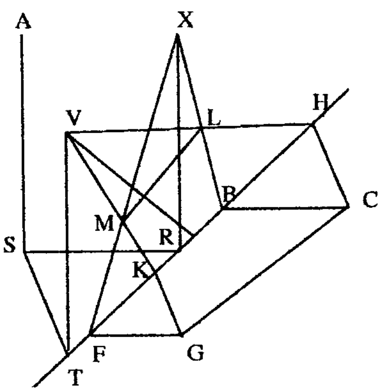


si *ab cd* sint horizonti herectae, videntur erectae quare et aequidistantes videntur (omittatur nunc qui? ex *bd* in centrum mundi concurrant) linea tamen *ac* minor videtur quam *fg*, et *fg* quam *bd*. Ratio haec est.

Sint aequidistantes lineae *ab cd* plano *ebd* erectae. Sitque *ebd* angulus rectus. Sintque *ac fg bd* aequidistantes. Iungantur *ea ec*, *ef eg*. Dico angulos *efg eac* ipsi *ebd* aequales esse. Angulum vero *feg* minorem esse angulo

[1860] *post* propositionis *del.* Similiter si sint aequidistantes lineae *bc*, *de*. Lineae vero in †tabula† sectione sint *lm*, *no*. Sitque †tabula† sectio ipsis *bc*, *de* parallela. Dico *lm* esse ipsi *no* aequidistante. Eadem enim est demonstratio *M* *bed*, et *aec* minorem *feg*. Angulum *efg* maiorem esse angulo *edb*, et *eca* maiorem angulo *egf*. Quoniam enim *ab* est erecta plano *ebd*, erit *dba* angulus rectus. Sed et *dbe* est rectus; linea igitur *bd* [[4 undecimo]] est plano *eba* perpendicularis. Quia vero *fg ac* sunt ipsi .*bd* parallelae; erunt [[8 undecimi]] *fg ac* eidem[1861]plano *eab* erectae. Quare angulus *efg* est rectus. Veltui *eac* rectus. Unde anguli *efg eac* sunt ipsi *ebd* aequales. At vero quoniam angulus *ebf* est rectus, erit *ef* maior que *eb*. Quare secetur *ef* in *h*. Sitque *fh* aequalis *eb*. Iungaturque *hg*. Et quoniam parallelogrammum est *fd*, erit *fg* ipsi *bd* aequalis; sed et *fh* est ipsi *be* aequalis, et anguli *ebd hfg*, quos continent, sunt aequales, nempe recti; erit triangulum *hfg* triangulo *ebd* aequale. Ac propterea angulus *fhg* angulo *bed*, et angulus *fgh*angulo *bde* aequalis. Sed cum[1862] angulus *feg* minor est angulo *fhg*, erit angulus *feg* minor angulo *bed*. Hacque prorsus ratione ostenditur angulum *aec* minorem esse angulo *feg*. Et *eca* minorem angulo *egf*. Quod demonstrare oportebat.

[207] |



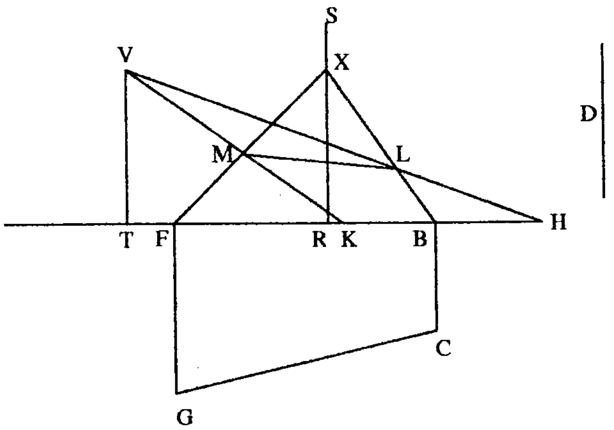
Sit datum punctum *c*. Oporteatque invenire ubi punctum *c* apparet in tabula erecta plano per *bt* et *s* ducto. Ducatur ut in 193 *sr rx*. Deinde in linea *bt* fiat *rt* aequalis et *rs* et in tabula ducatur *tu* perpendicularis lineae *tb*. His ita expositis ducatur *cb* ipsi *tb* perpendicularis. In lineaque *bt* fiat *bh* (non ad partem *t*, sed ad alteram) aequalis *bc*. Ducanturque *bx hu*, quae se invicem secent in *l*. Dico punctum *l* in tabula ostendere punctum

[1861] eidem *in interl. M*
[1862]cum *in interl. M*

c. Iungantur *st hc*. Quoniam enim *bc sr* sunt ipsi *rbsrt* aequalis. Quare anguli *rst rts* uno recto aequales simul sunt angulis *bhc bch* aequales. Quia vero lineae *sr rt* sunt aequales; erit angulus *rst* aequalis *rts*. Qui cum ambo simul sint uni recto aequales, erit *rts* recti dimidius. Ob eandemque causam cum sint lineae *bc bh* aequales; erit anguus *bhc* recti dimidius. Unde sequitur angulum *rts* angulo *bhc* aequalem esse. Ac propterea linea *st* ipsi *ch* est aequidistans. At vero quoniam ducta est *st* ipsi *ch* aequidistans. In tabulaque ducta est *tu* ipsi *tb* perpendicularis, quae ipsi *sa* est[1863] aequalis. Erit [[190 197]] punctum *u* linearum concursus ipsius *ch*, et omnium, quae sunt ipsi *ch* aequidistantium. Quapropter linea *hu* in tabula ostendit lineam *hc*, etiam si ex *c* infinite produceretur. Sed ex 193 *bx* in tabula ostendit lineam *bc*. Ergo cum punctum *c* sit in utraque linea *ch cb* punctum quod in tabula[1864] ostendit ipsum *c* erit ubi se invicem secant *hu bx*. Quare punctum *l post del.* ubi se invicem secant, ostendit[1865] punctum *c*. Quod facere oportebat.

| Itaque, duobus tantum punctis *u x*, inveniri poterit quodlibet datum punctum in subiecto plano, ut *g*. Ducta nempe *gf* ad *fb* perpendiculari; factaque *fk* ipsi *fg* aequalis sed non ad partes *t*. Deinde ductis *ku fx*, quae se invicem secent in *m*. Punctum *m* in tabula ostendit punctum *g*. Quod eodem prorsus modo demonstrabitur. Ducta nempe *gk*, quae ipsis *st hc* aequidistans esse ostenditur. [208]
Quod si ducta fuerit *gc*, iungatur *ml*, ostendit haec in tabula lineam *gc*. Quod idem in aliis punctis, et aliis lineis fieri potest[1866].

1863 est *in interl. M*
1864 in tabula *in interl. M*
1865 *post del.* ubi se invicem secant, ostendit *M*
1866 *post* potest *del. cb* et *bh*, ducatur *ch M*



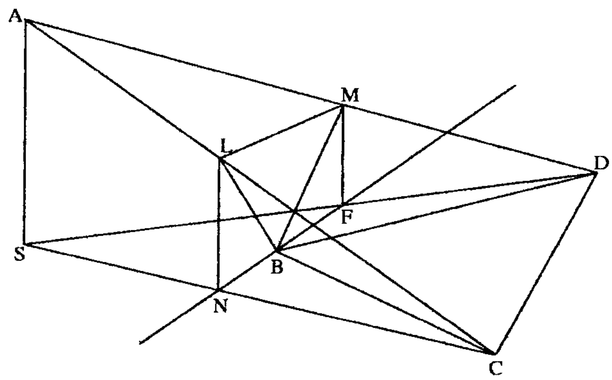
Praxis

Cadat perpendicularis ab oculo ad subiectum planum in *s*, cuius altitudo sit data, quae sit *d*. Communis autem sectio plani, et tabulae supra planum erectae sit *tb*. Data vero linea, quam repraesentare oportet sit *cg*. Ducatur a puncto *s* ad *tb* perpendicularis *sr*. Fiatque *rt* aequalis *rs*. Ducaturque a punctis *t r* ipsi *tb* perpendiculares *tu rx*. Et unaquaeque fiat, aequalis datae altitudini ipsius oculi supra subiectum planum, hoc est aequalis ipsi *d*. His constructis ducatur *cb* ipsi *tb* perpendicularis. Fiatque ad alteram ipsius *t* partem *bh* aequalis *bc*. Iungaturque *bx hu*, quae se invicem secent in *l*. Punctum *l* in tabula ostendit ipsum *c*. Similiter fiat *gf* perpendicularis ipsi *tb*, et fiat *fk* ipsi *fg* aequalis. Ducanturque *fx ku*, quae se secent in *m*. Punctum *m* ostendit punctum *g*. Quare iungatur *ml*, ostendit *ml* in tabula lineam *gc*, oculo existente supra punctum *s* altitudinbe *d*. Quod facere oportebat. His itaque tantum duobus punctis *u x* quodlibet aliud[1867] punctum in subiecto plano datum ac per consequens quaelibet data linea in tabula eodem prorsus modo invenientur.

Hae[1868] autem operationes hoc modo sunt intelligendae, nempe, ut in subiecto plano inveniatur puncta, lineae, superficies ut apparent in tabula. Quae ostendant puncta lineae superficies, et corpora, quae ab oculo cernuntur? Ut in hac praxi exempli gratia, si intelligantur planum, in quo sunt

[1867] aliud *in interl. M*

[1868] Hae ~ est: *signo posito in marg. folii 209 M* lineae rx tu bx, hu fx ku, et kl erectum supra subiectum[1869] planum, in quo sunt lineae th gc, et punctum in s. Tunc si oculus esset ad subiectum planum[1870] perpendiculariter erectus supra punctum s altitudine d, visuales radii et cg ad oculum pervenientes per lm transirent, ita ut in tabula linea lm ipsam ostenderet cg. Quod idem in aliis operationibus observandum est. | [209]

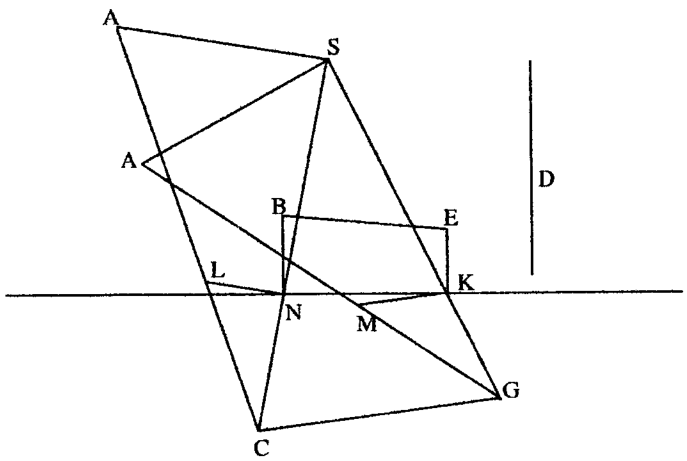


Sit[1871] rursus oculus a cuius altitudo as, sitque sectionis linea nf. Data vero figura bcd oporteat in erecta sectione[1872] figura apparepte describere oporteatque duabus tantum punctis a, s uti ducatur sc quae lineam nf secent in n et[1873] a puncto n[1874] in sectione perpendicularis ducatur nl fiatque ut sc ad cn ita as ad nl[1875]. Dico primum[1876] punctum l in sectione ipsum c repraesentare[1877]. Quonima enim as est subiecto plano erecta, erit as ipsi sc perpendicularis, sed et ln est ipsi sc perpendicularis ergo as, ln sunt parallelae. Et quoniam as est subiecto plano erecta, erit ln eidem plano erecta. Sed tabula est subiecto plano erecta, erit igitur punczum l in tabula. Quare propter lineam cla visualem, ostendit punctum l ipsum c.

[1869] subiectum *in interl. M*
[1870] ad subiectum planum *in interl. M*
[1871] Sit ~ uti: *in interl. M* *post* uti *del.* Sit rursus datum punctum c, et oporteat invenire ubi punctum c apparet in tabula subiecto plano erecta. Existente oculo in a supra planum altitudine as *M*
[1872] in erecta sectione *in interl. M*
[1873] ducatur sc quae lineam nf secent in n et *ex* ducantur ac, sc, et ipsi sc *M*
[1874] *post* n *del.* in plano trianguli asc perpendicularis ducatur nl *M*
[1875] in sectione perpendicularis ducatur nl fiatque ut sc ad cn ita as ad nl *in interl. M*
[1876] primum *in interl. M*
[1877] sectione ipsum c repraesentare *ex* tabula ostendere *M*

Duobus igitur tantum punctis *sa* quodlibetaliud punctum inveniemus ut si in subiecto plano[1878] datum fuerit aliud punctum *g*. Ductis *ag* *skg*.Ductaque *km* ipsi *sg* perpendiculari, ostendit intabula punctum *m* ipsum *g*. Et si connectatur *cg*. Iungatur *lm*, ostendit *lm* in tabula ipsam *cg*. Fiat praxis inveniendo[1879] puncta *l*, *m* supra *n*, *k* perpendiculariter quantitate *nl* *km* quod fiet demittendo triangula *asc*, *asg* cum lineis *nl*, *km* subiecto plano[1880] quae quidem deservient, ac si essent erecta. Cum sint eadem hoc modo

[210] |



Praxis

Datum sit punctum *c*, linea vero tabule *kn*. Cadatque perpendicularis ab oculo in subiectum planum in *s*, cuius altitudo sit *d*. Ducatur *sc*, cui perpendicularis ducatur *sa*, quae fiat aequalis *d*. Iungaturque *ac*. Et a puncto *n* ad *sc* perpendicularis ducatur *nl*. Invento itaque puncto *n*, inventaque altitudine *nl*, fiat a puncto *n* ad *nk* perpendicularis *nb*. Quae fiat aequalis ipsi *nl*. Punctum *b* in tabula ostendit punctum *c*. Et hoc modo invenietur punctum *e*. Quod in tabula ostendat ipsum *g*, ductaque *be* lineam *cg* ostendit. Quod facere oportebat[1881].

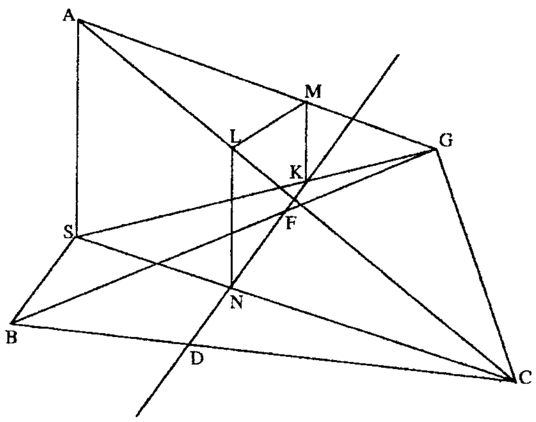
[1878]in subiecto plano *in interl. M*

[1879]inveniendo ~ fiet: *in interl. M*

[1880]subiecto plano *in interl. M*

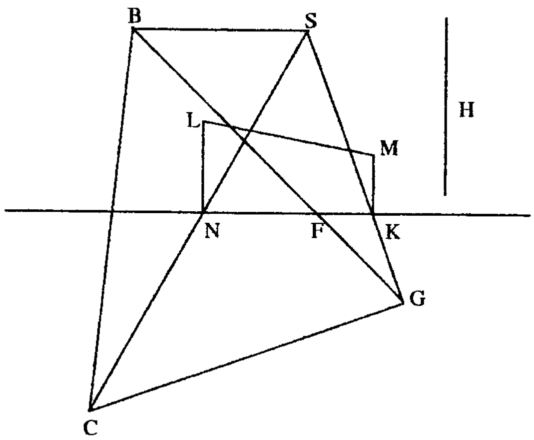
[1881]*post* Quod facere oportebat *del.* Aliter quoque iisdem duobus punctis *sa*, ubi quodlibet datum punctum in sectione apparet, facilius et expeditius inveniemus hoc modo *M*

| [211]



Eadem, ut in praecedenti demonstratione exponatur. Atque punctum *l* ostendat in tabula ipsum *c*. Deinde in subiecto plano ducatur *sb* ipsi *dk* aequidistans, quae fiat aequalis *sa*. Ducaturque *bdc*. Dico *dn* in subiecto plano ipsi *nl* erectae aequalem esse. Quoniam enim *as ln* sunt parallelae, erunt triangula *acs lcn* similia quare est *sc* ad *cn*, ut *as* ad *nl*. Similiter cum sint *bs dn* parallelae, ob similitudinem triangulorum *scb ncd*, erit *sc* ad *cn*, ut *sb* ad *nd*. Quapropter erit *as* ad *nl*, ut *sb* ad *dn*. Et pèrmutando *as* ad *sb*, ut *nl* ad *dn*. Suntque *as sb* aequales ergo *dn* ipsi *nl* est aequalis. Similiter cum punctum *m* in tabula ostendat punctum *g*, ducta *bfg* ostenditur *fk* aequalem ipsi *km*. Iuctaque *lm* ostendit haec lineam *cg*.

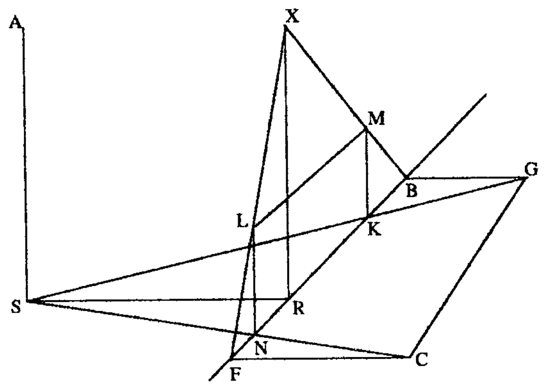
| Praxis [212]



questa si pó far alla rovescia.

Sit datum punctum *c*, linea vero tabulae sit *dk*. Perpendicularis vero ab oculo in subiectum planum cadat in *s*, cuius altitudo sit *h*. Ducatur *sb* aequidistans ipsi *dk*. Fiatque *sb* ipsi *h* aequalis. Ducaturque *sc bc*, quae ipsam *dk* secent in *n d*, a punctoque *n* ipsi *dk* ducatur perpendicularis ipsi *nl*, quae fiat aequalis ipsi *nd*. Ostendit punctum *l* in tabula ipsum *c*. Similiter ductis *sg bg*, factaque *km* aequali *kf*, quae sit perpendicularis ipsi *dk*, ostendit punctum *k* ipsum *g*. Ductaque *lm* ostendit *lm* lineam *cg*. Quod facere oportebat.

[213] |

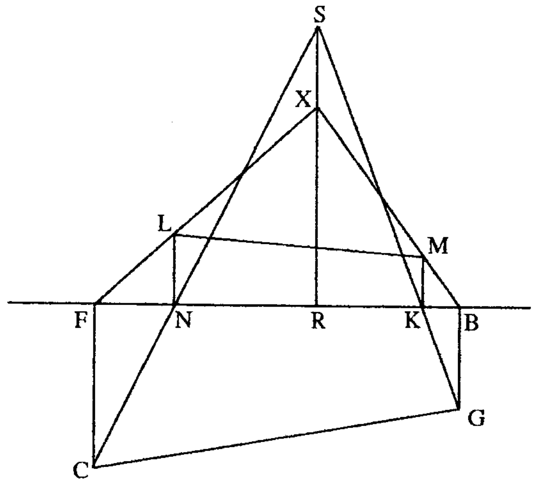


Sit ostendendum punctum *c* in sectione supra subiecto plano erecta. Intelligantur eadem ut in 207[1882]. Ducatur *snc*, et a puncto *c* ipsi *fb* ducatur perpendicularis *cf* rursus in sectione a puncto *n* ipsi *fb* perpendicularis ducatur *nl*. Iungaturque *fx*. Quae *nl* secet in *l*. Dico punctum *l* in sectione ostendere punctum *c*. Primam quidem ex 209 patet, punctum in sectione quod ostendit ipsum *c*, esse in linea *nl*. Sed ex 207 est etiam in linea *fx*. Ergo ubi se invicem secant, ut in *l* est punctum, quod in sectione ostendit ipsum *c*.

Duobus igitur tantum punctis *s x* inveniemus in sectione quodlibet punctum quaesitum. Ut ducta *skg*, factaque *gb* ipsi *fb* perpendiculari. Rursusque ipsi *fb* in sectione facta perpendiculari *km*. Ductaque *mx*, punctum *m* ostendit ipsum *g*. Ductaque *lm* ostendit lineam *cg*.

[1882] ut in 207 *in interl. M*

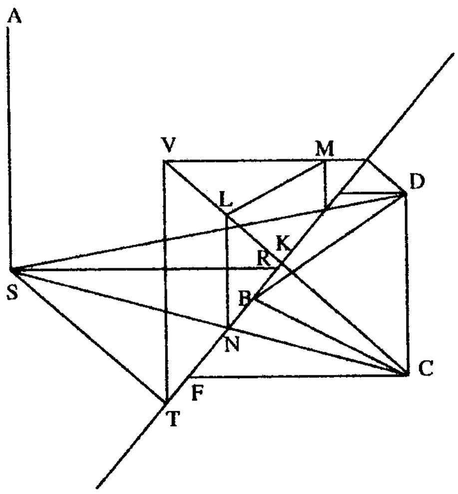
| [214]



Praxis

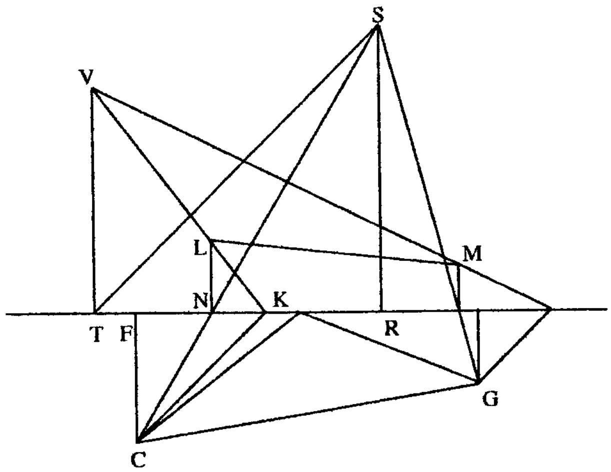
Cadat perpendicularis ab oculo in subiectum planum in s. Duaturque sr ipsi bf perpendicularis. Fiatque rx aequalis altitudini oculi. Inventisque punctis s x. Sit datum punctum c in subiecto plano. Ducaturque snt, et a puncto c ipsi cf perpendicularis ducatur cf, quae intelligantur in subiecto plano. Inventis autem punctis f n nunc intelligantur sectio per fb et x transiens. Ducaturque nl ipsi fb perpendicularis. Iungaturque fx, quae ipsam nl secet in l. Punctum l in sectione ostendit ipsum c. Eodemque modo invenietur punctum m ostendens ipsum g. Ductaque lm ostendit lineam cg. Quod facere oportebat.

| Eadem construantur fiat rrt aequalis rs. In sectione autem ipsi fr ducatur tu perpendicularis, quae fiat aequalis sa. Deinde ut in praecedenti ducatur snc ipsique tr perpendicularis ducatur cf. Fiatque (non ad partem t) fk aequalis fc. In sectione autem ducatur ipsi ft perpendicularis nl. Ducaturque ku, quae ipsam nl secet in l. Dico punctum l ostendere ipsum c. Ex praecedentibuss, et ex 209 constat punctum, quod in sectione ostendit ipsum c, esse in linea nl. [215]



Sed ex 207 est etiam in linea *ku*, quae quidem lineae cum se invicem secent in *l*, ostendit *l* in sectione punctum *c*. Parique ratione duobus tantum punctis *s k* alia invenientur puncta[1883] autem? invenietur punctum *m*, quod ostendit ipsum *g*. Lineaque *lm* ipsam *cg*. Iisdem[1884] positis Loco autem *cf fk*. Iungatur *st* cui aequidistans ducatur *ck*. Ducaturque *ku*, quae ipsam *nl* secet in *l*. ostedit[1885] (ex 207) linea *ku* ipsam *kc*. Ergo punctum *l* in sectione ostendit punctum *c*. Bisogna far la sua figura.[1886]

[216] |



[1883] duobus tantum punctis *s k* alia invenientur puncta *in interl. M*
[1884] Iisdem *in interl. M*
[1885] *ante* ostedit *del.* ostendit erit punctum *M*
[1886] Bisogna far la sua figura. *signo posito in marg. M*

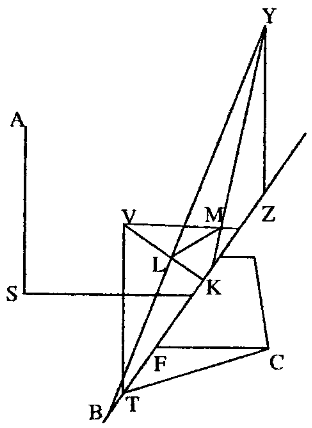
Praxis

Perpendicularis ab oculo in subiectum planum cadat in s. Ducaturque sr ipsi tr perpendicularis. Fiatque rt aequalis rs. Ipsique tr agatur perpendicularis tu. Sitque datum punctum c. Intelligaturque nunc subiectum planum. Ducaturque snc, ducaturque cf ipsi fr perpendicularis. Fiatque fk aequalis fc. Inventis punctis n k, intelligatur nunc sectio per tr et u transiens. Ducaturque nl ipsi nr perpendicularis. Iunctaque ku, quae nl secet in l. Erit punctum l in sectione quaesitum. Quod quidem ostendit ipsum c. Parique ratione invenietur punctum m, quod ipsum g ostendit. Lineaque lm ipsam cg in sectione represaentabit.

Praxis[1887]

Loco autem cf et fk. Iungatur st, cui aequidistans ducatur ck. Iungaturque kl, quae nl secabit in l. Punctumque l ostendit ipsum c, et ita in aliis. Bisogna far la sua figura.[1888]

| [217]



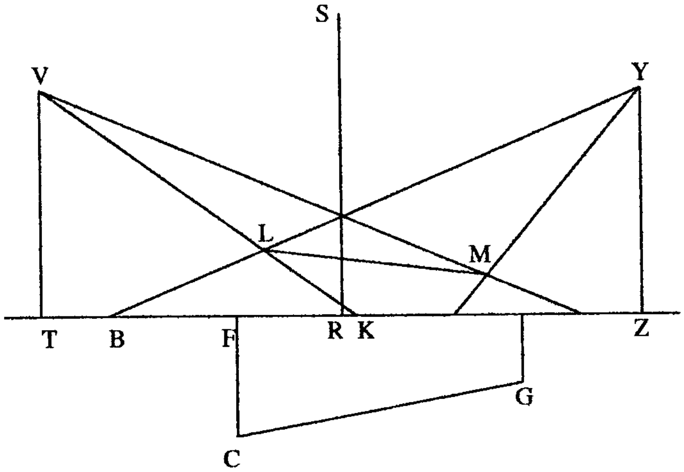
Iisdem positis, fiat rt rz aequales ipsi sr. Ducaturque tu zy perpendiculares ipsi fz, quae fiant aequales ipsi as. Deinde a puncto c ducatur ipsi fr perpendicularis cf.

[1887] Praxis *in interl. M*

[1888] Bisogna far la sua figura. *signo posito in marg. M*

Fiatque ex utraque parte fb fk aequales ipsi fc. Ducaturque ku by, quae se invicem secent in l. Dico punctum l ostendere in sectione ipsum c. Quod patet ex 207. Hisque duobus punctis u y alia omnia puncta inveniemus, ut m, quod quidem ipsum g ostendat, lineaque lm ipsam cg repraesentabit.

[218] |



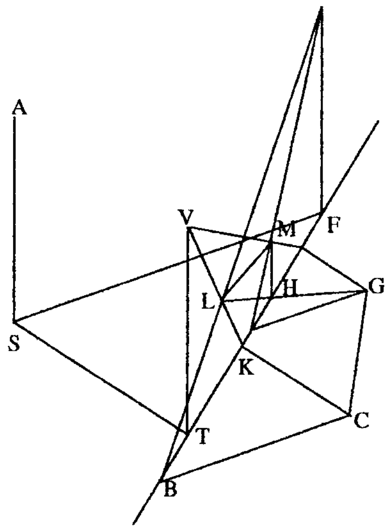
Ut in praecedenti fiat rt aequalis rs, ad alteram quoque partem fiat rz eidem rs aequalis. Ipsique tz perpendiculares ducantur tu zy. A datoque puncto c ducatur in subiecto plano cf perpendicularis ipsi tz. Et ex utraque parte fiant fb fk aequales ipsi fc. Nunc vero intelligatur sectio per tz, punctaque u y transiens. Ducanturque by ku, quae secent sese in l. Punctum l ostendit ipsum c. Duobusque tantum punctis u y alia omnia invenietur ut m, quod ipsumk g repraesentabit, veluti linea lm ipsam cg.

Sit oculus a cuius supra subiectum[1889] planum altitudo sit as. Sit sectionis linea bf in sectione vero ubicumque[1890] sumantur[1891] puncta u x. Quorum tamen perpendiculares ut xf sint aequales ipsi as. daraque[1892] dataque[1893] sit in subiecto plano figura[1894] cgh oportet in sectione figuram apparentem

[1889] subiectum *in interl.* *M*
[1890] *ante* ubicumque *del.* constituantur *M*
[1891] sumantur *in interl.* *M*
[1892] *ante* daraque *del.* Sitque *M*
[1893] *post* dataque *del.* punctis *M*
[1894] sit in subiecto plano figura *in interl.* *M*

describere tribusque tantum punctis *s u x* uti oporteat[1895]. Iungantur *st sf*. Et a puncto *c* ipsis *st sf* aequidistantes ducantur *ck cb*.[1896] iunganturque[1897] *ku bx*, quae se invicem secent in *l*.

| [219]

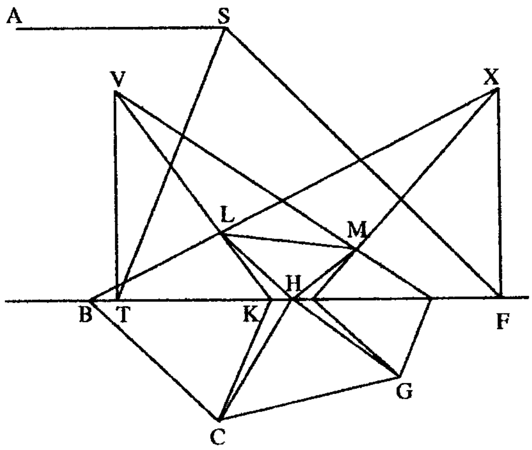


Dico *l* ostendere ipsum *c* in sectione. Quoniam enim *ck* est aequidistans ipsi *st*, erit punctum *u*[1898] punctum[1899] linearum concursus lineae *ck*, et omnorum ipsi *ck* aequidistantium. Similiter cum sit *cb* ipsi *sf* parallela, erit punctum *x* linearum concursus ipsius *cb*, et aliarum, quae[1900] fuerint ipsi *cb* aequidistantes. Quare linea *ku* ostendit in sectione lineam *kc*, ipsa vero *bx* ipsam[1901] *bc*. At vero[1902] punctum *c*[1903] est in utraque linea *ck cb* ergo punctum *l* ubi *ku bx* se invicem secant, ostendit in sectione punctum

[1895] oportet in sectione figuram apparentem describere tribusque tantum punctis *s u x* uti oporteat *in interl. M*
[1896] *post cb. del.* a punctisque *b k* ducanturque *M*
[1897] iunganturque *in interl. M*
[1898] *post u del.* ex *M*
[1899] punctum *in interl.*
[1900] *post* quae *del.* sunt *M*
[1901] *ante* ipsam *del.* ostendit *M*
[1902] At vero *in interl. M*
[1903] *ante c del.* vero *M*

c. Hacque ratione inveniemus[1904] quaelibet alia[1905] puncta,[1906] ut *m* in quo punctum *g* apparebit[1907]. Unde linea que[1908] ipsam *cg* repraesentabit. Et quoniam punctum *h* est in ipsa sectione iunctis *lh hm*, apparebit *ch* in *hl*. Et *gh* in *hm*, quare[1909] figura *cgh* in sectione in *lmh* apparebit. Est igitur *lmh* in sectione figura apparens.

[220] |



Praxis

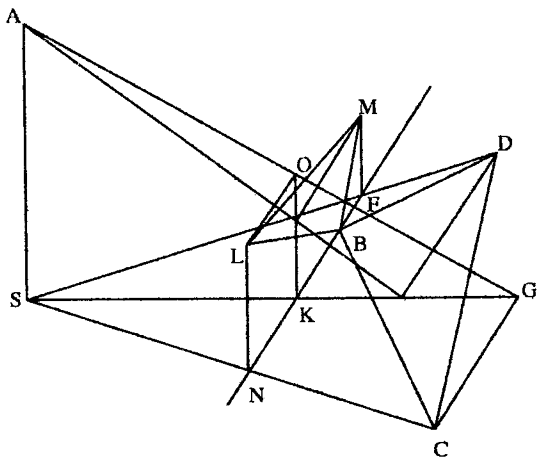
In subiecto[1910] plano datum sit *s* punctum distantiae, dataque sit sectionis linea *bf*. Figura vero rectilinea[1911] in subiecto plano data sit *cgh*. Nunc planum habeatur per sectione in qua data sunt *** aliaque[1912] duo puncta *u*, *x*[1913]. Ita ut ambae[1914] perpendiculares *ut*, *xf* ipsi sectionis linea *bf* ductae

[1904] *post* inveniemus *del.* caetera *M*
[1905] quaelibet alia *in interl. M*
[1906] *post* puncta, *del.* ut *m* ostendens ipsum *g M*
[1907] ut *m* in quo punctum *g* apparebit *in interl. M*
[1908] *ante* que *del. M*
[1909] *ante* quare *del.* descripta est *M*
[1910] In subiecto ~ qua: *in interl. M* *ante del.* Cadat perpedndicularis ab oculo in sebiectum planum in *s*:In subiecto *M*
[1911] rectilinea *in interl. M*
[1912] data sunt *** aliaque *ex* dataque erunt *M*
[1913] *ante* *u*, *x* *del.* ubicunque *M*
[1914] ambae *in interl. M*

sint aequales[1915] ipsi[1916] *as*. Nunc vero rursus accipiatur[1917] planum per subiecto plano in quo connectantur *st*, *sf*[1918] a quo[1919] puncto[1920] *c* ducantur *cb*, *ck* ipsis *sf*, *st* parallelae[1921]. Inventis itaque punctis *b*, *k* planum[1922] intelligatur sectio per *bf* et puncta *u*, *x* transiens, iunganturque *ku*, *bx*, quae se secent il *l*. Ostendit punctum[1923] *l* in sectione[1924] punctum *c*[1925]. Hacque prorsus ratione invenietur punctum *m*, quod ipsum *g* ostendat. Unde ducta[1926] *lm* ipsam *cg* ostendit. Et quoniampunctum *h* est in ipsa sectione, iungantur *lh*, *hm*, apparebit *ch* in sectione in *hl*, et *gh* in *hm*. Atque idem figura *cgh* in sectione apparebit in *lmh*. Quod manifestum est si intelligatur sectio, lineaque *sa* subiecto plano erectae[1927] unde figura *lmh* erit in sectione[1928] figura apparens. Quod facere oportebat.

| Questa seguita la 209, 210. [221]

[1915] *post* aequales *del.* altitudini oculi supra punctum *s* *M*
[1916] ipsi ~ in quo: *in interl. M*
[1917] accipiatur *ex* intelligatur *M*
[1918] *post sf del.* his ita aexpositis intelligatur subiectum planum in quo a dato *M*
[1919] a quo *in interl. M*
[1920] puncto *ex* punctoque *M*
[1921] *post* parallelae *del.* hunc vero *M*
[1922] Inventis itaque punctis *b*, *k* planum *in interl. M*
[1923] punctum *in interl. M*
[1924] in sectione *in interl. M*
[1925] *post c del.* in sectione *M*
[1926] ducta *ex* lineaque *M*
[1927] *post* erectae *del. aliquot verba M*
[1928] in sectione *in interl. M*

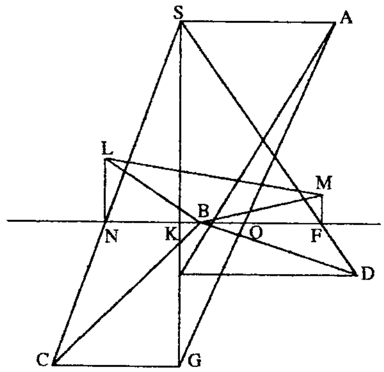


Exponatur prorsus[1929] eadem ut in praecedenti[1930] et[1931] a[1932] puncto autem[1933] *c* ducatur *cg*[1934]. In sectione autem ducatur *ko* ipsi *nf* perpendicularis. Ducaturque *aog*[1935]. Deinde ducatur *snc*[1936], et a puncto *n* in sectione ipsi *nf* perpendicularis ducatur *nl*, quae fiat aequalis ipsi *ko*. dico punctum *l* in sectione ostendere punctum *c*. Iungatur *ol* erit utique *ol* ipsi *kn* aequidistans. Siquidem sunt *ko*, *nl* aequales, et aequidistantes. Est vero *cg*[1937] est ipsi *ol* parallela. Quare *ol*[1938] in sectione ostendit ipsam *cg*[1939]. At vero ex praecedenti linea *nc* apparet in *nl*[1940]. Cum sit igitur punctum *c*[1941] in lineis[1942] *cg*, *nc* apparebit punctum *c* in *l*, ubi similiter *ol*, *nl* inter se conveniunt[1943].

[1929]prorsus *in interl. M*
[1930]ut in praecedenti *in interl. M*
[1931]*post* et *del.* a puncto *s* sectionis lineae *nf* perpendicularis ducatur *skb*. A dato autem *M*
[1932]a *in interl. M*
[1933]autem *in interl. M*
[1934]*cg ex cl M*
[1935]*aog ex aol M*
[1936]ducatur *snc* ex iungatur *sc M*
[1937]*cg ex cl M*
[1938]*ante ol del. aliquot literas M*
[1939]*cg ex cl M*
[1940]linea *nc* apparet in *nl ex* punctum, quod ostendit ipsum *c*, est in linea *nl M*
[1941]punctum *c in interl. M*
[1942]*post* lineis *del.* quoque *ol*, igitur ostendit ipsum *c*. Quod facere oportebat *M*
[1943]*cg*, *nc* apparebit punctum *c* in *l*, ubi similiter *ol*, *nl* inter se conveniunt *in interl. M*

Eodem modo iisdem punctis s, a linaque sb alia quotcumque data puncta inveniemus. Ut punctum m, quod in sectione ostendit ipsum g. Iunctaque lm ipsam cg repraesentabit.

| [222]



Praxis

Sit in subiecto plano[1944] punctum s[1945] punctum distantiae oculi vero altitudo as quae sit[1946] sectionis linea nf aequidistans[1947]. Data vero[1948] figura bcd[1949] ducattur skg ipsi nf perpendicularis, a punctoque c ipsi[1950] sg perpendicularis[1951] ducatur cg[1952] ducanturque sc[1953], ag lineam[1954] sectionis nf secent in punctis p, o. Inventisque punctis n, k, o[1955] nunc prorsus[1956] intelligatur sectio[1957], cui perpendicularis ductaur nl, quae fiat aequalis ko.

[1944] in subiecto plano *in interl. M*

[1945] *post* s *del.* ubi cadit ab oculo perpendicularis, sitque *M*

[1946] punctum distantiae oculi vero altitudo as quae sit *in interl. M*

[1947] aequidistans *in interl. M*

[1948] vero *signo posito in marg. M* *post* vero *del.* vero punctum c, quae quidem in subiecto plano existere intelligenda sunt, in quo etiam

[1949] figura bcd *in interl. M*

[1950] *post* ipsi *del.* nf aequidistans *M*

[1951] sg perpendicularis *in interl. M*

[1952] *post* cg *del.* connectaturque sc, deinde ducatur *M*

[1953] ducanturque sc *in interl. M*

[1954] *ante* lineam *del.* ipsi bs perpendicularis, quae sit aequalis altitudini oculi. Ducaturque aob quae *M*

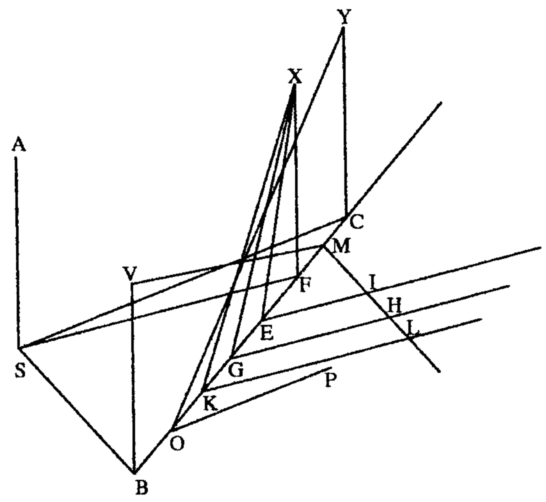
[1955] punctis p, o. Inventisque punctis n, k, o *in interl. M*

[1956] prorsus *ex* autem *M*

[1957] *post* sectio *del.* transiens per nf *M*

Ex demonstratis[1958] punctum *l* ostendit in sectionem ipsum *c* eodemque[1959] modo invenietur punctum *m* ipsum *d* ostendens, qui cum sit *b* in sectione iunctis *bl*, *lm*, *mb*, erit *blm* in sectione figura apparens quod quidem patet si manentem *sg*[1960] connectatur triangulum *asb* una cum linea *ko* donec subiecto plano fiat erectum. Intelligaturque sectio una cum[1961] figura *blm*[1962] subiecto plano erecta[1963]. Oculus fuerit in *a*. Quod facere oportebat[1964]. Qui seguita 211, 212.

[223] |



Questo vuol essere ilprimo modo da tirar in perspettiva.

Ut ad praxim deveniamus primum quoniam in sectione subiecto plano erecta lineas indefinitas terminatas[1965] inveniri possine ostendamus. Veluti.

[1958]Ex demonstratis *in interl. M*

[1959]eodemque ~ apparens: *signo posito in marg. M*

[1960]*sg ex sl M*

[1961]*post* cum *del.* linea *nl M*

[1962]figura *blm in interl. M*

[1963]*post* erecta *del.* Eademque ratione invenietur punctum *m* ostendens ipsum *g*. Ex quibus sequitur ductam lineam *clm* ipsam *cg* ostendere. Quod facere oportebat. *M*

[1964]Oculus fuerit in *a*. Quod facere oportebat *in interl. M*

[1965]terminatas *in interl. M*

Sit oculus a, cuius altitudo supra subiectum planum sit as. Sit sectionis linea bc. Datae vero sint lineae in subiecto plano ei, gh, kl, op[1966] quae[1967] cum bc conveniant in punctis e, g, k, o[1968]. Sintque[1969] eas ei, gh parallelae veluti kl, op quoque parallelae, qui si etiam linearum termini i, h, l in recta fuerint linea. Ducatur lhi, quae tamen producta[1970] sectionis lineae occurrat in m, qui[1971] si iungantur termini pl fueritque linea[1972] pl ipsi bc aequidistans, non coniungatur pl, sed a puncto p utcumque ducatur pn, quae tamen proportionis facilitatem ducatur ipsis ei, gh aequidistans. Itaque[1973] inveniatur punctum x[1974] linearum[1975] concursus ipsarum ei, gh. Ductis nempe sf, fx ut in praecedenti. Similter inveniatur punctum linearum concursus kl, op. Quod sit y ducta sc ipsi kl, op parallela et cy in sectione perpendiculari cb[1976], et[1977] ipsi as aequali. Deinde inveeniatur adhuc punctum u quod si punctum linearum concursus ml et aliarum ipsi ml aequidistantium, si existerint. Quod sint[1978] ducta sb[1979] parallela ml, et in sectio bu aequali sa perpendicularique bc, ut saepe dictum est. Iungantur[1980] ex, gx[1981] et etiam nx, cum sit np ipsis ei, gh aequidistans[1982]. Ostendent hae lineae in

---

[1966] *ante* op *del.* mn *M*

[1967] *post* quae *del.* primam non sint ipsi bc parallelae *M*

[1968] cum bc conveniant in punctis e, g, k, o *in interl. M*

[1969] Sintque ∼ ut saepe dictum est: *signo posito in marg. M* eas ei, gh parallelae veluti kl, op quoque parallelae, qui si etiam *in interl. M*

[1970] tamen producta *in interl. M*

[1971] qui *in interl. M*

[1972] linea *in interl. M*

[1973] *ante* Itaque *del.* Sintque *M*

[1974] x *in interl. M*

[1975] *ante* linearum *del.* ducta nempe *M*

[1976] *post* cb *del.* quae sit *M*

[1977] et *in interl. M*

[1978] Quod sint *in interl. M*

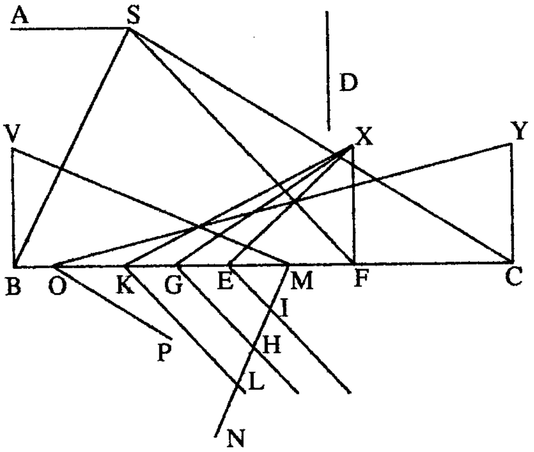
[1979] *ante* sb *del.* nempe *M*

[1980] Iungantur *in interl.*: *ante* Iungantur *del.* Ducatur sf ipsi ei aequidistans, et in sectione ipsi bc perpendicularis ducatur fx, quae fiat aequalis ipsi as. Erit utique punctum x ex ... linearum concursus iparum ei, gh, kl. Iunctis igitur *M*

[1981] *post* gx *del.* kx *M*

[1982] et etiam nx, cum sit np ipsis ei, gh aequidistans *in interl. M* sectione ipsas ei, gh[1983] np[1984] ex scilicet[1985] vero ipsam ei, gx ipsam gh, et nx[1986] ipsam np.

[224] |



Praxis

Sit punctum s punctum distantiae[1987] ubi ab oculo in subiectum planum cadit perpendicularis cuius quidem oculi altitudo[1988] intelligatur quantitate sa[1989]. Sit sectionis linea bc. Datae vero quotcumque[1990] lineae sint[1991] ei, gh, kl[1992] op[1993] teminatae[1994], quae cum bc[1995] conveniant in punctis e, g,

---

[1983] *post gh del. kl M*

[1984] *np in interl. M*

[1985] ex scilicet ~ np: *signo posito in marg. M np ex kl M post np del.* Ut vero ostendamus mn, ducatur sb ipsi mn aequidistans. In sectione autem ducatur bu ipsi bc perpendicularis quae sit aequalis as, iungaturque mu, ob eandem causam mu ostendit ipsam mn. Qui si velimus ostendere op, ducatur sc ipsi op parallela, et cy ipsi bc perpendicularis, aequalis vero as, ducta oy ipsam op ostendit, et ita in aliis *M*

[1986] *nx ex mx M*

[1987] punctum distantiae *in interl. M*

[1988] *post* altitudo *del.* sit *M*

[1989] intelligatur quantitate *sa in interl. M*

[1990] quotcumque *in interl. M*

[1991] sint *in interl. M*

[1992] *post kl del. mn M*

[1993] *post op del.* non tamen ipsi bc paralleae. Sintque ei, gh, kl, op parallelae *M*

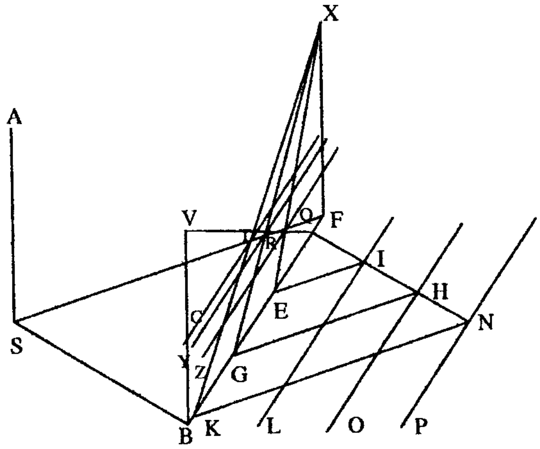
[1994] teminatae ~ veluti: *in interl. M*

[1995] *ante bc del.* sectione *M*

k, o. Sintque casu? ei, gh parallelae veluti kl, po quoque[1996] parallelae. Et si casu fuerint puncta i. h, l in recta linea ducatur linea lhi[1997] quid si modo producta ipsi bc occurrat ut in m. Qui si iuncta fuerit[1998] pl, quae ipsi bc esser aequidistans non ***[1999] iungantur pl, sed ducatur pn utcunque dummodo conveniat cum bc, qui per facilitatem operationis ducatur pn ipsis ei, gh aequidistans. Itaque intelligatur subiectum planum. Ducatur[2000] sf ipsi ei gh[2001] aequisdistans Ducaturque fx ipsi bc perpendicularis, quae fiat aequalis d. Nunc vero intelligatur sectio per bc, et punctum x transiens. Erit utique ex ...[2002] punctum x linearum concursus ipsarum ei, gh, kl. Itaque ducantur ex, gx, kx. Nimirum hae lineae in sectione lineas ei, gh, kl ostendent hoc est[2003] ex ipsam ei, gx ipsam gh, et kx ipsam kl ostendit per linea vero mn ducatur sb ipsi mn aequidistans. Ducaturque bn perpendicularis bc, quae fiat aequalis d. Erit punctum u linearumconcursus ipsius mn, et omnium ipsi mn aequidistantium. Quare ducta mu in sectione ostendit ipsam mn. Similiter per linea op ducatur ipsi aeuidistans sc. Ipsique bc agatur perpendicularis cy aequalis d, ducta oy ipsam op in sectione repraesentabit. Quod facere oportebat.

[1996] *kl*, *po* quoque ~ aequidistans: *in interl. M*
[1997] linea *lhi in interl. M*
[1998] iuncta fuerit *ex* iungantur *M*
[1999] *** *in interl. M*
[2000] Ducatur *ex* Ducaturque *M*
[2001] *gh in interl. M*
[2002] ex ... *in interl. M*
[2003] hoc est ~ ostendit: *signo posito in marg. M*

[225] |

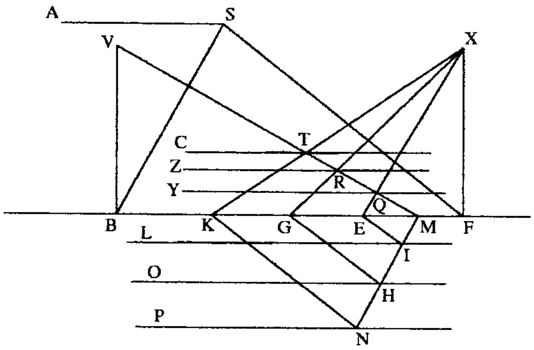


Quoniam in sectione subiecto plano erecta inveniri possint lineae ostedentes lineas terminatas sectioni aequidistantes in subiecto plano existentes. Ostendamus exponantur eadem.Sintque indeterminatae lineae sectionis lineae bf[2004] parallele il, ho, np[2005] sumatur utcumque in bf punctum m. Ducaturque[2006] $mihn$ quae parallelas lineas secet in punctis i, h, n[2007]. Deinde utcumque ducatur ie[2008] dummodo sectionis lineae occurrat, ut in e et a punctis h, n[2009] ipsi ie aequidistantes ducatur hg, nk[2010] inveniantur ex praecedenti[2011] lineae ex, gx, kx eq, gr, t[2012] quae in sectione ostendant ipsas ei, gh, kn[2013]. Puncta sane i, h. k in sectione apparebunt in punctis q, r, t hoc est i in g, h in r, k in t[2014]. Et[2015] quoniam lineae il, ho, np sunt

[2004] lineae bf *in interl. M*
[2005] *post* np *del.* ducatur utcumque *M*
[2006] sumatur utcumque in bf punctum m. Ducaturque *in interl. M*
[2007] quae parallelas lineas secet in punctis i, h, n *in interl. M*
[2008] *post* ie *del.* deinde hg, nk *M*
[2009] dummodo sectionis lineae occurrat, ut in e et a punctis h, n *in interl. M*
[2010] ducatur hg, nk *in interl. M*
[2011] inveniantur ex praecedenti *ex* et ex praecedenti inveniatur punctum x linearum *M*
[2012] eq, gr, t *in interl. M*
[2013] *post* kn *del.* similiter inveniatur †mu† mt ostendens ipsam mn *M*
[2014] Puncta sane i, h. k in sectione apparebunt in punctis q, r, t hoc est i in g, h in r, k in t *in interl. M*
[2015] *ante* Et *del.* Primum quidem punctum q ubi mu ex se invicem secant ostendit punctum i, cum sit i in utraque linea ei, mi, lineaque ex ostendat ipsam ei, mu vero ipsam mi. Quare ubi se invicem secant, nempe in q, in sectione apparebit punctum i. Ob eandempque causam punctum r ostendit ipsum h, et t ipsum n *M*

sectionis lineae bf[2016] aequidistantes, lineae, quae in setione ostendunt il, no, np, erunt ipsis il, no, np parallelae. Quare a punctis q, r, t[2017] ducatur qy, rz, tc ipsi bf[2018] parallelae ex utraque parte infinitae[2019]. Hae quidem lineae erunt ipsis il, ho, np parallelae, cum omnes sint ipsi bf[2020] parallelae. Lineae igitur qy, rz, tc in sectione ostednunt lineas il, no, np. Ipsa[2021] nempe qy ipsam il, rz ipsam il, rz ipsam ho, tc vero ipsam np.

| [226]



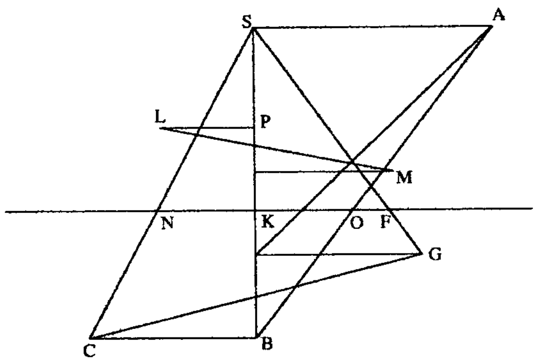
Praxis

Accipiatur primam planum per subiecto plano in quo[2022] sit punctum[2023] c ubi cadit ab oculo in subiectum planum perpendicularis hoc est sit punctum distantiae. Oculi vero altitudo intelligatur as[2024]; sintque in subiecto plano datae lineae ex utraque parte infinitae[2025] il, ho, np aequidistantes. Linea vero sectionis sit bf. Datis lineis aequidistans sumatur in bf quodvis punctum m[2026]. Ducaturque utcumque $mihn$[2027] quae parallelas secet in punctis

[2016] lineae bf *in interl. M*
[2017] a punctis q, r, t *signo posito in marg. M*
[2018] bf *ex bm M*
[2019] ex utraque parte infinitae *in interl. M*
[2020] bf *ex bm M*
[2021] Ipsa *ex* Ipsaque *M*
[2022] Accipiatur primam planum per subiecto plano in quo *in interl. M*
[2023] punctum *in interl. M*
[2024] hoc est sit punctum distantiae. Oculi vero altitudo intelligatur as *in interl. M*
[2025] ex utraque parte infinitae *in interl. M*
[2026] sumatur in bf quodvis punctum m *in interl. M*
[2027] $mihn$ *ex mn M*

i, h, n[2028] deinde utcumque etiam ducatur ie dummodo[2029] bf secet ut in e deinde iungantur[2030] hg, nk ipsi ie parallelae. Inventis[2031] itaque punctis m, r, g, k intelligatur nunc planum per sectionem. Et ex praecedenti inveniatur[2032] in sectione lineae ex, eq[2033], gx, gr[2034], kx, kt[2035], quae ostendant ipsas ei, gh, kn. A punctisque[2036] q, r, t ipsi bf aequidistantes ducantur qy, rz, tc ex utraque parte infinitae[2037], Linea[2038] il in sectione apparebit in qy, ho in rz, et np in tc quod perspicuum[2039] est si intelligatur sectio subiecto[2040] plano erecta, similiter as eidem quoque plano erecta, oculusque intelligatur in a. Hoc enim modo erunt qy, rz, tc lineae apparentes. Quod facere oportebat.

[227] |



2028 quae parallelas secet in punctis i, h, n *in interl.* *M*

2029 dummodo ∼ e: *in interl.* *M* dummodo ex quae tamen *M*

2030 iungantur *in interl.* *M*

2031 Inventis ∼ Et: *signo posito in marg.* *M*

2032 *ante* inveniatur *del.* autem *M*

2033 eq *in interl.* *M*

2034 gr *in interl.* *M*

2035 kt *in interl.* *M*

2036 *ante* A punctisque *del.* Similiter inveniatur †mu† mt, quae ostendat mn, quae quidem ipsis iq, gr, kt occurrat in punctis q, r, t ipsas ex, gx, kx secet in q, r, t *M*

2037 ex utraque parte infinitae *in interl.* *M*

2038 *ante* Linea *del.* in sectione ostendit qy ipsam il, rz ipsam ho, et tc ipsam np. Quod facere oportebat *M*

2039 quod perspicuum ∼ oportebat: *signo posito in marg.* ex quare inventae sunt lineae in sectione apparente. Quod facere oporteba *M*

2040 *ante* subiecto *del.* cum lineia qy, rz *M*

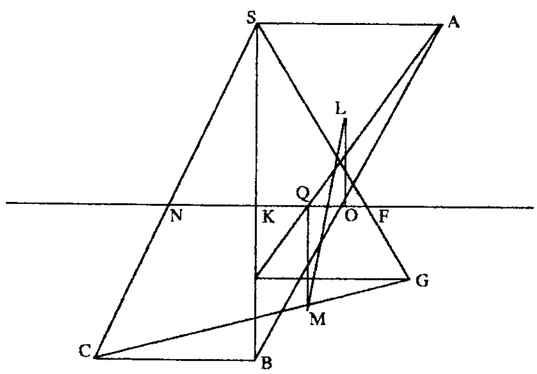
Questa vorrebbe esser prima della 221 ma accomodar la dimostratione lunga a questa, et quella ridurla breve come questa, perché quella é piú facile di questa. La figura della dimostratione é la medesima.

Eadem ut in 221 intelligantur constructa et demonstrata. Si ducatur *ol* ipsi *ok* proportionalis quae fiat aequalis ipsi *kn*. Dico punctum *l* ostendere in sectione punctum *c*. Eodem enim modo ostenditur *ok ln* esse interse aequales, et aequidistantes. Quare *ol* ipsi *kn* est aequalis, et aequidistans. lineaque[2041] *ol* ostendit ipsam *bc*. *nl* vero ostendit ipsam *nc* ex ... punctum vero *c* est in utraque linea *bc nc*, punctum ergo *l* ubi se invicem secant *ol nl* in sectione ostendit ipsum *c*. Similiterque invenietur *m* ipsum *g* ostendens. Lineaque *lm* ipsam *cg*.

Praxis

Eadem, ut in antecedenti praxi exponantur. Ductisque *cb ab sc*, fiat *kp* aequalis *ko*. Ducaturque *pl* ipsi *sb* perpendicularis, quae fiat aequalis *kn* punctum *l* erit in sectione quaesitum, nempe ostendens punctum *c*. Similiter inveniatur *m*, quod ipsum *g* ostendat. Quare linea *lm* ipsam *cg* ostendit. Hoc? Enim patet si manente *sb* triangulum *asb* connectatur una cum linea - donec subiecto plano sit erectum, similiter intelligatur *kp* subiecto plano erecta unde erit punctum *p*, et punctum *o*, unum et idem, ex quibus sequitur lineam *lm* in sectione ipsam *cg* ostendere.

| [228]



[2041] *ante* lineaque *del.* punctum vero *l* ob lineam *M*

Possumus quoque invento puncto o ducere ol perpendicularem ipsi ok, similiterque invenire punctum m, ductaque lm ipsam cg repraesentabit. Intelligendo nempe planum asb supra subiectum planum erectum, lineaeque lo qm connectatur, donec sint in sectione, sitque ol ipsi kn, et quoniam ipsi kf aequidistantes. Eritque linea lm in sectione ostendens ipsam cg. Quod facere oportebat. qui seguita la 221 questo é il primo modo di tirare in perspettiva del Vignuola

[229] | In linea esse puncta actu infinita sic probatur.

Linea in infinitum dividi potest, ergo in ipsa sunt puncta infnita. Probatur consequentia[2042] quia divisio in linea fit in punctis. Quod si linea non haberet puncta actu infinita in ipsa non posset fieri divisio in infinitum.
Neque obstat, quia divisio non fit tota simul, ergo neque puncta sunt infinita actu. Quia quoniam divisio fieri potest in infinitum, idcirco oportet, qui semper in linea reperiatur aliud, atque aliud, atque aliud punctum, in quo fieri possit divisio. Ergo puncta infinita. Vero autem infinitum non fiat totum simul, pervenit ex ipsa divisione infinita, et non ex punctis in linea existentibus. Si enim divisio debet esse infinita non potest absolvi aliter enim esset terminata, et non infinita, ut in successivis patet.
Praeterea in qualibet linea, puncta sunt infiities infinita. Omnis enim linea dividi potest in infinita puncta, inter quae sunt similiter puncta infinita. Ergo, et caetera.
Immo propter hoc in qualibet linea sunt puncta infinities infinita, inter quae sunt puncta infinities infinita, et iterum, et sic semper in infinitum.

De infinito

Infinitum cum infinito comparari non potest, ut alterum altero sit aequale, vel inaequale, ut per maius et minus, et aequale determinari possint.

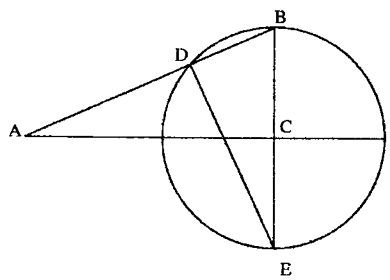
Hoc primum patet ex iis, quae dicta sunt de lineis.

[2042]consequentia *diverso atramento M*

Praeterea numeri quadrati sunt infiniti, sed plures sunt numeri non[2043] quadrati, quam quadrati. Ergo quadrati sunt minores aliis numeris. Et per consequens, numeri omnes sunt quadratis numeris maiores.
At vero omnis numerus est radix, et omis radix habet quadratum, ergo tot sunt numeri quot sunt quadrati numeri. Patet igitur quod oppositum fuerat. Cum probatum sit quadrata, et minora, et aequalia esse aliis numeris et ipsismet quadratis[2044]. Omnes vero numeri, et maiores, et aequales ipsis quadratis. Quae sunt absurda, et esse non possunt.
Ex his patet infinitum non esse proprie sub genere quantitatis.

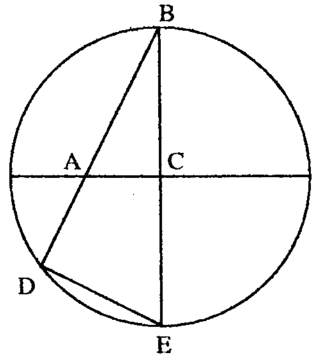
| Oculo in superficie sphaerae dato a quo[2045] recta linea in centrum ducta sit plano per centrum ducto erecta, omnes circuli in sphaera in dicto plano circuli apparebunt. [230]

Hoc prius lemma ostendemus.

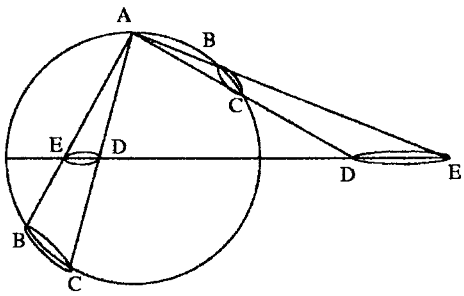


Sit circulus, cuius centrum *c*, sitque *ac bce* ad rectos angulos. Ducatur utcumque *bda*. Dico rectangulum *abd* aequale esse quadrato in circulo descripto. Iungatur *de*. Primum quidem triangula *abc dbe* sunt similia, quia anguli ad *c d* sunt recti, et angulus *b* est utrique communis. Quare *ab* ad *bc* est, ut *eb* ad *bd*. Ergo rectangulum *abd* aequale est rectangulo *ebc*. Rectangulum vero *ebc* est aequale quadrato in circulo descripto, quia rectangulum *ebc* dimidium est quadrati circa circulum descripti, quod quidem quadratum quadrati in circulo descripti duplum existit. Patet igitur rectangulum *abd* aequale esse quadrato in circulo descripto. Quod demonstrare oportebat.

[2043] non *in interl. M*
[2044] ipsismet quadratis *in interl. diverso atramento M*
[2045] a quo *in interl. M*



Eodem modo in altera figura utcumque in circulo ducta linea *bad*, rectangulum *abd* aequale est quadrato in circulo descripto. Iuncta enim *de* triangula *abc dbe* sunt similia siquidem anguli ad *c d* sunt recti, et *b* communis. Unde ita est *ab* ad *bc*, ut *eb* ad *bd*. Quare rectangulum *abd* est rectangulo *ebc*, hoc est quadrato in ciruclo descripto aequale. Quod demonstrare oportebat.



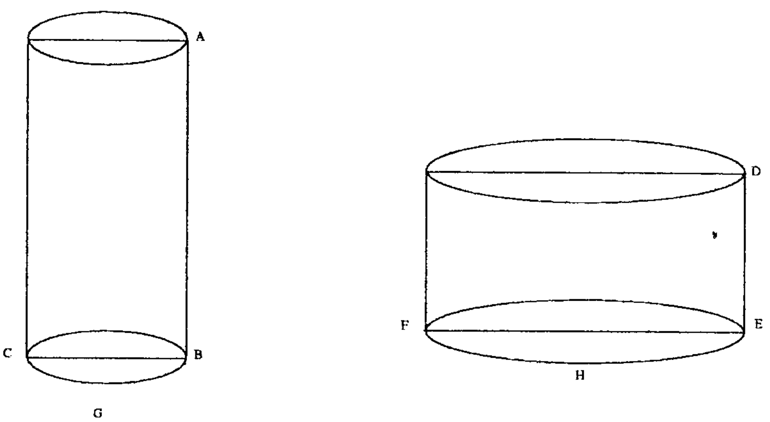
Hoc demonstrato, sit *a* oculus, a quo ducta linea in centrum sit ipsi per *de* plano[2046] perpendicularis . Sitque per centrum[2047]. Sitque in sphaera ubicumque circulus, cuius diameter sit *bc*. Per polosque circuli et per *a* circulus describatur maximus *abc*. Dico circulum *bc* in plano ducto per *de*, ⟨cui linea ab *a* in centrum ducta sit erecta⟩ circulum esse. Ducantur lineae *abe acd*. Quoniam enim rectangula *eab dac* sunt inter se aequalia, cum sint utraque quadrato in circulo descripto aequalia, erit *ae* ad *ad*, ut *ca* ad *ab*, suntque circa eundem angulum *a*, ergo triangula *ade abc* sunt subcontrarie posita. Intelligatur igitur conus *bac*, erit *de* sectio subcontraria. ergo circulus. Quod demonstrare oportebat.

[2046]plano *in interl. M*
[2047]Sitque per centrum *in interl. M*

Corollarium

Ex hoc manifestum est, in omnibus planis dicto plano *de* planis, circulos in sphaera, ut *bc*, circulos apparere.
Hoc patet ex 4^{a} primi Apollonii. Siquidem *de* circulus existit.
Ex his talis constitui potest universalis propositio nempe.
Oculo in superficie sphaerae dato, a quo recta linea per centrum ducta sit cuicumque plano erecta, omnes sphaerae circuli in dicto plano circuli apparebunt.

| Cylindri, quorum superficies (ex ipsis basibus)[2048] sunt ae- [231]
quales, ita se habent, ut eorem altitudines permutatim.

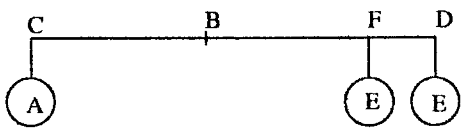


Sint cylindrorum superficies *ac df* aequales. Dico ita esse cylindrum *df* ad cylindrum *ac*, ut recta *ab* ad *de*. Quoniam enim [[Archimedis *de conoidibus et spheroidibus* propositione 5^{a} vide Commandinum]] cylindri *df* ad cylindrum *ac* proportio composita est ex proportione *ab* ad *de*, et ex proportione basis *feh* ad basim *cbg*, *feh* vero ad *cbg* eam habet proportionem, quam diameter[2049] *fe* ad *cb* duplam, et quam proportionem habet *fe* ad *cb*, eandem habet [[Pappus in 8^{O} libro]] circumferentia *feh* ad *cbg*, basis *feh* ad basim *cbg* proportionem habebit compositam ex proportione circumferentiae *feh* ad *cbg*, et ex proportione *fe* ad *cb*. Quapropter proportio cylindri *df* ad ipsum *ac* composita est ex proportione *ab* ad *de*, et circumferentia

[2048](ex ipsis basibus) *in interl. M*
[2049]diameter *in interl. M*

feh ad *cbg*, et *fe* ad *cb*. At vero quoniam superficies cylindrorum sunt aequales, quippe quae sunt parallelogramma circa cylindros convoluta, [[23 sexti]] horum latera parallelogrammorum ex adverso erunt proportionalia, hoc est erit *ab* ad *de*, ut circumferentia *feh* ad circumferentiam *cbg*. Cum itaque cylindrus *df* ad cylindrum *ac* proportionem habeat compositam ex proportione *ab* ad *de*, et circumferentia *feh* ad *cbg*, et *fe* ad *cb*; cylindrus *df* ad ipsum *ae* proportionem habebit compositam ex proportione superficiei cylindri *ac* ad superficiem cylindri *df*, et ex *fe* ad *cb*. Superficies autem cylindrorum sunt aequales, ergo cylindrus *df* ad ipsum *ac* est, ut *fe* ad *cb*. Sed cum sit *fe* ad *cb*, ut circumferentia *feh* ad ipsam *cbg*, circumferentiae vero sunt (ut diximus) ut *ab* ad *de*. Cylindrus igitur *df* ad cylindrum *ac* est, ut altitudo[2050] *ab* ad altitudem[2051] *de*. Quod demonstrare oportebat.

[232] | Gravitatum proportionem cuiuslibet gravis humido gravioris ad humidum libra[2052] notam reddere.



Sit in *c* pondus *a* humido gravius, distantiaeque sumantur utcunque *bc*, *bd*. Appendaturque in *d* pondus *e*, quod ipsi *a* equeponderet. Deinde ponatur *a* in humido, moveatur pondus *e* in *f*, donec aequeponderet ipsi *a* in humido. Dico gravitatem ponderis *a* extra humidum, ad gravitatem molis humidi ipsi *a* aequalis esse, ut *bd* ad *fd*. Cum enim *a* extra humidum aequeponderet *e* in *d*, sed *a* in humido aequeponderet ipsi *e* in *f*, erit gravitas *a* extra humidum ad *e* in *d*, ut *a* in humido ad *e* in *f*, et permutando, ut *a* extra humidum ad *a* in humido, ut *e* in *d* ad *e* in *f*; hoc est, ut *bd* ad *bf* [[6 *de libra*]]. At vero quoniam *a* in humido est levior quam extra humidum quanta est gravitas molis humidi ipsi *a* aequalis [[7ª primi Archimedis *de iis quae vehuntur in aqua*]], erit gravitas ipius *a* in humido una cum mole humidi aequegravis, ut *a* extra humidum. Unde sequitur *a* in humido una cum mole humidi

[2050] altitudo *in interl. M*
[2051] altitudem *in interl. M*
[2052] libra *correxi* libram *M*

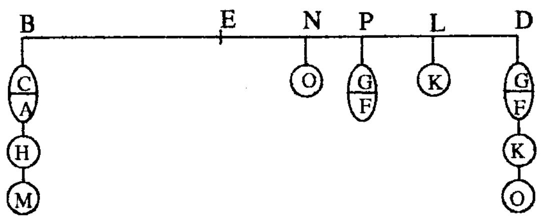
aequeponderat ipsi e in d[2053]. Siquidem a extra humidum aequeponderat ipsi e in d. Cum igitur a in humido aequeponderet e in f, a vero in humido una cum mole humidi aequeponderat e in d, erit a in humido ad a in humido una cum mole humidi, ut e in f ad e in d: hoc est [[6 *de libra*]], ut bf ad bd. Quare, convertendo et[2054] dividendo, a in hummido ad molem aquae erit ut bf ad fd. Sed quoniam a extra humidum ad a in humido, est ut bd ad bf, a vero in humido ad molem humidi est, ut bf ad fd, erit ex aequali a extra humidum ad molem humidi, sicut bd ad df. Quod demonstrare oportebat.
Ex hoc colligitur si fuerit a, puta aurum, cui aequeponderet pondus e in d, si ponatur aurum in aqua et pondus e aequeponderet, auro in aqua in f, tunc si in a fuerit appensum aliud quodcunque pondus auri, ut g, et in d appendatur pondus h, quod aequeponderet ipsi g extra aquam, posito pondere h in f, aequeponderabit h in f auro g in aqua demerso.
Eandem enim proportionem habet a ad molem aquae sibi aequalem, ut g ad molem aquae sibi g aequalem. Siquidem ex Archimede unumquodque in aqua est levius, quanta est gravitas aquae unicuique aequalis.
Hoc idem eveniet aliis metallis, caeterisque rebus humido gravioribus, etiam si datum pondus fuerit mixtum, ut puta ex auro, plumboque compositum. Eadem enim est ratio.

Aliter

Simili modo, si prius ponetur a in humido, cui aequeponderet e in f, deinde auferatur a ex humido, cui aequeponderet e in d, eodem modo ostendetur a ad molem aquae ita esse, ut bd ad fd.
Similiter sequitur, si g fuerit eiusdem materiae ut a, ponaturque g in aqua, cui aequeponderabit h in f, similiter h in d aequeponderabit g extra aquam, veluti pondus e ipsi a aequeponderat in f, et in d.

[2053] a in humido una cum mole humidi aequeponderat ipsi e in d *ex* a in humido una cum mole humidi aequegrave esse ut a extra humidum. Ergo *M*
[2054] convertendo et *in interl. M*

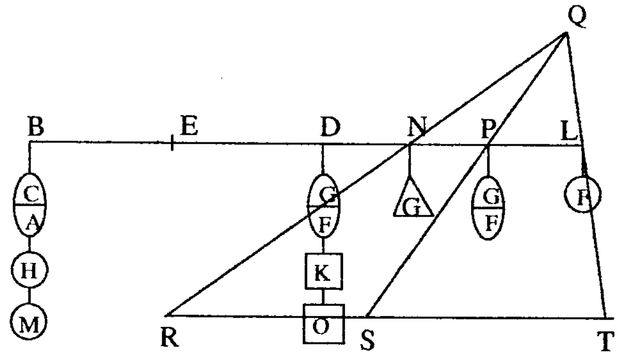
[233] | Mixti proportionem invenire



Sit *ac* mixtum ex *a c* compositum, cuius oporteat gravitatem utriusque *ac* seorsum notam reddere. Exponatur libra *bed*, cuius suspensio sit in *e*. Deinde in *ed* ubicunque appendatur pondus *fg* in *d*, quod aequeponderet ipsi *ac*. Ponaturque gratia exempli partem *a* esse auri, et *c* argenti. Deinde in *b* ponatur pondus *h* auri[2055], cui aequeponderet aliquod pondus in *d*, ut *k*. Deinde ponatur *h* in humido, ut exempli gratia in aqua, cui pondus *k* aequeponderet in *l*. Deinceps in *b* aliud appendatur pondus *m*[2056] argenti[2057], cui aequeponderet pondus *o* in *d*. Demersoque pondere *m* in aqua, pondus *o* ipsi *m* in aqua constituto aequeponderet in *n*. Denique ponatur mixtum *ac* in aqua, cui aequeponderet pondus *fg* in *p*. Dico auri gravitatem ad gravitatem argenti se habere ut *np* ad *pl*. Intelligatur *fg* divisum, ita ut *f* in *d* aequeponderet *a*, *g* vero ipsi *c*, tunc posito *a* in aqua pondus *f* ipsi auro aequeponderabit in *l* ex ante dictis. Similiterque posito *c* in aqua pondus *g* in *n* ipsi *c* aequeponderabit. Ex quibus patet ponderi mixto *ac* in aqua posito, pondus *f* in *l*, ex *g* in *n* aequeponderare. Sed *ac* in aqua aequeponderat ipsi *fg* in *p*. Ergo eandem habebit gravitatem *f* in *l*, et *g* in *n*, sicut *fg* in *p*. Quare ex quinta *de libra* ita est gravitas *f* ad *g*, ut *np* ad *pl*. Gravitas vero *f* in *l*, et *g* in *n* est, ut *a* ad *c*, siquidem interse aequeponderant. Ergo *a* ad *c* est, ut *np* ad *pl*. Quod facere oportebat.

[2055] *post* auri *del.* [puri] *M*
[2056] *post m del. aliquot literas M*
[2057] argenti *ex* argento *M*

| Aliter [234]



Si iisdem positis ipsi *ac* in aqua posito primum aequeponderet *fg* in *d*, ipsi vero *ac* extra aquam aequeponderet *fg* in *p*. Sed auro *h* in aqua aequeponderet *k* in *d*, eidem autem auro extra aquam aequeponderet *k* in *l*. Similiter argento *m* in aqua aequeponderet *o* in *d*, ipsi vero *m* extra aquam aequeponderet *o* in *n*. Dico *a* ad *c* esse, ut *np* ad *pl*. Si enim appendatur *f* in *l* et *g* in *n*, ut diximus [[in antecedente]], aequeponderabunt *fg* in *ln* ipsi *ac* extra aquam, cui etiam aequeponderat *fg* in *p*. Ob eandem igitur rationem aequegrave est *fg* in *ln*, ut *fg* in *p*. Ergo ita est *f* ad *g*, hoc est *a* ad *c*, ut *np* ad *pl*. Quod facere oportebat. 5 *de libra*

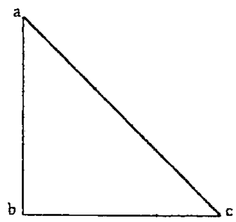
Potrà forse accadere, che *np*, *pl* venghimo linee tanto piccole, che non si possi comodamente trovar la loro proportione. Et però si potrà pigliar il punto *q*, dove si voglia, e tirar le linee *qnr*, *qps*, *qlt*, e tirar la linea *rst* parallela a *npl*, che haverà *rs* a *st* la medesima proportione, che ha *np* a *pl*. Poi si potrà pigliar un bastone diritto, et avvolgergli atorno una corda di citara ben sottile, e che le spire si tocchino l'un l'altra, che per esser pari, si potrà veder quante spire siano *np pl*, overo *rs st*. E così, quanto comporta l'atto pratico, si haverà in numeri la proportion dell'oro e dell'argento della magnitudine di *ac*.

| Le corde tirate egualmente, quella che è più leggiera fa il suono più acuto [235] essendo lunga egualmente, come per esperienza si prova con una corda di ottone, o acciaio, et una di leuto alle quali se gli pò attaccar due pesi eguali,

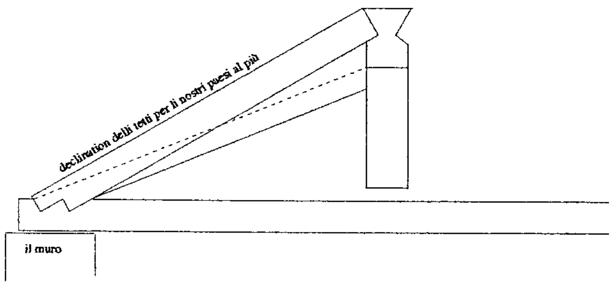
essendo gl'intervalli eguali, se quella di leuto sarà più leggiera, ancorché più grossa dell'altra, farà il suono più acuto. La ragione è che percotendole tutte due, quella più leggiera riceve il moto più veloce nell'andar e tornar che fa la corda e però fa il suono più acuto. E di qui è, che due corde in unisono, sonano bene insieme, e non si percotono tra loro, mentre sonano. Che nasce, per che hanno il medesimo moto nell'andar e tornar, che se se ne scorda, e muove una, non sonano bene insieme, ma si percoteno, et urtano insieme l'una con l'altra, perché il moto dell'una non è come il moto dell'altra, che per essere un moto più veloce dell'altro è causa, che si urtano, come si sente per esperienza con due corde di leuto vicine.
Di qui ancora si pò render ragione per che causa, se saranno due instrumenti vicini, che habbino più corde, e posta una paglia sopra le corde di uno, e con l'altro si tocchi una corda, si sente, che quella corda dell'altro instrumento che sarà unisono con quella che si tocca suona ancor lei, e le altre non suonano. E questo potrebbe nascer da questo, che l'aere della corda che è sonata per la sua agitazione ne muove tutte le altre corde, ma perché quelle che non sono in unisono non possono ricevere il medesimo moto di quella che è sonata, e quella che è in unisono lo pò ricevere, però ancor'ella suona, e le altre non sonano. La paglia poi, che se gli mette sopra fa, che movendosi la corda, urta nella paglia spesso e si sente il suono, favorisce questa ragione, che bisogna, che gl'instrumenti siano fra loro vicini, che come sono lontani, non segue l'effetto.
Le corde sono false, quando non sono per tutto di egual grossezza, perché quando si toccano per farle sonare le parti più sottili pigliano di moto più veloce, che non fanno le parti più grosse, e così non possono far il suono eguale cioè di una sol voce, ma mista[2058]. E però non si possono accordare con le altre, massime con le buone.

[2058] cioè di una sol voce, ma mista *in interl. M*

| [236]



Quand'una caduta sarà alta dieci, per dar l'acqua a un molino la canala vuol esser 15 come la caduta *ab*, et la canala *ac*. Ma per regola generale, vuole esser *ac* elevata circa[2059] a 45 gradi per l'ordinario, secondo la considerazione della grandezza dell'acqua che si ha.



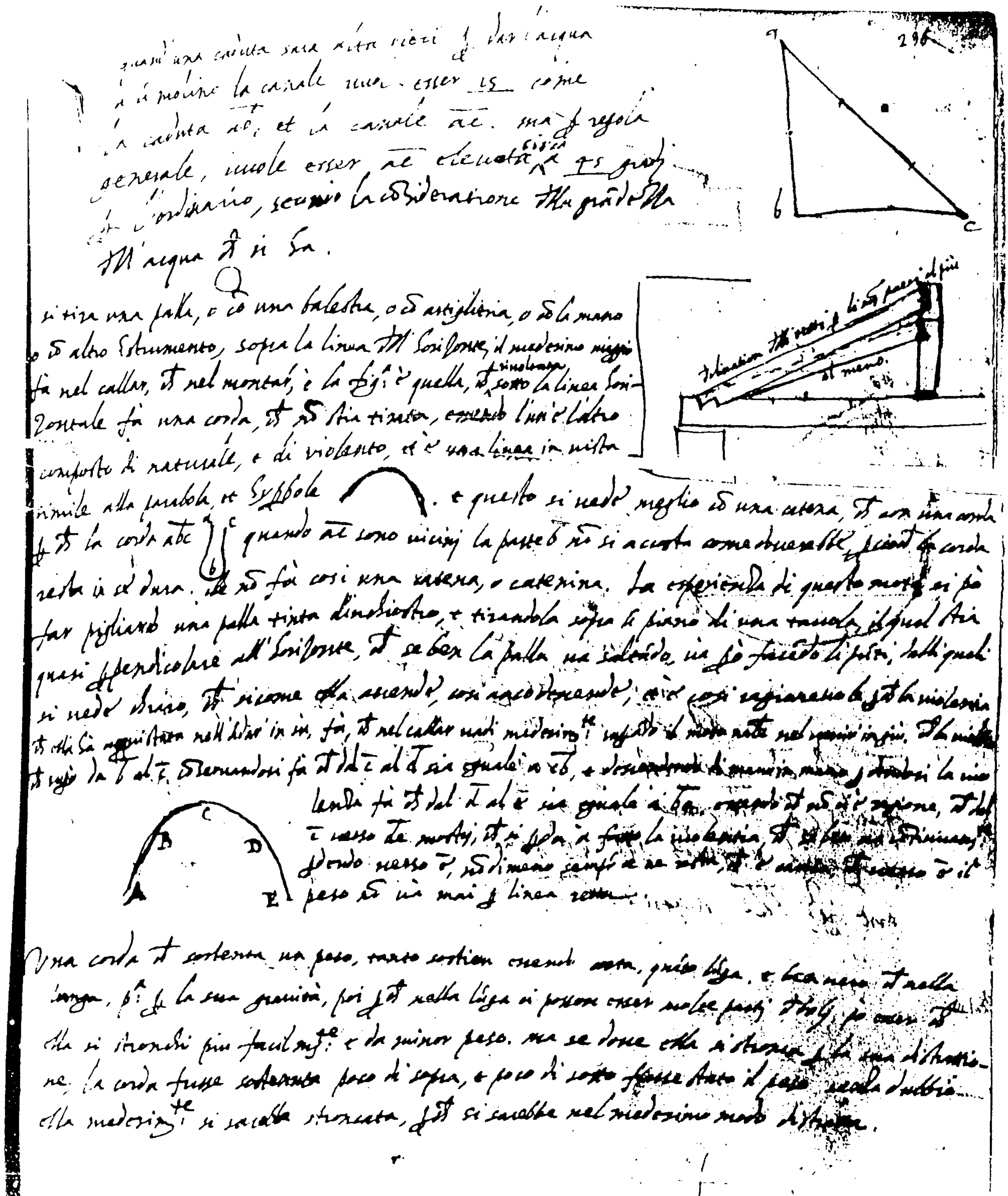
Se si tira una palla, o con una balestra, o con artiglieria, o con la mano o con altro instrumento, sopra la linea dell'horizonte, il medesimo viaggio fa nel callar, che nel montar, e la figura è quella, che rivoltata[2060] sotto la linea horizontale fa una corda, che non stia tirata, essendo l'un e l'altro composto di naturale, e di violento, et è una linea in vista simile alla parabola, et hyperbole [Disegno]. E questo si vede meglio con una catena, che con una corda per che la corda *abc* [Disegno] quando *ac* sono vicini la parte *b* non si accosta come doverebbe, percioché la corda resta in se dura. Che non fa così una catena, o catenina. La esperienza di questo moto si pò far pigliando una palla tinta d'inchiostro, e tirandola sopra un piano di una tavola, il qual stia quasi perpendicolare all'horizonte, che se ben la palla va saltando, va però facendo li punti, dalli quali si vede chiaro, che sicome ella ascende, così anco descende, et è così ragionevole, perché la violentia che ella ha acquistata nell'andar in su, fa che nel callar vadi medesimamente

[2059] circa *in interl. M*
[2060] rivoltata *in interl. M*

superando il moto naturale nel venire in giù. Che la violentia che superò da *b* al *c* conservandosi fa che dal *c* al *d* sia eguale a *cb*, e descendendo di mano in mano perdendosi la violentia fa che dal *d* al *e* sia eguale a *ba*. Essendo che non vi è ragione, che dal *c* verso *de* mostri, che si perda a fatto la violentia, che se ben va continuamente perdendo verso *e*, nondimeno sempre se ne resta, che è causa, che verso *e* il peso non va mai per linea retta.

Una corda che sostenta un peso, tanto sostien essendo corta, quanto lunga. È ben vero che nella longa, prima per la sua gravità, poi perché nella lunga ci possono esser molte parti deboli, pò essere che ella si tronchi più facilmente e da minor peso. Ma se dove ella si stronca per la sua distrattione, la corda fusse sostenuta poco di sopra, e poco di sotto fusse stato il peso senza dubbio ella medesimamente si sarebbe stroncata, perché si sarebbe nel medesimo modo distratta.

La carta 236 delle Meditatiuncuale

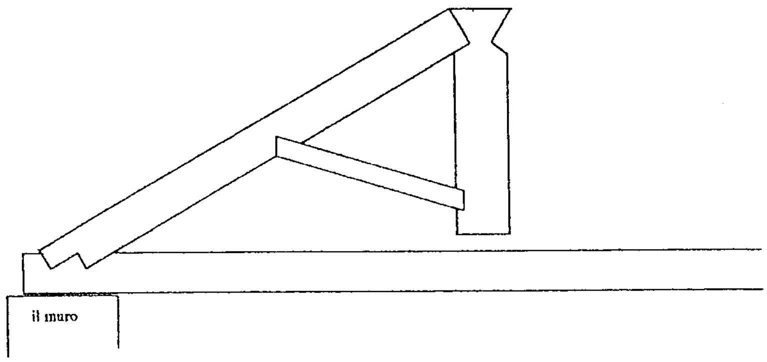


quand'una caduta sarà altro [illegible] per dar l'acqua a i molini la canale vuol esser 15 come la caduta ae, et la canale ac. ma per regola generale, vuole esser ac elevata circa 45 gradi [illegible] l'ordinario, secondo la consideratione della grandezza dell'acqua che si ha.

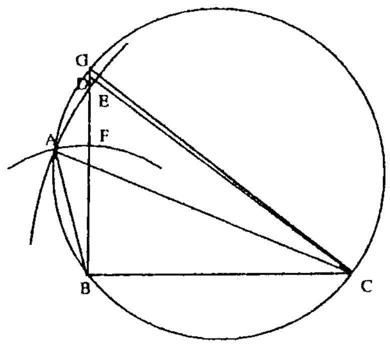
Si tira una palla, o con una balestra, o con artiglieria, o con la mano o con altro strumento, sopra la linea dell'orizonte, il medesimo viaggio fa nel calar, che nel montar, e la figura è quella, che rivoltata sotto la linea orizontale fa una corda, che non stia tirata, essendo l'uno e l'altro composto di naturale, e di violento, et è una linea in vista simile alla parabola, et hyperbola. e questo si vede meglio con una catena, che con una corda perché la corda abc quando ac sono vicini la parte b non si accosta come doverebbe, perché la corda resta in sé dura. il che non fa così una catena, o catenina. La esperienza di questo moto si può far pigliando una palla tinta d'inchiostro, e tirandola sopra il piano di una tavola, il qual stia quasi perpendicolare all'orizonte, che se ben la palla va saltando, va però facendo li punti, dalli quali si vede chiaro, che sì come ella ascende, così ancor descende, et è così ragionevole, perché la violenza che ella ha acquistata nell'andar in su, fa, che nel calar vadi medesimamente superando il moto naturale nel venir in giù, che la violenza che supera da b al c, sminuendosi fa che dal c al d sia eguale a cb, e discendendo di mano in mano, perché si diminuisce la violenza fa che dal d al e sia eguale a ba. essendo che non vi è ragione, che dal c verso de mostri, che non si perda in fatto la violenza, che se ben va diminuendo sendo verso e, nondimeno sempre ce ne resta, et è cagione che 'l peso non va mai per linea retta.

Una corda che sostenga un peso, tanto sostien essendo corta, quanto lunga, e tanto meno che nella lunga, per la sua gravità, poi perché nella lunga vi possono esser molte parti deboli, può esser che ella si stronchi più facilmente e da minor peso. ma se dove ella si stronca per la sua distrattione la corda fusse sostenuta poco di sopra, e poco di sotto fusse stato il peso, senza dubbio ella medesimamente si sarebbe stroncata, perché si sarebbe nel medesimo modo distratta.

[237] |



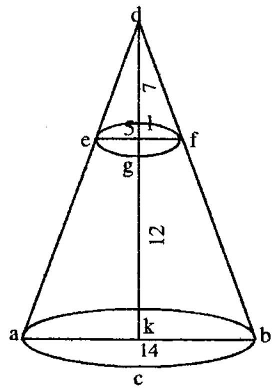
Sit *abc* triangulum obtusum habens angulum ad *b*. Dico fieri posse, ut a punctis *bc* latera duo erigantur, ut *bd cd*, ita ut *bd* sit maius *ba*, *cd* vero sit maius *ca*, angulus vero *bdc* maior sit angulo *bac*.



Fiat centro *c* et secundum *ca* circulus describatur *ac*[2061], similiter centro *b* intervallo autem *ba* circulus describatur *af*. Et inter circumferentiam *ae ag* punctum utcumque sumatur *d* iunganturque *bd cd*. Primum quidem *cd* maior est *ce*, sed *ce* est aequalis *ca*. Ergo *cd* maior est *ca*. Parique ratione *bd* maior est *bf*, et sunt *bf ba* aequales ergo *bd* maior est *ba*. Secet *bd* circunferentiam *ag* in *g*, iungaturque *cg* et quoniam angulus *bgc* est aequalis *bag*, sed *bdc* maior est *bgc* erit igitur *bdc* angulo *bac* maior. Quod facere oportebat.

[2061] *ac ex ak M*

| [243]



Proposto di saper quanti stara di grano sta in una fossa da grano la qual'in fondo sia di diametro 7 piedi, alta 6 piedi, et in cima di diametro 2 $\frac{1}{2}$. Il staro sia sei toppi, et un toppo cilindro sia di diametro un piede, e tre oncie, alto [oncie 7] Prima circa la fossa si ridurrà ogni cosa a mezzi piedi, per esser nel diametro di sopra $\frac{1}{2}$ piede. Et fatta la figura, trovisi o per via di linea, o come si è detto a carte [33][2062] il lato *id*, il qual sia 7 per esempio non essendo così apunto.

14
3
42
2
44 la circumferentia *abc*
7 *kb*
308

1	
308	154 il circulo *abc*
222	29 *kd*

1386
154
2926 cilindro della base *abc* alto *kd*

241	
2926	975 cono *adb*
333	

[2062] come si è detto a carte [33] *in interl.* *ex* de i numeri dalli trianguli del Monte regio *M*

5
3
1 5
1
16 circumferentia *efg*
5
80 quadruplo del circulo *efg*

22 | 46 cono *edf*
140 |
33 |

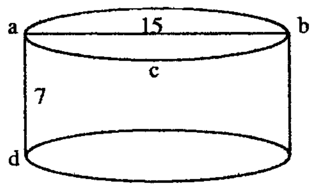
80 | 20 circulo *efg*
44 | 7 *id*

140 cilindro della base *efg*

975
46
929 *aefb* che è la fossa da grano, et tanti sono mezzi piedi cubi, li quali per essere la ottava parte di un piede cubo bisogna divider 929 per 8.

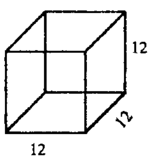
141 |
929 | 116 e tanti sono li piedi cubi della fossa *aef*
888 |

[244] | La [ragion] del zoppo bisogna ridurla a oncie



15
3
45
2
47 circumferentia *abc*
15
235
47
705 la quarta parte sarà il circulo *abc*

321
222 | 176 il circulo *abc*
*** | 7 *ad*
1232 e tanto è ***
il cilindro del zoppo cioè *bd*
cioè sono tante oncie cube.
Trovisi adunque quant'oncie
cube fanno un pié cubo.



12
12
24
12
144 oncie quadrate
12
288
144
1728 tante oncie cube fanno un pié cubo. Il zoppo dunque sa
manco di un piè cubo e sarà $\frac{1232}{1728}$ che schissati sono $\frac{77}{108}$

Multiplichisi adunque li 116 pie' cubi trovati sopr per 1728, poi partisi per 1232, ovvero multiplichisi per 108, e si parta per 77, et quel che viene saranno quante volte entra un [zoppo] di grano nella fossa data.

116
208
928
1160
12528

25
466
5804
12528 | 162 e tanti zoppi entrano nella fossa
7777 | li quali partiti per 6 daranno li stara
77

4
162 | 27 e tanti stara tien la fossa
66

1728	6		
116	17		
10368	7543		
1728	187222	41	
1728	200448	163	27 tanti stara tien la fossa
200448	123222	66	e questa è piu' breve operatione
	1233		perché non si hanno da schissar li
	12		numeri $\frac{1231}{1728}$

[245] | Un pie' cubo d'acqua della misura di Pesaro pesa libre — 129 mezza soma d'acqua pesa libre — 119.

B.4 Il foglietto di collocazione incerta

Riportiamo qui la trascrizione del foglietto di collocazione incerta di cui abbiamo parlato nel primo capitolo[2063].

1587
Canicula sub poli altitudini 43. 30.

longitudo	♋.8.57
latitudo [austrina]	.39.10
declinatio	.15.55
ascensio recta	.97.11
[differentia ascensionalis]	.15.42
ascensio obliqua	.112.53
oritur cum puncto Zodiaci idest die prima vel secunda Augusti	♌.8.36
Ortus ***, apparens illius est quando sole est in quod fit die 17 Augusti.	♌.22.41

[2063] Si veda il paragrafo 1.3.

B.5 Note al testo

In queste note indicheremo i riferimenti bibliografici utili per individuare le opere citate da Guidobaldo nel corso delle *Meditatiunculae.* I numeri in grassetto rappresentano il numero della pagina del manoscritto cui la nota si riferisce. Nel citare gli enunciati dei teoremi utilizzati da Guidobaldo utilizzeremo alcune sigle che permettano una facile codificazione.
Le proposizioni degli *Elementi* di Euclide sono indicate sinteticamente nel modo seguente: E.I-15 sta per *Elementi,* libro primo, proposizione 15. Le citazioni degli *Elementi* di Euclide si riferiscono all'edizione di Federico Commandino del 1572. Lo stesso Guidobaldo, talvolta, cita l'opera con eplicito riferimento al nome del matematico urbinate. Cfr. [13].
Con la sigla *Sferici*.I-6, indichiamo poi la sesta proposizione del primo libro degli *Sferici* di Teodosio. In questo caso l'edizione citata è quella di Clavio del 1586. Guidobaldo a pagina 112 delle *Meditatiunculae* fa riferimento a questa edizione scrivendo: "Deinde a Christoforo Clavio in suis *sphaericis libro de sinubus* propositione 10^{a}". Il trattatello *sphaericis libro de sinubus* fu pubblicato insieme all'edizione degli *Sphaericourm Theodosii libri III,* cfr. [20].
Con la sigla *Con*.I-21 indichiamo poi la proposizione 21 del primo libro delle *Coniche* di Apollonio. Ci riferiamo all'edizione di Federico Commandino del 1565, contenente, tra l'altro, anche il *Commento* di Eutocio all'opera apolloniana. Cfr. [11].
Per quanto riguarda le opere archimedee ci riferiremo all'edizione di Commandino del 1558 per quanto riguarda le *Spirali* e i *Conoidi e sferoidi* per i quali useremo rispettivamente le sigle *Spir.* e *De conoidibus.* seguite dal numero della proposizione citata. Cfr. [6]. Per quanto riguarda le citazioni dell'*Equilibrio dei piani* e dei *Galleggianti* ci riferiremo per le prime alla *Paraphrasis* di Guidobaldo (sigla *Paraphrasis.* seguita dal numero del libro e quindi da quello della proposizione) cfr. [29]; per le seconde all'edizione di Commandino del 1565, cfr. [10] (sigla: *De iis quae vehuntur in aqua.* seguito dalla specificazione del libro e quindi dal numero della proposizione).
Le *Collezioni matematiche* di Pappo sono citate nell'edizione di Federico Commandino del 1588 con la sigla *Coll.* seguita dall'indicazione del libro e della proposizione.

1

De analemmate, De horologiorum descriptione: la prima traduzione latina del *De analemmate di Tolomeo* fu pubblicata da Federico Commandino nel 1562. Nello stesso volume egli introdusse anche un trattatello originale sulla costruzione degli orologi solari, il *De horologiorum descriptione.* Cfr. [9]. Circa il rapporto delle pagine guidobaldiane con il *De horologiorum descriptione* e il *De analemmate* di Tolomeo si veda il paragrafo 5.1.
E.XI-2: Si dua rectae lineae se invicem secent, in uno sunt plano, et omne triangulum in uno plano consistit. Cfr. [13], p. 193r.

2

Sferici.I-6: Circulorum, qui in sphaera sunt, maximi sunt, qui per sphaerae centrum ducuntur: aliorum autem illi interse aequales sunt qui aequaliter a centro distant: qui vero longius a centro distant minores sunt. Et circuli in sphaera maximi per sphaerae centrum transeunt: aliorum autem aequales a centro aequaliter distant: minores vero longius a centro distant. Cfr. [20], p. 9.

5

E.I-26: Si duo triangula duos angulos duobus angulis aequales habeant, alterum alteri, latus uni lateri aequale, vel quod aequalibus adiacet angulis, vel quod uni aequalium angulorum subtenditur: et reliqua latera reliquis lateribus aequalis, alterum alteri, et reliquum angulum reliquo angulo aequalem habebunt. Cfr. [13], p. 17v.

E.I-4: Si duo triangula duo latera duobus lateribus aequalia habeant, alterum alteri; habeant autem et angulum angulo aequalem, qui aequalibus rectis lineis continetur: et basim basi aequalem habebunt; et traingulum triangulo aequale erit; et reliqui anguli reliquis angulis aequales, alter alteri; quibus aequalia latera subtenduntur. Cfr. [13], p. 9v.

E.XI-2: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 554.

E.XI-4: Si recta linea duabus rectis lineis se invicem secantibus in communi sectione ad rectos angulos insistat, etiam ducto per ipsas plano ad rectos angulos erit. Cfr. [13], p. 193r.

E.I-26: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.

6

Il conte Giulio da Thiene fu uomo d'armi e di vasti interessi scientifici. Su di lui si veda l'articolo di F. Lampertico, ***Di Giulio Thiene uomo d'arme e di scienza del secolo*** *XVI*. Cfr. [35]. A Giulio da Thiene viene attribuita l'invenzione di uno strumento per tracciare l'iperbole riportato, tra l'altro, da Francesco Barozzi nel suo ***de admirandum illud geometricum problema***. Barozzi si riferisce a Giulio da Thiene quale ***Illustrissimo Comiti Iulio Thiene, viro praestantissimo, omnibus iun scientiis, arteque militari egregie versato*** e riporta una raffigurazione del ***circinus*** di Thiene. Cfr. [19], p. 29, 31.

E.XII-6: Pyramides, quae eadem sunt altitudinae, et multiangulas based habent, interse sunt, ut bases. Cfr. [13], p. 214v.

E.VI-4: Aequiangulorum triangulorum latera, quae cirCum aequales angulos, proportionalia sunt: et homologos sive eiusdem rationis sunt latera, quae aequalibus angulis subtenduntur. Cfr. [13], p. 73v.

E.V-11: Quae eidem eadem sunt proportiones, et inter se eaedem sunt. Cfr. [13], p. 63v.

E.V-9: Quae ad eandem, eandem proportionem habent, inter se aequales sunt; et ad quas eadem, eadem habet proportionem, ipsae inter se sunt aequales. Cfr. [13], p. 63r.

E.VI-4: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.

7

*Con.*I-21: Si in hyperbola, vel ellipsi, vel circuli circumferentia, rectae lineae ordinatim ad diametrum applicentur: erunt quadrata earum ad spacia contenta lineis; quae inter ipsas, et vertices transversi lateris figurae interiiciuntur, ut figurae rectum latus ad transversum: inter se se vero, ut spacia, quae interiectis, ut diximus lineis, continentur. Cfr. [11], p. 19r.

Albert Dürer nel primo libro del suo *Alberti Dureri institutionum geometricarum libri quatuor* analizza anche il problema della costruzione delle tre sezioni coniche, ed in particolare dell'iperbole. L'opera di Dürer fu pubblicata in lingua tedesca a Norimberga nel 1525 con il titolo *Underweisung der Messung mit dem Zyrkel und Richtsceyt* mentre la traduzione in lingua latina, curata da Joachim Camerarius, vide la luce a Basilea nel 1532 con il titolo *Albertus Durerus Institutionum geometricarum libri quatuor, lineas, superficies et solida corpa tractavit. Adhitis designationibus ad eam rem accomodatis.* L'opera vide una ulteriore edizione nel 1605: è a questa che ci riferiremo nel citare questo testo. Cfr. [31]. La trattazione relativa all'iperbole si trova alle pagine 33–34. Cfr. [31].
Federico Commandino propone nel suo *De horologiorum descriptione* una costruzione per tracciare l'iperbole, curva che egli utilizzerà per determinare le linee meridiane. Cfr. [9], p. 58v.
Con.III-51: Si in hyperbola, vel oppositis sectionibus ad axem comparetur rectangulum aequale quartae parti figurae: excedensque figura quadrata: et a punctis ex comparatione factis ad quamlibet sectionem rectae lineae inclinentur: maior minorem quantitate axis superabit. Cfr. [11], p. 98r.

8

Con.III-51: per l'enunciato di questa proposizione si vedano le note alla pagina 7.

9

Leon Battista Alberti, letterato ed architetto, scrisse tra il 1450-1452 i *Ludi mathematici* nei quali vengono esposte, tra le altre cose, regole per misurare la superficie di terreni, le altezze di torri, etc.
De triangulis. II-4: Si quis trianguli varii duos angulos seorsum dederit cum uno latere eius quodlibet, reliqua latera faciliter metiemur.
E.I-32: Omnis trianguli uno latere producto exterior angulus duobus interioribus, et oppositis est aequalis; et trianguli tres interiores anguli duobus rectis aequales sunt.
E.VI-4: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.

10

*De triangulis.*II-4: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 556
Leon Battista Alberti: si veda la nota relativa alla pagina precedente.

11

E:VI-2: Si uni laterum trianguli parallela quaedam recta linea ducta fuerit, proportionaliter secabit ipsius trianguli latera: et si trianguli latera proportionaliter secta fuerint, quae sectiones coniungit recta linea reliquo trianguli lateri parallela erit. Cfr. [13], p. 73r.
E.V-11: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.

20

E.I-4: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.
E.I-26: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.
E.VI-4: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.

E.V-9: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555

E.I-33: Quae aequales et parallelas ad easdem partes coniungant rectae lineae, et ipsae aequales, et parallelae sunt. Cfr. [13], p. 21r.

E.I-34 Parallelogrammorum spaciorum latera, quae ex opposito, et anguli, inter se aequalia sunt; et diameter ea bifariam secat. Cfr. [13], p. 21v.

E.VI-13: Duobus datis rectis lineis mediam proportionalem invenire. Cfr. [13], p. 76v.

E.VI-def3: Extrema ac media rationi secari recta linea dicitur quando sit ut tota ad maiorem portionem, ita maior portio ad minorem. Cfr. [13], p. 71v.

E.V-17: Si compositae magnitudines sint proportionales, et divisae proportionales erunt. Cfr. [13], p. 65v.

21

E.VI-30: Datam rectam lineam terminatam extrema ac media ratione secare. Cfr. [13], p. 85r.

E.VI-12: Tribus datis rectis lineis quartam proportionalem invenire. Cfr. [13], p. 76v.

E.I-6: Si trianguli duo anguli interse sint aequales, et aequales angulos subtendentia latera interse aequalia erunt. Cfr. [13], p. 10v.

E.I-32: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 556.

E.I-13: Cum recta linea super rectam consistens lineam angulos fecerit, vel duos rectos, vel duobus rectis aequales efficiet. Cfr. [13], p. 13v.

22

E.III-33: A dato circulo portionem abscindere, quae suscipiat angulum dato angulo rectilineo aequalem. Cfr. [13], p. 49r.

E.IV-5: Circa datum triangulum circulum describere. Cfr. [13], p. 52v.

E.III-21: In circulo qui in eadem portione sunt anguli inter se aequales sunt. Cfr. [13], p. 44r.

E.I-28: Si in duas rectas lineas linea incidens exteriorem angulum interiori, et opposito, et ad easdem partes aequalem fecerit, vel interiores, et ad easdem partes duobus rectis aequales; parallelae erunt inter se rectae lineae. Cfr. [13], p. 19r.

E.I-29: In parallelas rectas lineas recta linea incidens, et alternos angulos inter se aequales, et exteriorem interiori et opposito, et ad easdem partes aequalem, et interiores er ad easdem partes duobus rectis aequales efficiet. Cfr. [13], p. 19v.

23

E.XI-16: Si duo plana parallela ab aliquo plano secentur, communes ipsarum sectiones parallela sunt. Cfr. [13], p. 196v.

E:XI-18: Si recta linea plano alicui sit ad rectos angulos, et omnia quae per ipsam transeunt plana eidem plano ad rectos angulos erunt. Cfr. [13], p. 197r.

E.XI-2: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 554.

E.XI-9: Quae eidem rectae lineae sint parallelae, non existentes in eodem, in quo ipsa plano; etiam inter se parallelae erunt. Cfr. [13], p. 194v.

27

E.XI-def7: Planum ad planum similiter inclinari dicitur, et alterum ad alterum, quando dicti inclinationum anguli interse fuerint aequales. Cfr. [13], p. 189v.
E.VI-def1: Similes figurae rectilineae sunt, quae et singulos angulos aequales habent, et circa aequales angulos latera proportionalia. Cfr. [13], p. 71r.
E.V-11: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.
E.XI-25: Si solidum parallelepipedum plano secetur oppositis planis parallelo, erit ut basis ad basim, ita solidum ad solidum. Cfr. [13], p. 202v.
E.VI-1: Triangula et parallelogramma, quae eandem habent altitudinem, interse sunt, ut bases. Cfr. [13], p. 73r.

29
E.VI-4: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.
E.VI-1:per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 558.
E.V-16: Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, et pemutate proportionales erunt. Cfr. [13], p. 65r.
E.I-47: In rectangulis triangulis, quod ad latere rectum angulum subtendente describitur quadratum aequale est quadratis, quae a lateribus rectum angulum continentibus describuntur. Cfr. [13], p. 27v.

30
Paraphrasis.I-4: Si duae magnitudines aequales non idem centrum gravitatis habuerint, magnitudinis ex utrisque magnitudinibus compositae centrum gravitatis erit medium rectae lineae gravitatis centra magnitudinum coniungentis. Cfr. [29], p.42.
L'opera di Alessandro Piccolomini cui Guidobaldo si riferisce è la parafrasi alle *Mechaniche* pseudo-aristoteliche nella traduzione volgare ed opera del senese Oreste Vannocci Biringucci pubblicata nel 1582. Nella questione II, capitolo VII di quest'opera Piccolomini affronta il problema dell'equilibrio di una bilancia avente il fulcro posto superiormente o inferiormente. Cfr. [18], p. 39–45.
De libra: Nella sezione del *Mechanicorum liber* dedicata alla bilancia Guidobaldo aveva già trattato il problema affrontato a pagina 30 delle *Meditatiunculae*. Si veda a questo proposito il paragrafo 3.2.1.

33
E.I-5: Aequicrurium triangulorum qui ad basim anguli inter se sunt aequales: et productis aequalibus rectis lineis anguli qui sunt sub basi inter se aequales erunt. Cfr. [13], p. 10r.
E.I-29: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.
E.I-15: Si duae rectae lineae se invicem secuerint, angulos qui ad verticem sunt, interse aequales efficient. Cfr. [13], p. 14r.
De triangulis.I-6: Proportio duarum quantitatum data, ex altera earum praescita, reliquam suscitabit cognitam. Cfr. [8], p. 5.

34
E.I-28: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.

E.III-18: Si circulum contingat quaedam recta linea, a centro autem in contactum recta linea ducatur, ea ad contingentem perpendicularis erit. Cfr. [13], p. 43r.

E.I-5:per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 558.

E.I-29: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.

E.I-15: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 572.

E.I-6: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.

E.III-36: Si extra circulum aliquod punctum sumatur, et ab eo in circulum cadant duae rectae lineae, quarum altera quidem circulum secet, altera vero contingat; rectangulum, quod tota secante, et exterius assumpta inter punctum, et curvam circumferentiam continetur, aequale erit ei, quod a contingente sit quadrato. Cfr. [13], p. 49v.

E.VI-4: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.

E.VI-17: Si tres rectae lineae proportioneles fuerint, rectangulum extremis contentum aequale est ei, quod a media sit quadrato et si rectangulum extremis contentum aequale fuerit ei, quod a media sit quadrato, tres rectae lineae proportionales erunt. Cfr. [13], p. 78r.

E.VI-13: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.

E.V-22: Si sint quotcumque magnitudines, et aliae ipsis numero aequales, quae binae sumantur in eadem proportione, et ex aequali in eadem proportione erunt. Cfr. [13], p. 67r.

*Con.*I-36: Si hyperbolen, vel ellipsim, vel circuli circumferentiam contingat quaedam recta linea conveniens cum transverso figurae latere: et a tactu recta linea ad diametrum ordinatim applicetur: erit ut linea, quae interiicitur inter contingentem, et terminum transversi lateris ad interiectam inter eandem et alterum lateris terminum, ita linea, quae est inter ordinatim applicatam, et terminum lateris ad eam, quae est inter eandem et alterum terminum; adeo ut continuatae inter se sint, quae sibi ipsis respondent: et in locum, qui inter contingentem, et sectionem coni interiicitur, altera recta linea non cadet. Cfr. [11], p. 26v.

35

E.III-31: In circulo angulus, qui in semicirculo rectus est, qui vero in maiori portione minor est recto, et qui in minori maior recto; et insuper maioris quidem portionis angulus recto maior est, minoris vero portionis angulus recto minor. Cfr. [13], p. 47v.

E.III-12 Si duo circuli se se extra contingant, recta linea ipsorum centra coniungentes per contactum transibit. Cfr. [13], p. 41v.

E.III-3: Si in circulo recta linea per centrum ducta rectam lineam quandam non ductam per centrum bifariam secet, et ad angulos rectos ipsam secabit. Quod si ad angulos rectos ipsam secet, et bifariam secabit. Cfr. [13], p. 38v.

E.V-22: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 559.

E.VI-6: Si duo triangula unun angulum uni angulo aequalem habeant, circa aequales autem angulos latera proportionalia aequiangula erunt triangula, et aequales habebunt angulos, quibus aequalia latera subtenduntur. Cfr. [13], p. 74r.

E.I-27: Si in duas rectas lineas recta linea incidens alternos angulos inter se aequales fecerit, parallelae erunt rectae lineae. Cfr. [13], p. 13v.

E.I-29: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.

37

E.III-12: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 559.

38

Con. III-51: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 556.

E.III-11: Si duo circuli sese intus contingant, et sumantur centra ipsorum; recta linea ipsorum centra coniungens, et producta in circulorum contactum cadet. Cfr. [13], p. 41r–41v.

40

E.III-28: In aequalibus circulis aequales rectaae lineae circumferentias aequales auferunt, maiorem quidem maiori, minorem vero minori. Cfr. [13], p. 46r.

Lemma del *de libra*: nonostante Guidobaldo non espliciti il lemma del *del libra* cui si sta riferendo, è chiaro che sta citando il lemma che precede la prima proposizione il cui enunciato è il seguente: Sit linea *ab* horizonti perpendicularis, et diametro *ab* circulus describatur *aebd*, cuius centrum *c*. Dico punctum *b* infimum esse locum circumferentiae circuli *aebd*; punctum vero *a* sublimiorem; et quaelibet puncta, ut *de* aequaliter a puncto *a* distantia aequaliter esse deorsum; quae vero propius sunt ipsi *a* eis, quae magis distant, sublimiora esse. Cfr. [14], p. 2v.

41

E.V-7: Aequales ad eandem, eandem habent proportionem, et eadem ad aequales. Cfr. [13], p. 62v.

E.V-11: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.

E.V-16: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.

E.V-4-coroll.: Ex hoc manifestum est si quattuor magnitudines sint proportionales, et contra proportionales esse. Cfr. [13], p. 61v.

De iis quae vehuntur in aqua.I-7: Solidae magnitudines humido graviores demissae in humidum ferentur deorsum, donec descendant: et erunt in humido tanto leviores, quanta est gravitas humidi molem habentis solidae magnitudini aequalem. Cfr. [10], p. 5r.

De iis quae vehuntur in aqua.I-3: Solidarum magnitudinum, quae aequalem molem habentes aequegraves sunt, atque humidum, in humidum demissae demergentur ita, ut ex humidi superficie nihil extet: non tamen adhuc deorsum ferentur. Cfr. [10], p. 2v.

45

Il *libellum* di Finé cui Guidobaldo si riferisce in questa pagina fu pubblicato nel 1544 insieme ad altri opuscoli dedicati a problemi diversi. Cfr. [2]. Il periodo che Guidobaldo riporta si trova a pagina 45r dell'opera citata.

E.I-10: Datam rectam lineam terminatam bifariam secare. Cfr. [13], p. 12v.

E.I-18: Omnis trianguli maius latus maiorem angulum subtendit. Cfr. [13], p. 15r.

46

E.I-4: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.

E.I-20: Omnis trianguli maiorem angulum maius latus subtendit. Cfr. [13], p. 15v.

49

E.I-4: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.
E.I-15: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 572.

50

E.VI-10: Datam rectam lineam insectam, datae rectae lineae sectae similiter secare. Cfr. [13], p. 75v.
E.VI-6: Si duo triangula unum angulum uni angulo aequalem habeant, circa aequales autem angulos latera proportionalia; aequiangula erunt triangula, et aequales habebunt angulos, quibus aequalia latera subtenduntur. Cfr. [13], p. 74r.

53

In questa pagina Guidobaldo si riferisce alle proposizioni 35 e 35 *aliter* de quarto libro delle *Mathematicae collectiones* di Pappo. *Coll.*IV-35: Datum quidem angulum, vel circumferentiam tripartito secare solidum est, ut ante ostendimus, sed datum angulum, vel circumferentiam secare datam proportionem lineare est, et a iunioribus demonstratum fuit, conscribetur tamen a nobis dupliciter. Cfr. [21], p. 67r e 67v.
*Spir.*14: Si in lineam spiralem in prima circulatione descriptam, incidant duae rectae lineae, quod est ipsius principium ductae: et producantur ad primi circuli circumferentiam: eandem inter se proportionem habebunt lineae in spiralem lineam incidentes, quam circumferentiae circuli inter terminum lineae spiralis, et terminos linearum ad circumferentiam productarum interiectae: circumferentias a termino lineàe spiralis versus praecedentia sumendo. Cfr. [6], p. 9r.
L'ultima proposizione del sesto libro è la numero 33.
E.VI-33: In circulis aequalibus anguli eandem habent proportionem, quam circumferentiae, quibus insistunt, sive ad centra, sive ad circumferentias insistant. Adhuc autem et sectores, quippe qui ad centra sunt constituti. Cfr. [13], p. 86v.

54

Ex definitione centri gravitatis: Guidobaldo non indica esplicitamente a quale definizione di centro di gravità si stia riferendo. Dal contesto possiamo, tuttavia, dedurre che si riferisca alla definizione presente all'inizio del *de libra* nel *Mechanicorum liber*: "Centrum gravitatis uniuscuiusque solidae figurae est punctum illud intra positum, circa quod undique partes aequalium momentorum consistunt. Si enim per tale centrum ducatur planum figuram quomodocunque secans semper in partes aequeponderantes ipsam dividet". Cfr. [14], p. 1.
Per maggiori dettagli sulla definizione di centro di gravità si veda il primo capitolo, alle pagine 39 e 44.
*Paraphrasis.*I-7: Si autem magnitudines fuerint incommensurabiles, similiter aequeponderabunt ex distantiis permutatim eandem, atque magnitudines, proportionem habentibus. Cfr. [29], p. 68.

55

E.VI-13: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557
E.VI-17:per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 559
E.V-25: Si quattuor magnitudines fuerint proportionales, maxima ipsarum, et minima duabus reliquis maiores erunt. Cfr. [13], p. 68v.
E.V-8 Inaequalium magnitudinum maior ad eandem maiorem habet proportionem, quam minor: et eadem ad minorem maiorem proportionem habet, quam ad maiorem. Cfr. [13], p. 62v.

57 Il riferimento generico al *Mechanicorum liber* rinvia, con molta probabilità alla seconda proposizione della sezione del trattato dedicata alla coclea: "Si fuerit cochlea AC helices habens aequales CDEFG. Dico has nihil aliud esse praeter planum horizonti inclinatum circa cylindrum revolutum. Cfr. [14], p. 124.
E.I-28: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.

59 E.V-18: Si divisae magnitudines sint proportionales, et compositae proportionales erunt. Cfr. [13], p. 66r.

60
E.I-29: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.
E.I-34: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.
Lemma *de vecte* in *libro Mechanicorum*: Si tratta del lemma che precede la prima proposizione del trattato il cui enunciato è il seguente: Sint quatuor magnitudines A B C D; sitque A maior B, et C maior D. Dico A ad D maiorem habere proportionem, quam habet B ad C. Cfr. [14], p. 38r.
E.V-8: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 562.
E.V-28: questa proposizione è stata aggiunta da Commandino a completamento delle precedenti: Si prima ad secundam maiorem proportionem habeat, quam tertia ad quartam, etiam componendo prima et secunda ad secundam maiorem proportionem habebit, quam tertia et quarta ad quartam. Cfr. [13], p. 69v.
E.VI-33: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 562.

61
Coll..VIII-9: Dato pondera data potentia ducto in plano horizonti parallelo, et altero plano inclinato, quod ad subiectum planum datum angulum efficit, invenire potentiam, a qua pondus in plano inclinato ducatur. Cfr. [21], p. 313.

62
Sferici.I-6: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 554.
E.XI-18: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.
E.XI-2: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 554.
Sferici.I-5: Si sphaera planum tangat, quod ipsam non secet, a contactu autem excitetur recta linea ad angulos rectos ipsi plano, in linea excitata erit centrum sphaerae. Cfr. [20], p. 8.

63

De conoidibus.12: [...] Si sphaeroidum figurarum quaelibet plano secetur per axem, vel aequidistanti: sectio erit acutianguli coni sectio. Si quidem per axem: erit ea quae figuram describit. Si vero axi aequidistanti: erit illi similis, cuius diameter erit communis sectio planorum, secantes scilicet figuram et eius, quod per axem ducitur, erectum super planum secans. At vero si secetur planum super axem erecto: sectiocirculus erit centrum habens in axe. [...] Cfr. [6], p. 34v.
De conoidibus.15: Si oblongum sphaeroides plano secetur non erecto super axem: sectio erit acutianguli coni sectio: diameter autem ipsius maior, erit linea in sphaeroide recepta a facta sectione planorum, eius videlicet, quod secat figuram, et eius, quod per axem ducitur erectum super planum secans. Cfr. [6], p. 35v.
Con.I-36: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 559.

64

Ex dictis in tractatum *de vecte* nostrorum *mechanicorum*: Guidobaldo si riferisce alle prime tre proposizioni del trattato il cui enunciato differisce solo per la posizione del fulcro rispetto al peso e al punto di applicazione della potenza applicata. Si veda a questo proposito la nota 11 del terzo capitolo.

65

E.I-15: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 572.
E.I-29: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.
E.VI-4: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.
E.V-16:per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 558.
E.V-18: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 562.
E.III-21: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.
E.V-22: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 559.
E.VI-6: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 559.

68

E.III-28: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 560.
E.III-21: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557
E.III-27: In aequalibus circulis anguli, qui aequalibus insistunt circumferentiis inter se aequales sunt; sive ad centra, sive ad circumferentias insistant. Cfr. [13], p. 46r.
E.I-27: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 559.

69

Quae hic obscura videntur ex 7^{o} libro Pappi mathematicorum collectionum sunt manifesta: ???

71

E.XI-38: Si planum ad planum rectum sit, et ab aliquo puncto eorum, quae sunt in uno plano ad alterum planum perpendicularis ducatur, ea in communem planorum sectionem cadet. Cfr. [13], p. 209v.
E.XI-6: Dato plano a puncto, quod in ipso est, duae rectae lineae ad rectos angulos constituentur ex eadem parte. Cfr. [13], p. 195.

E.XI-13: Dato plano a puncto, quod in ipso est, duae rectae lineae ad rectos angulos non constituere ex eadem parte.
Sferici.II-10: Si sint in sphaera paralleli circuli, per quorum polos describantur maximi circuli, parallelorum quidem circumferentiae inter maximos circulos interceptae, similes sunt; maximorum autem circulorum circumferentiae inter parallelos circulos interceptae, sunt aequales. Cfr. [20], p. 38.

72
L'opera di Joannes de Roias cui Guidobaldo si riferisce è il *Commentariorum in astrolabium quod planisphaerium vocant, libri sex nunc primum in lucem editi*, cfr. [3]. Sulle osservazioni guidobaldiane presenti nelle *Meditatiunculae* relative all'opera di de Roias si vedano la nota 12 del quinto capitolo e, più in generale, il paragrafo 5.3.
E.VI-4: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.
E.V-4-coroll.: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 560.
E.V-11: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.
E.VI-2: Si uni laterum trianguli parallela quaedam recta linea ducta fuerit, proportionaliter secabit ipsius trianguli latera: et si trianguli latera proportionaliter secta fuerint, quae sectiones coniungit recta linea reliquo trianguli lateri parallela erit. Cfr. [13], p. 73r.

73
L'opera di Gemma Frisius cui Guidobaldo fa riferimento è il *Gemmae Frisii medici ad mathematici de astrolabo catholico liber*, pubblicato nel 1556. Cfr. [4]. Sulle osservazioni guidobaldiane presenti nelle *Meditatiunculae* relative all'opera di Frisio si vedano la nota 18 del quinto capitolo e, più in generale, il paragrafo 5.3.

74
E.III-31: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 559.
E.I-29: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.
E.III-3: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 559.
E.I-4: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.
E.I-5: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 558.
E.I-29: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.
E.III-21: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.
E.I-32: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 556.
Con.I-5: Si conus scalenus plano per axem secetur ad rectos angulos ipsi basi; seceturque altero plano ad triangulum per axem recto, quod ex verticis parte triangulum abscindat simile ei, quod per axem, subcontrarie vero positum: sectio circulus erit. Vocetur autem huiusmodi sectio subcontraria. Cfr. [11], p. 10r.

75
E.I-29 per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.
E.III-3 per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 559.
E.I-4 per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.

E.I-5 per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 558.
E.III-21 per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.

76

*Con.*I-5: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 564.
22 ***perspectivae***: in questo caso riportiamo l'enuciato secondo l'edizione critica di Heiberg. "In eodem plano, in quo oculus, circuli periferia ponatur, ea circuli periferia recta linea apparet. Cfr. [37], Vol. 7, p. 33.

77

E.XI-38: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 563.
*Sferici.*I-11: In sphaera maximi circuli se mutuo secant bifariam. cfr. [20], p. 16.

78

E.XI-38: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 563
Ioannes Stofflerinus: Johann Stöeffler (Giustinga 1432–1531) fu professore di matematica presso l'Università di Tubinga. L'opera cui Guidobaldo si riferisce è la ***Elucidatio fabricae ususque astrolabii***, una sorta di applicazione della teoria di Tolomeo per la realizzazione pratica dell'astrolabio. Cfr. [1].

79

*Sferici.*I-10: Si sit in sphaera circulus, linea recta per eius polos ducta, ad circulum recta est, transitque per centrum circuli, et sphaerae. cfr. [20], p. 14.
E.XI-38: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 563.
*Sferici.*II-10: Si sint in sphaera paralleli circuli, per quorum polos describantur maximi circuli, parallelorum quidem circumferentiae inter maximos circulos interceptae, similes sunt; maximorum autem circulorum circumferentiae inter parallelos circulos interceptae, sunt aequales. cfr. [20], p. 38.

80

Ioannes de Roias sexto libro cap. 5: si veda pagina 564.

81

E.V-11: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.

82

E.XI-38: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 563.

83

E.XI-16:per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.
*Sferici.*II-10: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 565.
*Sferici.*I-10: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 565.
E.I-33: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.

84

E.XI-34: Aequalium solidorum parallelepipedorum bases ex contraria parte altitudinis respondent: et quorum solidorum parallelepipedorum base ex contraria parte altitudinis respondent, ea inter se sunt aequalia. Cfr. [13], p. 206v.
E.XI-6 per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 563.
Sferici.II-10: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 565.
E.I-6: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.
E.I-33: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.
E.XI-7: Si duae rectae lineae parallelae sint, summantur autem in utraque ipsarum quaelibet puncta, quae dicta puncta coniungit recta linea in eodem erit plano, in quo et parallelae. Cfr. [13], p. 194r.
E.XI-18: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.

89
E.XI-38: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 563.
E.XI-10: Si duae rectae lineae sese contingentes duabus rectis lineis sese contingentibus sint parallelae, non autem in eodem plano, aequales angulos continebunt. Cfr. [13], p. 195r.
E.I-33: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.

90
E.XI-7: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 566.

92
E.I-29: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.

96
E.III-3: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 559.
E.I-4: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.
E.III-28: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 560.

97
E.XI-19: Si duo plana se invicem secantis plano alicui sint ad rectos angulos, et communis ipsorum sectio eidem plano ad rectos angulos erit. Cfr. [13], p. 197v.

101
E.XI-18: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.
E.XI-38: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 563.
E.XI-10: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 566.

103
E.XI-16: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.
Secundi *sphericorum* Theodosii: Guidobaldo in questo caso non esplicita il numero della proposizione da utilizzare. Dal contesto risulta tuttavia chiaramente che si tratta della decima proposizione, già precedentemente citata. Per l'enunciato si veda pagina 565.
E.XI-38: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 563.
E.XI-6: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 563.

E.I-33: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.

105

E.XI-38: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 563.

107

E.XI-38: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 563.
E.XI-2: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 554.

110

E.VI-2: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 564.
E.VI-4: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.
E.V-11: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.

111

E.VI-29: Ad datam rectam lineam dato rectilineo aequale parallelogrammum applicare, excedens figura parallelogramma, quae similis sit alteri datae. Cfr. [13], p. 85r.
E.III-21: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.
E.I-6: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.
E.VI-4: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.
E.I-21: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.

112

Christoforo Clavio in suis ***sphaericis libro de sinubus*** propositione 10^{a}: In circulo sumptis duobus arcubus inaequalibus, quorum maiorum chorda maior sit, quam chorda minoris; maior est proportio arcus maioris ad minorem, quam chordae arcus maioris ad chordam minoris arcus. Cfr. [20], p. 175.
E.VI-33: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 562.

113

E.XI-29: Solida parallelepipeda, quae in eadem sunt basi, et eadem altitudine, quorum stantes sunt in eisdem rectis lineis, inter se sunt aequalia. Cfr. [13], p. 204r.
E.XI-30: Solida parallelepipeda, quae in eadem sunt basi, et eadem altitudine, quorum stantes non sunt in eisdem rectis lineis, inter se sunt aequalia. Cfr. [13], p. 204r.
E.VI-17: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 559.
E.XI-31: Solida parallelepipeda, quae aequalibus sunt basibus, et eadem altitudine inter se sunt aequalia. Cfr. [13], p. 204v.
E.XI-32: Solida parallelepipeda, quae eandem habent altitudinem inter se sunt ut bases. Cfr. [13], p. 205v.
Dopo la proposizione 32 Commandino aggiunge il seguente commento: Constat etiam solida parallelepipeda in eadem basi, vel aequalibus basibus constituta eam inter se proportionem habere, quam altitudines.
Quod nos demonstravimus in libro de centro gravitatis solidorum, propositione XIX.
E.VI-1: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 558.
E.V-11: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.

114
E.VI-20-coroll.: La ventesima proposizione del sesto libro degli *Elementi* è seguita da due corollari; quello cui Guidobaldo si riferisce è il secondo: Universe igitur manifestum est, si tres rectae lineae proportionales fuerint, ut primam ad tertiam, ita esse figuram, quae sit ad eam, quae a secunda, similem et similiter descriptam. Quod ostendere oportebat. Cfr. [13], p. 80r.
E.XI-29: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 567.

115
E.XI-33: Similia solida parallelepipeda interse sunt in tripla proportio homologorum laterum.Cfr. [13], p. 205v.
E.XII-18: Sphaerae inter se in tripla sunt proportionem suarum diametrorum. Cfr. [13], p. 227v.

115^2 *r*
E.XI-25: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 558.
E.VI-1: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 558.
E.XI-33: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 568.
E.V-9: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.

115^2 *v*
E.XI-31: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 567.
E.VI-11: Duobus datis rectis lineis tertiam proportionalem invenire. Cfr. [13], p. 76r.
E.VI-12: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.
E.XI-33-coroll.: Ex hoc manifestum est, si quattuor rectae lineae proportionales fuerint, ut primam ad quartam, ita esse solisum parallelepipedum, quod sit a prima ad solidum, quod a secunda simile, et similiter descriptum; quoniam et prima ad quartam triplam proportionem habet eius, quam ad secundam. Cfr. [13], p. 205v.

115^3 *r*
E.V-9: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.

115^3 *v*
E.VI-11: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 568.
E.VI-12: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.

115^4 *v*
E.XI-37: Si quattuor rectae lineae propotionales sint, et quae ab ipsis fiunt solida parallelepipeda similia et similiter descripta proportionalia erunt. Et si quae ab ipsis fiunt solida parallelepipeda similia et similiter descripta proportionalia sint, et ipsae rectae lineae proportionales erunt. Cfr. [13], p. 209r.
E.XI-33-coroll.: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 568.
E.V-9: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.

115^6 *r*

E.XI-32-coroll.: Ex his igitur et iam demonstratis sequitur prismata triangulares bases habentia, quae vel in eisdem, vel aequalibus basibus constituuntur, et eadem altitudine interse aequalia esse. Et insuper quae eandem habent altitudinem inter se esse, ut bases. Et quae vel in eisdem vel aequalibus basibus constituuntur, inter se esse, ut altitudines. Cfr. [13], p. 205v.

115[7] *v*

Archimedes post 32$^{\text{am}}$ propositionem *de sphaera et cylindro*; riportiamo in questo caso l'enunciato del teorema secondo l'edizione critica di Heiberg:

117

E.VI-8: Si in triangulo rectangulo ab angulo recto ad basim perpendicularis ducatur; quae ad perpendicularem sunt triangula et toti et inter se similia sunt. Cfr. [13], p. 75r.

118

E.VI-25: Dato rectilineo simile, et alteri dato aequale idem constituere. Cfr. [13], p. 83r.

120

Il Philandro sopra il Vitruvio insegna....libro 9, capitolo 3. Per quanto riguarda il problema della corona si veda il paragrafo 3.4.2 a pagina 93.

121

Per un'analisi delle riflessioni guidobaldiane relative all'angolo di contatto e delle citazioni in essa contenute si veda il paragrafo 6.5 a pagina 168.

123

Pagina 123 si apre con la riproposizione dell'enunciato della proposizione 31 che chiude il *de centro gravitatis solidorum* di Federico Commandino. Cfr. [12], p. 46, 47.

De conoidibus.12: Si rectangulum conoides plano secetur per axem, vel axi aequidistanti: sectio erit rectanguli coni sectio, eadem illi quae figuram describit, cuius diameter erit communis sectio planorum et eius quos secat figuram, et eius, quod per axem ducitur erectum super planum secans. [...] Cfr. [6], p. 34r.

De centro gravitatis solidorum. 29: Cuiuslibet portioni conoidis rectanguli axis a centro gravitatis ita dividitur, ut pars quae terminatur ad verticem, reliquae partis, quae ad basim sit dupla. Cfr. [12], p. 41v.

Paraphrasis.I-8: Si ab aliqua magnitudine magnitudo auferatur; quae non habeat idem centrum cum tota; reliquae magnitudinis centrum gravitatis est in recta linea, quae coniungit centra gravitatum totius magnitudinis, et ablatae, ad eam partem producta, ubi est centrum totius magnitudinis, ita ut assumpta aliqua ex producta, quae coniungit centra praedicta eandem habeat proportionem ad eam, qua est inter centra, quam habet gravitas magnitudinis ablatae ad gravitatem residuae, centrum erit terminus assumptae. Cfr. [29], p. 76.

124

Con.I-20: Si in parabola duae rectae lineae a sectione ad diametrum ordinatim appli-

centur, ut eorum quadrata inter sese, ita erunt et lineae, quae ab ipsis ex diametro ad verticem abscinduntur. Cfr. [11], p. 19r.
De centro gravitatis solidorum. 30: Si a portione conoidis rectanguli alia portione abscindatur, plano basi aequidistante; habebit portio tota ad eam, quae abscissa est, duplam proportionem eius quae est basis maioris portionis ad basim minoris, vel quae axis maioris ad axem minoris. Cfr. [12], p. 45r.

125
E.V-8: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 562.

128
Guidobaldo si riferisce ai *Gnominices libri Octo*, cfr. [17].

129
Sferici.II-16: Si in sphaera sint paralleli circuli, et describantur maximi circuli, qui unum quidem parallelorum tangant, reliquos vero secent; circumferentiae parallelorum interceptae ipter eos maximorum ciculorum semicirculos, qui non concurrunt, similes erunt; maximorum vero circulorum circumferentiae: inter duos quoscunque parallelos interceptae, erunt aequales. cfr. [20], p. 42.

140
De centro gravitatis solidorum. 25: Quodlibet frustum pyramidis, vel coni, vel coni portionis ad pyramidem, vel conum, vel coni portionem, cuius basis eadem est, et aequalis altitudo, eandem proportionem habet, quam utraeque bases, maior, et minor simul sumptae una cum ea, quae inter ipas sit proportionalis, ad basim maiorem. Cfr [12], p. 31v.

142
E.VI-8: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 569.
E.I-26: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.
E.VI-8.coroll. Ex hoc manifestum est, si in triangulo rectangulo ab angulo recto ad basim perpendicularis ducatur; ductas basis partium mediam proportionalem esse: et adhuc basis et uniuscuiusque partium, latus quod ad partem medium esse proportionale. Quod demonstrare oportebat. Cfr. [13], p. 75v.

144
E.I-29: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.
E.I-34: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.
E.I-26: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.

145–147
Le pagine 145–146 contengono una serie di osservazioni in cui Guidobaldo critica i capitoli 2 e 3 del *De mechanicis* di Benedetti. I capitoli cui Guidobaldo si riferisce si trovano alle pagine 142 e 143 del *Diversarum speculationum liber*, cfr. [28].
Alla base delle sue osservazioni troviamo la teoria sviluppata nel *Mechanicorum liber* sia del *De libra* che del *De axe in peritrochio*.

148

ex Pappo in quinto et octavo libro mathematicarum collectionum: Guidobaldo si riferisce alla proposizione 22 dell'ottavo libro e alla undicesima del quinto.

*Coll.*VIII-22: Circumferentias autem circulorum interse ita esse, ut eorum diametri, nunc ostedenmus. Cfr. [21], p. 327r.

*Coll.*V-11: Circulorum circumferentiae inter se sunt, ut diametri. Cfr. [21], p. 80v.

149

Nelle pagine 149–151 Guidobaldo raccoglie alcune osservazioni critiche nei confronti della decima dimostrazione del *Admirandum illud geometricum problema tredecim modis demonstratum* di Francesco Barozzi, cfr. [19]. Si veda a questo proposito il paragrafo 1.5.1.

E.III-31: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 559.

E.I-28: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.

Paraphrasis.13-lemma-1: Aequidistantes lineae lineas in eadem proportione dispescunt. Cfr. [29], p. 91

E.I-19: Omnis trianguli maiorem angulum maius latus subtendit. Cfr. [13], p. 15v.

E.VI-2: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 564.

E.III-7: Si in circuli diametro aliquod punctum sumatur, quod non sit centrum circuli; et ab eo in circulum cadant quaedam rectae lineae: maxima quidem erit, in qua centrum, minima vero reliqua: aliarum autem propinquior ei, quae per centrum transit, semper remotiore maior est. At duae tantum aequales ab eodem puncto in circulum cadent ad utrasque partes minimae. Cfr. [13], p. 39v.

E.V-8: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 562.

E.V-10: Ad eandem proportionem habentium quae maiorem proportionem habet, illa maior est; ad quam vero eadem maiorem habet proportionem, illa minor est. Cfr. [13], p. 63v.

150

Paraphrasis.13-lemma-1: per l'enunciato di questo lemma si veda pagina 571.

E.VI-4: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.

E.V-16: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 558.

Ut Proclus et iam in primum Euclidis librum pag. 222 efficit: cfr. [7].

151, 152

*Con.*I-21: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.

153

E.XI-17: si duae rectae lineae a parallelis secentur planis, in easdem proportionem secabuntur. Cfr. [13], p. 197r.

158

E.VI-4: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.

175

E.XI-10: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 566.

E.XI-15: si duae rectae lineae sese tangentes duabus rectis lineis sese tangentibus sint parallelae, non autem in eodem plano, et quae per ipsas transeunt plano parallelae erunt. Cfr. [13], p. 196v.
E.XI-16: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.
E.I-26: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 555.
E.XI-18: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.
E.XI-38: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 563.
E.VI-2: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 564.

188
E.XI-17: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 571.

190
E.XI-18: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.

199 *Coll.*VI-43: ducatur a sublimi puncto *a* ad subiectum planum perpendicularis *ab*, cui in puncto *b* occurrat. Sit autem in plano recta linea *cd*, et apuncto *b* ad *cd* perpendicularis agatur *bd*; iungaturque *ad*. Dico et *ad* ad ipsam *dc* perpendicularem esse. Cfr. [21], p. 141r.

202
E.XI-18: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.
E.XI-19: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 566.

204
*Coll.*VI-43: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 572.
E.XI-2: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 554.

206
E.XI-4: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 557.
E.XI-8: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 566.

228
Giacomo Barozzi da Vignola (Vignola 1507–Roma 1573), pittore ed architetto, compì studi di prospettiva e su tale argomento scrisse un'opera *Le due regole della prospettiva pratica* in cui la tecnica prospettica viene spiegata attraverso regole pratiche. Quest'opera riscosse molto successo e conobbe diverse edizioni, la prima del 1583 contente anche i commenti di Egnazio Danti. Cfr. [27].

230
*Con.*I-4: Si alterutra superficierum, quae sunt ad verticem plano secetur, aequidistante circulo, per quem fertur recta linea superficiem describens; planum, quod superficie concluditur, circulus erit, centrum in axe habens: figura vero contenta circulo, et ea parte superficiei conicae, quae inter secans planum et verticem interiicitur, conus erit. Cfr. [11], p. 9v.

231

Archimedis *de conoidibus et spheroidibus* propositione 5ª vide Commandinum: Guidobaldo si riferisce alla quinta proposizione aggiunta da Commandino dopo l'undicesima proposizione. L'enunciato è il seguente: cylindri omnes, et coni interse proportionem habent compositam ex proportione basium, et ex proportione altitudinum. Cfr. [6], p. 35r.

Pappo in 8° libro: si tratta della proposizione 22 dell'ottavo libro per l'enunciato della quale si veda pagina 571.

232

De libra.6: pondera aequalia in libra appensa eam in gravitate proportionem habent; quam distantiae, ex quibus appenduntur". Cfr. [14], p. 35r.

De iis quae vehuntur in aqua.I-7: per l'enunciato di questa proposizione si veda pagina 560.

Bibliografia

[1] J. Stoflerinus, *Elucidatio fabricae ususque astrolabii a Ioanne Stoflerino Iustingensi viro Germano, atque totius spherice doctissimo nuper ingeniose concinnata atque in lucem edita,* Impressum Oppenheym, Anno Domini 1513

[2] O. Finé, *Orontii Finaei Delphinatis Regii Mathematicarum Lutatiae professoris, Qudratura circuli, tandem inventa et clarissime demonstrata.*
De circuli mensura, et ratione circumferentiae ad diametrum, Demonstrationes duae.
De multangularum omnium et regularium figurarum descriptione, liber hactenus desideratus.
De invenienda longitudinis locorum differentia, aliter quam per lunarum eclipses, etiam dato quovis tempore, liber admodum singularis.
Planispaheriorum geographicum, quo tum longitudinis atque latitudinis differentiae, tum directae locorum deprehenduntur elongationes, Lutatiae Parisiorum, apud Simonem Colinaeum, 1544

[3] J. de Roias, *Commentariorum in Astrolabium quod Planisphaerium vocant, libri sex nunc primum in lucem editi.* Apud Vascosanum, Lutetiae, 1550.

[4] G. Frisio, *Gemmae Frisii medici ad mathematici De Astrolabo Catholico Liber quo latissime patentis Instrumenti multiplex usus explicatur, et quicquid uspiam rerum Mathematicarum tradi possit continetur. Ad Sereniss. Hispaniae, Anglise, et Franciae regem, Philippum Caroli V. Caesaris semper augusti filium.* Antuerpiae in aedibus. Ioan. Steelfii 1556

[5] *Iacobi Peletarii Cenomani, in Euclidis Elementa Geometrica demonstrationum libri sex*, Ludguni, apud Ioan. Tornaesium et Gul. Gazeium, 1557.

[6] Archimede, *Archimedis opera non nulla a Federico Commandino Urbinate nuper in latinum conversa et commentariis illustrata*, cum privilegios in annos X, Venetiis, apud Paulum Manutium, Aldi F. 1558

[7] Proclo di Licia, *Procli Diadochi Lycii ... In Primum Euclidis Elementorum Librum Commentariorum ad Universam Mathematicam disciplinam principium eruditionis tradentium Libri IIII. A Francisco Barocio ... expurgati ... primum iam Romanae linguae ... editi*, Patavii Excudebat Gratiosus Perchacinus, 1560

[8] G. Regiomontano, *Ioannis Regiomontani mathematici praestantissimi de triangulis planis et sphaericis libri quinque, una cum tabulis sinuum, in quibus tota ipsorum triangulorum scientia ex primis fundamentis geometricarum 'αποδέιξεωφ absolutissime extructa continetur.* Omnes nunc simul in lucem edita in gratiam Matheseos studiosorum per Danielem Santbech Noviomagum, Basileae 1561

[9] Claudio Tolomeo, *Claudii Ptolemaei liber de Analemmate, a Federico Commandino Urbiante instauratus, et commentariis illustratus, qui nunc primum eius opera e tenebris in lucem prodit. Eiusdem Federici Commandini liber de Horologiorum descriptione*, Romae apud Paulum Manutium Aldi F. 1562

[10] F. Commandino, *Archimedis de iis quae vehuntur in aqua libri duo. A federico Commandino Urbinate in Pristinum nitorem restituti, et commentariis illustrati*, Bononiae, ex Officina Alexandri Benacii, 1565

[11] *Apollonii Pergaei Conicorum Libri Quatuor. Una cum Pappi Alexandrini lemmatibus, et commentariis Eutocii Ascalonitae ... Quae omnia nuper Federicus Commandinus Urbinas mendis quamplurimis expurgata a Graeco convertit, et commentariis illustravit...* Bononiae, ex Officina Alexandri Benatii, 1565

[12] F. Commandino *Federici Commandini Urbinatis Liber de centro gravitatis solidorum*, Bononiae, ex officina Alexandri Benacii, 1565

[13] Euclide, *Euclidis Elementorum libri XV. Una cum Scholiis antiquis. A Federico Commandino urbinate nuper in latinum conversi, commentariisque quibusdam illustrati*, Pisauri, 1572

[14] Guidobaldo dal Monte, *Guidiubaldi e Marchionibus Montis Mechanicorum Liber*, Pisauri, Apud Hieronymum Concordiam, 1577

[15] Guidobaldo dal Monte, *Guidiubaldi e Marchionibus Montis Planisphaeriorum univarsalium teorica*, Pisauri, Apud Hieronymum Concordiam, 1579

[16] F. Maurolico, *D. Francisci Maurolyci ... opuscola mathematica*, Venetiis, Apud Franciscum Franciscium, 1575

[17] C. Clavio, *Gnomonices libri octo, in quibus non solum horologiorum solarium, sed aliarum quoque verum quae ex gnomonis umbra cognosci possunt, descriptiones Geometrice demonstratur. Auçtore Christophoro Clavio Bambergensi Societatis Iesu*, Romae apud Franciscum Zanettum, 1581

[18] A. Piccolomini, *Parafrasi del Monsignor Alessandro Piccolomini Arcivescovo di Patras sopra le Mechaniche d'Aristotile, tradotta da Oreste Vannocci Biringucci, gentilomo senese con licentia dei Superiori*, in Roma per Francesco Zanetti, 1582

[19] F. Barozzi, *Admirandum illud geometricum problema tredecim modis demonstratum Francisco Barocio Iacobi Filio Patritio Veneto Autore*, Venetiis, apud Gratiosum Perchacinum, sumptibus Io. Baptistae Fantini Patavini, 1586

[20] Teodosio, *Theodosii Tripolitae sphaericorum liri III a Cristophoro Clavio Bembergensi Societati Iesu perspicuis demonstrationibus, ac scholiis illustrati. Item eiusdem Cristophori Clavii sinus. Lineae tangentes. Et secantes. Triangula rectilinea. Atque sphaerica*, Romae, Ex Typographia Dominici Basae, 1586

[21] Pappo d'ALessandria, *Pappi Alexandrini Mathematicae Collectiones. A Federico Commandino Urbinate in Latinum conversae, et Commentariis Illustratae*, Pisauri, Apud Hieronymum Concordiam, 1588

[22] C. Clavio, *Euclidis Elementorum libri XV ... Auctore Cristophoro Clavio Bambergensi ...*, Romae apud Sanctium et Socios, 1589

[23] M. Oddi, *De gli Horologi Solari*, In Milano, Per Giacomo Lantoni, 1614

[24] M. Oddi, *De gli Horologi Solari*, In Venezia, Per il Ginammi, 1638

[25] G. Libri, *Histoire des Sciences Mathematiques en Italie depuis la Renaissance des lettres jusqu'à la fin du dix-septieme siècle*, Parigi, chez Jules Renouard et C^{ie}, Libraires, 1841

[26] Guidobaldo dal Monte, *De ecclesiatici calendarii restitutione opusculum*, Pisauri, Apud Hieronymum Concordiam, 1580

[27] G. Barozzi da Vignola, *Le due regole della prospettiva pratica con i commentari di R. P. Egnazio Danti*, Roma 1583

[28] G. B. Benedetti, *Io. Baptistae Benedicti patritii veneti philosophi diversarum speculationum mathematicarum et phisicarum liber*, Taurini, apud Haereden Nicolaei Bevilaquae, 1585

[29] Guidobaldo dal Monte, *Guidiubaldi e Marchionibus Montis in duos Archimedis Aequiponderantium libros paraphrasis scholiis illustrata*, Pisauri, Apud Hieronymum Concordiam, 1588

[30] Guidobaldo dal Monte, *Guidiubaldi e Marchionibus Montis Perspectivae libri sex*, Pisauri, Apud Hieronymum Concordiam, 1600

[31] A. Dürer, *Albertus Durerus Institutionum geometricarum libri quatuor, in quibus lineas, superficies et solida corpa tractavit*, Arnhemiae in Ducatu Geldriae, ex Officina Iohannis Iansonii, Bibliopolae, anno 1605

[32] Guidobaldo dal Monte, *Guidiubaldi e Marchionibus Montis Problematum astronomicorum libri septem*, Venetiis, Apud Bernardinum Iuntam, Io. Baptistam Ciottum et Socios, 1609

[33] Guidobaldo dal Monte, *Le mechaniche dell'Illustriss. Sig. Guido Ubaldo de' Marchesi del Monte. Tradotte in voilgare dal Signor Filippo Pigafetta*, in Venetia, appresso Evangelista Deuchino, 1615

[34] Guidobaldo dal Monte, *Guidiubaldi e Marchionibus Montis De Coclea libri quatuor*, Venetiis, Apud Evangelistam Deuchinum, 1615

[35] F. Lampertico, *Di Giulio Thiene uomo d'arme e di scienza del secolo XVI*, in "Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti", serie VII, tomo II, 1890–1891, p. 923—982

[36] R. Caverni, *Storia del metodo sperimentale in Italia*, voll.5, Firenze, G. Civelli, 1891–1898

[37] I. L. Heiberg, H. Menge, *Euclidis Opera omnia*, Lipsiae, in Aedibus B. G. Teubneri, 1895

[38] Antonio Favaro, *Due lettere inedite di Guidobaldo del Monte a Giacomo Contarini*, in "Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti", Anno Accademico 1899-1900, tomo LIX, parte II, p. 302-312

[39] G. Loria, *Le scienze esatte nell'antica Grecia*, Milano, U, Hoepli, 1914

[40] G. Loria, *Storia delle Matematichedall'alba della civiltà al tramonto del secolo XIX*, Milano, U. Hoepli, 1950 (rist. anast. 1982)

[41] G. Arrighi, *Un grande scienziato italiano: Guidobaldo Dal Monte*, "Atti dell'Accademia Lucchese di scienze, lettere e arti", N. S. (II), vol. XII, 1965, p. 183–199

[42] G. Galilei, *Le opere di Galileo Galilei*, Nuova ristampa dell'Edizione Nazionale, G. Barbera, Firenze 1968

[43] M. Clagett, *The Sciences of Mechanics in the Middle Ages*, University of Wisconsin Press e Oxford University Press, Madison–London, 1959. (Traduzione italiana *La scienza della meccanica nel Medioevo*, Milano, Feltrinelli, 1972)

[44] M. Clagett, *Archimedis in the Middle Ages*, The American Society, Philadelphia, 1978 (?)

[45] P.L. Rose, *Materials for a Scientific Biography of Guidobaldo Del Monte*, in "Actes du XII Congrès International d'Histoire des Sciences. Paris 1968", Parigi 1968–72, vol. XII, p. 69–72

[46] P.L. Rose, *Renaissance Italian Methods of Drawing the Ellipse and related curves*, in "Physis", anno XII, 1970, p. 371–404.

[47] P.L. Rose, *The Italian Renaissance of Mathematics*, Genève, 1975

[48] C.B. Boyer, *Storia della Matematica*, traduzione di A. Carugo, Milano, Mondadori, 1980

[49] *Christoph Clavius: Corrispondenza*, a cura di Ugo Baldini e Pier Daniele Napolitani, 1982

[50] E. Ulivi, *Le fonti di Bonaventura Cavalieri: la costruzione delle coniche fino allo* Specchio ustorio *(1632)*, in "Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche, 1987, Vol. VII, fasc. 1, p. 117–179.

[51] P. D. Napolitani, *La geometrizzazione della realtà fisica: il peso specifico in Ghetaldi e in Galileo*, in "Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche", 1988, Vol. VIII, fasc.2, p. 139–237

[52] P. Trento, *Astrolabio*, Biblioteca del Vascello S.R.L, Roma 1989

[53] G. Galilei, *Discorsi e dimosterazioni matematiche intorno a due nuove scienze attinenti alla meccanica ed i movimenti locali* a cura di E. Giusti, Giulio Einaudi editore, Torino 1990

[54] Domenico Bertoloni Meli, *Guidobaldo dal Monte and the Archimedean Revival*, "Nuncius", anno VII, 1992, p. 3–34

[55] R. Sinisgalli, S. Vastola, *L'analemma di Tolomeo*, Edizioni Cadmo, Firenze, 1992

[56] R. Sinisgalli, S. Vastola, *La rappresentazione degli orologi solari di Federico Commandino*, Edizioni Cadmo, Firenze, 1994

[57] R. Sinisgalli, S. Vastola, *La teoria sui Planisferi universali di Guidobaldo del Monte*, Edizioni Cadmo, Firenze, 1994

[58] E. Giusti, *Euclides reformatus. La teoria delle proporzioni nella scuola galileiana*, Bollati Boringhieri, 1993

[59] P. Marchi, *L'invenzione del punto di fuga nell'opera prospettica di Guidobaldo dal Monte.* Tesi di laurea, anno Accademico 1997-98, relatore Prof. Pier Daniele Napolitani

[60] P. Neville, *The Printer's Copy of Commandino Translation of Archimedes, 1558*, "Nuncius" 1 (1986), p. 7–12

[61] E. Gamba, *L'attività scientifica nel Ducato di Urbino durante i secoli XVI e XVII*, in "Studi urbinati di storia, filosofia e letteratura", anno XLIX, N.S. (B) II, 1975, p. 158–170

[62] E. Gamba, V. Montebelli, *Le scienze a Urbino nel tardo Rinascimento*, ed. Quattroventi, Urbino, 1988

[63] G. Micheli, *Guidobaldo del Monte e la meccanica*, in L. Conti (ed.), *La matematizzazione dell'universo*, edizioni Porziuncula, Santa Maria degli Angeli – Assisi, 1992, p. 87–104

[64] L. Passalacqua, *Le "Collezioni" di Pappo: polemiche editoriali e circolazione di manoscritti nella corrispondenza di Francesco Barozzi con il Duca di Urbino*, "Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche", Vol. XIV, 1994, fasc. 1 p. 91–156.

[65] G. Micheli, *Le origini del concetto di macchina*, Leo S. Olschki Editore, Firenze, 1995

[66] B. Baldi, *Le vita de' matematici. Edizione annotata e commentata della parte medievale e rinascimentale* a cura di Elio Nenci. Francoangeli, Milano, 1998

[67] F. Camerota, *Il compasso di Fabrizio Mordente. Per la storia del compasso di proporzione*, Leo S. Olschki, Firenze 2000