Roberta Tassora

Le Meditatiunculae de rebus mathematicis di Guidobaldo del Monte

Tesi di Dottorato

2001

Supervisor: Professor Dr. Pier Daniele Napoletani,
Università di Pisa

A mia madre e mio padre

Vorrei esprimere i miei più sentiti ringraziamenti a quanti mi hanno aiutato per la realizzazione di questo lavoro.
In modo particolare rivolgo un caloroso grazie al Prof. Pier Daniele Napolitani per la sua paziente disponibilità e per i suoi preziosi suggerimenti, fondamentali per la stesura di questa tesi.
Desidero ringraziare, infine, tutta la mia famiglia e Anish per la fiducia e l'incoraggiamento con cui mi hanno sempre sostenuto nel corso di questi anni di dottorato.

Indice

II Il contenuto delle *Meditatiunculae* 73

Elenco delle tabelle

Introduzione

Guidobaldo dal Monte (Pesaro 1545-1607) fu un personaggio di rilievo nella vita scientifica del tardo Cinquecento italiano: formatosi nell'ambiente di Urbino egli raccolse l'eredità del maestro, Federico Commandino (1509-1575), dedicandosi al commento e alla restaurazione di alcune opere classiche, non tralasciando tuttavia di impegnarsi nell'elaborazione di lavori originali. In particolare, Guidobaldo sentì di dover completare l'opera di Commandino, dedicandosi alle scienze meccaniche che il maestro non aveva trattato in maniera sistematica. Nella prefazione al suo *Mechanicorum Liber*[1], l'opera alla quale il nome di Guidobaldo è maggiormente legato, Guidobaldo stesso, dopo aver lungamente elogiato l'opera di Commandino, spiega il suo tentativo di colmare la lacuna presente nell'opera di restaurazione svolta dal grande maestro che si dedicò alla meccanica in maniera del tutto limitata[2]. Tra le opere di Guidobaldo, infatti, particolarmente importanti furono il già citato *Mechanicorum Liber* e la parafrasi ai due libri archimedei sull'equilibrio dei piani[3] dedicati proprio alla meccanica e alla statica archimedea.

Le numerose opere[4] guidobaldiane rivelano una grande ammirazione da

[1] *Guidiubaldi e Marchionibus Montis Mechanicorum Liber*, Pisauri, Apud Hieronymum Concordiam, 1577.

[2] Ille tamen perpetuo in aliarum mathematicarum explicationem versans, mechanicam facultatem, aut penitus praetermisit, aut modice attigit. Quapropter in hoc studium ardentius ego incombere caepi, nec me unquam per omne mathematum genus vagantem ea solicitudo deseruit; ecquid ex unoquoque decerpi, ac deliberari possit; quo ad mechanicam expoliendam, et exornandam accomodatior esse possem. *Mechanicorum Liber*, cfr. [14].

[3] *Guidiubaldi e Marchionibus Montis in duos Archimedis Aequiponderantium libros paraphrasis scholiis illustrata*, Pisauri, Apud Hieronymum Concordiam, 1588.

[4] Riportiamo un elenco delle opere edite di Guidobaldo:

parte dell'autore nei confronti del mondo classico e mostrano l'acquisizione del patrimonio di conoscenze, reso disponibile dall'attività di restaurazione della matematica greca che caratterizzò la prima metà del Cinquecento e che vide come uno dei principali centri di sviluppo proprio il ducato di Urbino. Scorrendo i titoli delle varie opere pubblicate da Guidobaldo non può sfuggire, inoltre, l'estrema varietà degli interessi che occuparono l'autore nel corso della propria vita; i suoi lavori, infatti, raccolgono riflessioni e studi relativi alle più diverse discipline scientifiche: dalla meccanica alla prospettiva, dall'astronomia alla matematica pura.

Un ulteriore aspetto che fa di Guidobaldo una figura di grande interesse è la ricchezza delle relazioni che egli ebbe con personaggi importanti del panorama culturale del suo tempo, citeremo per tutti Cristoforo Clavio, Francesco Barozzi ed il filosofo Jacopo Mazzoni, nonché l'amicizia che lo legò al giovane Galilei che egli incoraggiò nei primi studi nella direzione di una riscoperta dell'opera archimedea.

Nonostante la centralità di Guidobaldo nel dibattito culturale che caratterizzò la rinascita delle matematiche nel Cinquecento, mancano studi che tendano ad una valutazione complessiva della sua produzione scientifica e della sua figura intellettuale. Manca, in particolare, un'edizione completa della corrispondenza[5] che sarebbe, ci sembra, particolarmente interessante

Guidiubaldi e Marchionibus Montis Mechanicorum Liber, Pisauri, Apud Hieronymum Concordiam, 1577;

Guidiubaldi e Marchionibus Montis Planisphaeriorum univarsalium teorica, Pisauri, Apud Hieronymum Concordiam, 1579;

De ecclesiatici calendarii restitutione opusculum, Pisauri, Apud Hieronymum Concordiam, 1580;

Guidiubaldi e Marchionibus Montis in duos Archimedis Aequiponderantium libros paraphrasis scholiis illustrata, Pisauri, Apud Hieronymum Concordiam, 1588;

Guidiubaldi e Marchionibus Montis Perspectivae libri sex, Pisauri, Apud Hieronymum Concordiam, 1600;

Guidiubaldi e Marchionibus Montis Problematum astronomicorum libri septem, Venetiis, Apud Bernardinum Iuntam, Io. Baptistam Ciottum et Socios, 1609 ;

Guidiubaldi e Marchionibus Montis De Cochlea libri quatuor, Venetiis, Apud Evangelistam Deuchinum, 1615.

[5]Parte del carteggio di Guidobaldo è stato pubblicato, ma non esiste una raccolta completa che contenga oltre a quanto sparso in varie pubblicazioni anche l'inedito. Tra le lettere pubblicate ricordiamo due lettere a Contarini pubblicate da Favaro (Antonio Favaro, *Due lettere inedite di Guidobaldo del Monte a Giacomo Contarini*, in "Atti del

per cogliere i rapporti che egli ebbe con gli studiosi suoi contemporanei e per avere informazioni circa il suo modo di accostarsi ai dibattiti scientifici. Della sua vasta opera, inoltre, ci sembra siano stati fino ad ora studiati solo particolari aspetti sottolineando, ad esempio, i possibili rapporti Guidobaldo-Galileo, trascurando però di analizzare la produzione guidobaldiana dall'interno nel tentativo di tracciare un quadro dell'evoluzione del suo pensiero scientifico. Da questo punto di vista, riteniamo possa risultare interessante, oltre lo studio delle opere a stampa, anche un'analisi degli scritti tuttora inediti che potranno fornirci utili informazioni circa il procedere della formazione guidobaldiana.

Tra gli inediti di Guidobaldo[6] riteniamo particolarmente interessanti le *Meditatiunculae de rebus mathematicis*, conservate presso la Bibliothèque Nationale di Parigi con la collocazione *Fonds Latin 10246*[7]. L'ampiezza del trattato e la varietà dei temi affrontati, infatti, permettono di apprezzare la pluralità di interessi che caratterizzò l'attività culturale e scientifica di

Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti", Anno Accademico 1899–1900, tomo LIX, parte II, p. 302-312); il carteggio con Pier Matteo Giordani edito da Arrighi (Gino Arrighi, *Un grande scienziato italiano: Guidobaldo Dal Monte,* "Atti dell'Accademia Lucchese di scienze, lettere e arti", N. S. (II), vol. XII, 1965, p. 183-199); la corrispondenza con Galileo raccolta nell'Edizione Nazionale delle *Opere* di Galileo Galilei (*Le opere di Galileo Galilei,* Nuova ristampa dell'Edizione Nazionale, G. Barbera, Firenze 1968); la corrispondenza con Clavio pubblicata da Baldini e Napolitani (*Christoph Clavius: Corrispondenza,* a cura di Ugo Baldini e Pier Daniele Napolitani, 1982); alcuni scambi epistolari con personaggi dell'ambiente pesarese pubblicati da Bertoloni Meli (Domenico Bertoloni Meli, *Guidobaldo dal Monte and the Archimedean Revival,* "Nuncius", anno VII, 1992, p. 3-34).

[6] Tra gli scritti di Guidobaldo pervenutici in forma manoscritta, due sono stati recentemente pubblicati in E. Giusti, *Euclides reformatus. La teoria delle proporzioni nella scuola galileiana,* Bollati Boringhieri, 1993. Si tratta di due trattatelli sulla teoria delle proporzioni: *In quintum Euclidis Elementorum librum Commentarius* (Biblioteca Oliveriana di Pesaro, Mss. 630) e *De proportione composita* (Biblioteca Oliveriana di Pesaro, Mss. 631).

[7] Alcune pagine di tale manoscritto sono state pubblicate da diversi autori: G. Libri nella sua *Histoire des Sciences Mathematiques en Italie* ha pubblicato le pagine 1–12 e 230–236. Cfr. [25], tomo IV, p. 369–398. Gamba e Montebelli hanno invece pubblicato le pagine 54 e 235 nel loro *Le scienze ad Urbino nel tardo Rinascimento*; cfr. [62], p. 182–184. Le pagine di Prospettiva sono state studiate da P. Marchi *L'invenzione del punto di fuga nell'opera prospettica di Guidobaldo dal Monte,* tesi di laurea, anno Accademico 1997-98, relatore Prof. Pier Daniele Napolitani.

Guidobaldo e, al tempo stesso, mettono in evidenza la profondità delle conoscenze scientifiche che l'autore mostra di possedere.

Ci proponiamo di pubblicare e studiare le *Meditatiunculae* cercando di mettere in relazione quanto in esse contenuto con il resto della produzione di Guidobaldo e di precisare i rapporti che gli appunti e le osservazioni raccolti nel manoscritto hanno con la produzione a stampa, ovvero con la sistemazione definitiva che dei suoi studi Guidobaldo volle dare. Ricerche in questo senso sono già state svolte limitatamente alla parti delle *Meditatiunculae* relative alla prospettiva. Il lavoro di Paola Marchi[8] offre uno spunto di ricerca interessante: le pagine di prospettiva presenti nelle *Meditatiunculae*, infatti, le hanno permesso di formulare un'ipotesi circa il percorso che portò Guidobaldo alla scoperta del concetto di punto di fuga e della teoria delle rette parallele, esposti nella trattazione a stampa del 1600, a partire dall'elaborazione e dalla reinterpretazione in chiave matematica di una primitiva teoria, legata ad ambienti prevalentemente "pratici".

Un'analisi delle *Meditatiunculae* del tipo sopra suggerito, estesa all'intero manoscritto, è resa estremamente difficile dall'assenza di un'esplicita coerenza tra le varie parti della trattazione e dalla necessità di dover approfondire tematiche appartenenti a diversi ambiti del sapere scientifico del '500: dall'astronomia alla meccanica alla geometria. D'altra parte, lo studio di questo manoscritto presuppone la distinzione di diversi punti di vista: se è senz'altro importante analizzare e studiare il contenuto, riteniamo non sia secondario cercare di capire come questa raccolta di scritti si sia formata nel tempo ed avanzare un'ipotesi plausibile di datazione. Le *Meditatiunculae* non contengono alcuna indicazione circa la data o, forse meglio, le date di stesura cosicché solo lo studio degli argomenti trattati, l'analisi dei riferimenti ad altri testi possono aiutarci a collocare temporalmente questo lavoro. Per questo motivo il nostro lavoro si è rivolto, prima che ad un'analisi del contenuto, ad uno studio preliminare volto a stabilire un probabile periodo di stesura e ad individuare un'ipotesi valida circa la genesi del manoscritto. È questo l'oggetto della prima delle quattro parti in cui la tesi risulta suddivisa, nella quale ci soffermeremo sulla descrizione materiale del manoscritto e sulla descrizione e dimostrazione della nostra ipotesi circa la

[8]P. Marchi, *L'invenzione del punto di fuga nell'opera prospettica di Guidobaldo dal Monte*. Cfr. [59]

stesura delle *Meditatiunculae*. È in questa prima parte, inoltre, che in base allo studio delle citazioni presenti nel testo e all'analisi della corrispondenza guidobaldiana cercheremo di individuare un arco temporale per la probabile stesura delle *Meditatiunculae*. Nel secondo capitolo analizzeremo nel dettaglio il rapporto tra due carte del manoscritto contenenti due diverse versioni di uno stesso problema: cercheremo di individuare l'ordine cronologico in cui esse sono state scritte e di chiarire il rapporto di queste pagine con alcune pagine manoscritte, di mano di Guidobaldo, conservate presso la *University of California Library* di Los Angeles.

La seconda parte della tesi è volta invece alla presentazione del contenuto delle *Meditatiunculae*: la scansione in capitoli segue la varietà dei temi e delle discipline che Guidobaldo affronta nelle sue riflessioni. Proponendo il contenuto ci soffermeremo a commentare alcune parti a nostro avviso particolarmente interessanti, pur cercando di presentare una visione quanto più possibile esauriente dei temi affrontati[9]. Vorremmo far osservare che l'estrema frammentarietà della trattazione rende difficile una esposizione lineare del contenuto. L'ultimo capitolo di questa parte sarà dedicato ad una analisi di alcune pagine delle *Meditatiunculae* molto vicine a riflessioni presenti in alcune opere galileiane. I rapporti tra Galileo e Guidobaldo sono noti, ma queste pagine, tutte situate peraltro nella parte finale del manoscritto, suggeriscono l'idea di un confronto scientifico tra i due in cui Guidobaldo, inizialmente "maestro" e protettore, cui il giovane Galilei si rivolge chiedendo un parere sui suoi lavori sui centri di gravità, appare in qualche modo quale discepolo affascinato dalle teorie galileiane. Alcune di queste pagine sono note, altre sono fino ad ora sfuggite, ci sembra, all'attenzione degli studiosi: ci proponiamo di individuare con maggiore attenzione queste pagine e di mostrare la vicinanza con alcuni passi galileiani.

La terza parte della tesi contiene le appendici: gli indici dei temi trattati nel manoscritto organizzati secondo l'ordine delle carte e per argomento; le trascrizioni di alcune pagine interessanti del codice di Los Angeles ed alcune tavole di confronto.

La quarta parte contiene, infine, il testo delle *Meditatiunculae* con un

[9] Il commento del contenuto delle *Meditatiunculae* proposto nella seconda parte si riferisce nello specifico alle argomentazioni prodotte da Guidobaldo e presuppone noto il contesto storico-scientifico in cui esse si collocano.

doppio apparato: il primo a pie' pagina volto a fornire informazioni sulla disposizione del testo nel manoscritto, nonché gli interventi successivi dell'autore sul proprio elaborato; il secondo, a conclusione del capitolo, dedicato a fornire gli strumenti per la piena comprensione del testo, proponendo in particolare l'enunciato dei teoremi citati da Guidobaldo nel corso della trattazione. I testi riportati saranno quelli delle edizioni che, verosimilmente, Guidobaldo consultò per il suo lavoro.

Parte I

Il manoscritto *Fonds Latin 10246*

Capitolo 1

Le *Meditatiunculae de rebus mathematicis* di Guidobaldo dal Monte

1.1 Descrizione del manoscritto *Fonds Latin 10246*

Il *Fonds Latin 10246* è un manoscritto cartaceo, autografo di Guidobaldo, non datato e costituito di 245 pagine[1] — i numeri sono leggibili solo a partire da pagina 2 — più alcuni foglietti di varie dimensioni inseriti senza numerazione. La pagina recante il titolo ed il nome dell'autore non presenta alcuna numerazione e risulta incollata sulla prima pagina del testo. Le pagine 238-242 sono bianche.

La numerazione è di mano di Guidobaldo e, come dimostreremo ampiamente nel seguito, è stata inserita dall'autore al momento stesso della stesura del manoscritto come mostrano i numerosi rinvii alle pagine del trattato interni al testo. Da ciò risulta chiaramente che, nonostante la pluralità di argomenti e l'estrema frammentarietà della trattazione, le *Meditatiunculae* furono intese dall'autore come un *unicum* e non vadano, quindi, interpretate come una raccolta di appunti sparsi, riuniti solo in un secondo momento.

[1] I fogli, le cui dimensioni medie sono di circa 20 cm di larghezza per 28 cm di altezza, sono numerati al retto e al verso.

A conferma di questa ipotesi si aggiunge quanto è emerso dall'analisi diretta del manoscritto: dall'osservazione delle filigrane è emerso che il corpo principale del manoscritto, fatta eccezione quindi per i foglietti aggiunti, è costituito da un unico tipo di carta[2].

Mancano le pagine 66 e 67, poiché il foglio relativo è stato tagliato, e le pagine 43 e 44 che risultano incollate tra loro cosicché la numerazione subisce un salto da pagina 42 a pagina 45. Non così accade nel caso della pagina 59, contenuta in un foglio incollato sul retro di pagina 58, costituito tra l'altro da un tipo di carta diverso da quello che caratterizza il corpo principale del manoscritto. In questo caso non compare alcun salto di numerazione né alcuna correzione sul numero 59. Osservando le pagine incollate possiamo notare, inoltre, che le pagine non più leggibili contengono comunque una parte di testo. In alcuni casi l'intervento di Guidobaldo si limitò ad eliminare alcune parti, come nel caso delle pagine 43 e 44, in altri casi egli sostituì una prima versione con una seconda, scritta su un foglio diverso incollato a sostituire la prima e rinumerato con il numero corretto.

Le osservazioni circa la numerazione delle pagine incollate sembrano confermare l'ipotesi già accennata, che ci proponiamo di dimostrare nel seguito, che la numerazione sia stata apposta da Guidobaldo contestualmente alla stesura del manoscritto.

Nel codice sono inseriti numerosi fogli di vari formati[3], costituiti da carta diversa, talvolta non numerati in maniera conforme alle altre pagine, ma caratterizzati da una numerazione apposta a matita ad opera forse di un bibliotecario. Tale numerazione a matita compare, talvolta, anche ad affiancare la numerazione originaria del codice, qualora essa risulti scarsamente leggibile[4]. Una parte dei fogli aggiunti è inserita direttamente nella rilega-

[2]In particolare la filigrana che caratterizza la quasi totalità del manoscritto del tipo "cappello di cardinale" è molto simile alla n. 3385 del catalogo Briquet); la carta *38bis* è simile alla 4385 del Briquet; il gruppo di pagine 1151 - 1157 è costituito da carta molto più sottile rispetto a quella del corpo principale del manoscritto. In particolare le carte 1156 e 1157 hanno la stessa filigrana (simile, ma non identica, alla 4836 del Briquet) e si presentano più corte rispetto alle altre del gruppo. La filigrana che compare nelle carte 1152 e 11573 è simile alla 7318 o 7319 del Briquet.

[3]Un elenco dei foglietti aggiunti è riportato nell'Appendice A.3.

[4]La doppia numerazione è presente nelle pagine 18, 25, 26, 46, 57, 70, 72, 74, 76, 235, 240, 242.

tura attuale del codice; un'altra parte contenente principalmente figure è fissata sulle pagine con colla o con nastro adesivo, frutto probabilmente di un restauro piuttosto recente.

Tra i fogli aggiunti, segnaliamo come caso particolare un gruppo di sette carte di varie dimensioni poste dopo la pagina 115, particolari poiché alcune di esse risultano scritte da una mano probabilmente diversa da quella di Guidobaldo. La grafia è effettivamente diversa da quella che caratterizza le altre parti del manoscritto: lo studio del contenuto, che esporremo in sintesi nel seguito, potrà forse fornirci qualche indizio circa la natura di queste carte aggiunte.

Nel corso del manoscritto appaiono oggi inchiostri di diverse tonalità: alcune parti risultano scritte con un inchiostro chiaro tendente al marrone; altre parti invece sono caratterizzate dall'uso di un inchiostro nero molto scuro. Particolarmente interessante è il fatto che in una stessa pagina si possano notare aggiunte e correzioni effettuate con inchiostri diversi, a testimonianza del fatto che l'autore sia intervenuto a più riprese sulle varie parti apportando modifiche talvolta anche significative.

1.2 Il contenuto

Sfogliando le *Meditatiunculae* emerge con particolare evidenza la natura estremamente composita di questo scritto che raccoglie, come il titolo stesso suggerisce, una serie di riflessioni riguardanti argomenti eterogenei affrontati con stili e fini differenti oltre che con lingue diverse. Su uno stesso argomento Guidobaldo ritorna a più riprese, esprimendosi ora in latino, ora in volgare e rinviando da una pagina all'altra, talvolta inserendo suggerimenti per l'integrazione delle varie parti. Proprio l'estrema alternanza di argomenti, in alcuni casi esauriti in pochissime pagine, rende difficile la comprensione e l'individuazione di un filo conduttore che unisca e dia coerenza interna anche alle varie parti.

Per rendere più chiaro quanto detto propongo nell'appendice A.1 un indice degli argomenti presentati, indicando le pagine del manoscritto in cui essi sono affrontati e la lingua usata nella trattazione.

L'elenco degli argomenti e dei problemi affrontati da Guibobaldo nelle *Meditatiunculae* ci permette di individuare alcuni temi che occupano uno spazio maggiore nella trattazione ed altri che compaiono una sola volta ed occupano uno spazio estremamente limitato, ad esempio la riflessione sull'infinito e l'infinità dei punti in una retta. Gli argomenti cui Guidobaldo dedica più spazio sono la prospettiva (trattata nelle pagine 155-180 e 188-228), i problemi astronomici (pagine 69-109 e 126-128), gli orologi solari ai quali l'autore ritorna in momenti diversi (pagine 1-5; 13-19; 23-26; 129-133; 153-154; 185-187). Seguono le carte geometriche, sulle quali torneremo nel prossimo paragrafo, la maggior parte delle quali dedicate alla risoluzione di problemi attraverso costruzioni per le quali, talvolta, sono imposte opportune condizioni spaziali. Pagine sparse sono dedicate, inoltre, a considerazioni di meccanica (sfera sul piano inclinato, suono di corde diverse, moto del proietto) o a considerazioni relative alla bilancia, la coclea, il timpano e le taglie. Varie pagine raccolgono, poi, analisi dettagliate di errori presenti in opere di altri autori o, più in generale, ad esposizioni discordanti rispetto a quelle proposte in opere altrui (*Contra Orontii Finei libellum*; errore di Commandino nel *De centro gravitatis solidorum*; contro i capitoli 2 e 3 della meccanica di Benedetti; errore di Francesco Barozzi[5])

Alla varietà dei temi corrisponde anche una diversità formale dell'esposizione: talvolta il testo si presenta ordinato, senza cancellature od aggiunte, appare suddiviso in proposizioni ed è corredato da figure precise, eseguite con riga e compasso e curate anche nei particolari. In altri casi, il testo appare, invece, più volte rielaborato così da risultare di difficile lettura a causa delle numerose integrazioni a margine ed in interlinea eseguite con una grafia estremamente minuta. A volte, sia la grafia sia le figure assai approssimative danno l'impressione di pagine scritte in fretta, o di un appunto veloce per un'idea ancora da sviluppare. Per questo motivo è molto difficile chiarire che cosa realmente rappresentassero le *Meditatiunculae* per il loro autore: ci sembra plausibile pensare alla *Meditaiunculae* quali una sorta di quaderno di appunti su cui l'autore lavorava talvolta annotando solo brevi riflessioni, talora elaborando intere teorie.

[5]Per un indice organizzato per argomenti si veda l'Appendice A.2.

1.3 La numerazione delle pagine ed il problema della datazione

Come abbiamo già avuto modo di osservare, le *Meditatiunculae* non contengono alcun esplicito riferimento alla data di stesura. In effetti, all'interno del codice troviamo un'unica data, apposta su di un foglietto che attualmente è incollato a pagina 238, cioè nella prima delle pagine bianche che chiudono il codice. In esso sono riportate alcune osservazioni astronomiche riferite all'agosto del 1587 in particolare in riferimento ai giorni 1, 2 e 17 del mese. La collocazione del foglietto alla fine del manoscritto è tuttavia del tutto inaffidabile: è estremamente probabile, infatti, che esso sia stato aggiunto in questa posizione in un restauro relativamente recente. Questa tesi trova conferma nell'esistenza di una versione microfilmata[6] del manoscritto in cui il foglietto in questione si trova collocato nella pagina 212. Non è stato possibile stabilire un collegamento tra questo foglietto ed una delle pagine del codice dal momento che non si trovano altre osservazioni di questo tipo. Per questo motivo è pressoché impossibile, allo stato attuale, stabilire l'esatta posizione del foglietto all'interno delle *Meditatiunculae*. Dobbiamo osservare, inoltre, che non è da escludere che tale foglietto possa essere stato inserito all'interno del codice delle *Meditatiunculae* senza che originariamente ne facesse parte. Quanto detto, lungi dal voler suggerire una risposta a tali interrogativi, vuole sottolineare la scarsa utilità di quest'unico riferimento temporale al fine di datare le *Meditatiunculae*.

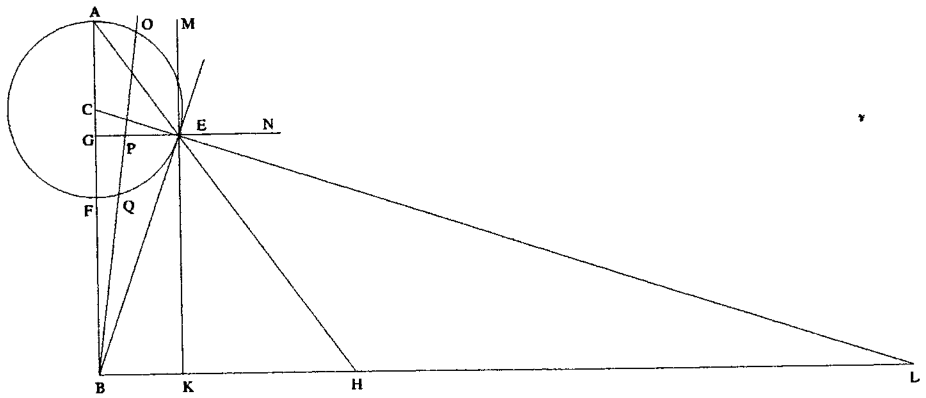
Il problema della datazione si presenta estremamente complesso a causa della varietà dei temi e degli stili presenti nel manoscritto che inducono a pensare che le varie parti possano essere state redatte in periodi anche molto lontani nel tempo. Da questo punto di vista ci sembra particolarmente importante il fatto che lo studio del contenuto ci ha permesso di dimostrare, senza dubbi ragionevoli, che la numerazione delle pagine fu apposta da Guidobaldo contemporaneamente alla stesura degli scritti. Questo elemento ci permette di affermare che l'ordine in cui si presentano gli argomenti coincide, con buona approssimazione, con l'ordine cronologico in cui le varie parti

[6] Ci riferiamo alla versione microfilmata in possesso del Dipartimento di matematica dell'Università di Pisa, acquistata nel 1988.

furono redatte. Indizi in questo senso sono forniti dai numerosi rinvii interni che citano in modo esplicito le pagine del manoscritto cui si vuole fare riferimento. Non credo sia utile elencare qui tutti i rinvii presenti nel testo (che riporto per completezza nella tabella dell'appendice A.4), tuttavia ritengo interessante illustrare alcuni esempi che mi sembrano particolarmente significativi e probanti e che, al tempo stesso, possono fornirci un saggio delle problematiche che Guidobaldo affronta nelle pagine di geometria. Propongo quindi tre diverse situazioni in cui è evidente la contemporaneità tra stesura e numerazione che vogliamo provare, con l'intento di trarre alla fine alcune conclusioni generali.

1.3.1 "Il problema della tangente" (pagine 34, 62, 63)

A pagina 34 delle *Meditatiunculae* Guidobaldo dimostra la seguente proprietà della tangente ad una circonferenza:



data la circonferenza AEF di centro C e di diametro AF, sia BE tangente alla circonferenza nel punto E. Sia EG perpendicolare ad AB.
Si avrà allora che:

$$AB : BF = AG : GF$$

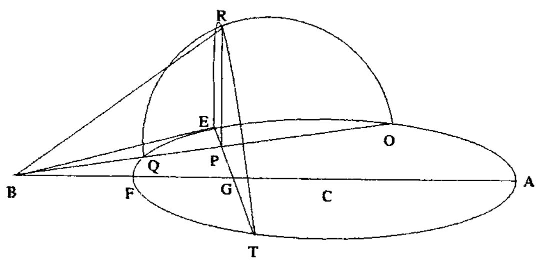
Questa proprietà della tangente alla circonferenza è dimostrata nella proposizione 36 del primo libro delle *Coniche* di Apollonio il cui enunciato, più generale, si riferisce con le opportune modifiche anche all'ellisse e all'iperbole. La dimostrazione di Apollonio, come sottolinea lo stesso Guidobaldo, procede però per assurdo, mentre il nostro autore presenta una prova diretta utilizzando semplicemente la similitudine dei triangoli AGE e ABH e il teorema 36 del III libro degli *Elementi* di Euclide. È chiaro che questa dimostrazione si adatta al caso della circonferenza di cui sfrutta peculiari proprietà, ma non funziona altrettanto bene nel caso dell'ellisse. Al termine della dimostrazione troviamo una generalizzazione di tale proprietà:

> se si prende una qualsiasi retta BO che intersechi la circonferenza in O ed EG in P si avrà:

$$\mathrm{OB} : \mathrm{BQ} = \mathrm{OP} : \mathrm{PQ}$$

Per la dimostrazione di questa seconda parte Guidobaldo rimanda a pagina 62: "*Quod infra demonstravimus 62.*"

Naturalmente il rinvio a pagina 62 è un'aggiunta successiva alla stesura, tuttavia il riferimento che da pagina 62 invita a tornare a pagina 34 non è a margine o in interlinea, ma all'interno del testo principale. Pagina 62, infatti, si apre con la frase "*Eadem construantur ut in 34*". Il riferimento, quindi, non può essere stato aggiunto in un secondo tempo, perché le costruzioni ed il risultato esposti nel corso della dimostrazione contenuta a pagina 34 sono l'indispensabile premessa della dimostrazione generale che segue.



Guidobaldo, infatti, dimostra la generalizzazione del teorema trasferendo il problema da una situazione piana ad una stereometrica cosicché la circonferenza AEF diventa il cerchio massimo della sfera di diametro FA e la retta QO il diametro del cerchio individuato nella sfera dal piano per QO perpendicolare al cerchio AFM.

Applicando alla circonferenza QRO quanto già dimostrato a pagina 34 si giunge alla conclusione voluta. Questo metodo dimostrativo può essere applicato anche al caso dell'ellisse (pag. 63) con l'avvertenza di parlare di ellissoide piuttosto che di sfera e di citare la proposizione 36 del III libro delle *Coniche* invece della proposizione di pagina 34, dal momento che la dimostrazione di Guidobaldo vale solo nel caso particolare della circonferenza e non è stata ampliata anche all'ellisse.

1.3.2 "L'errore di Orontius Fineus" (pagine 45, 46, 112)

Le pagine 45 e 46 sono dedicate a mostrare l'erroneità di una proposizione utilizzata da Orontius Fineus nel suo *De multangularum omnium et regularium figurarum descriptione*[7]. Si tratta di un trattatello in cui Fineus si propone di esporre un metodo semplice per costruire un poligono regolare in un cerchio o a partire da un segmento dato[8].

La proposizione considerata, di cui Guidobaldo cita testualmente l'enunciato di Fineus[9], può essere così riassunta:

> se due triangoli hanno due coppie di lati rispettivamente uguali allora i terzi lati stanno tra loro come gli angoli compresi tra i lati uguali.

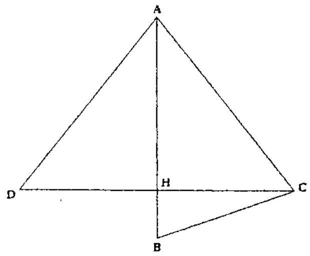
Guidobaldo costruisce due semplici controesempi, peraltro del tutto simili tra loro, che evidenziano in modo chiaro la falsità del teorema in questione.

Il primo controesempio è il seguente:

[7] Il trattato, il cui titolo completo è *Orontii Finei Delphinatis Regii Mathematicarum Lutatiae professoris, De absoluta rectilinearum monium et multangularum figurarum (quae regulares adpellatur) descriptione, tam intra quam extra datum circulum, ac super quavis oblata linea recta libellus hactenus desideratus*, occupa le pagine 41–71 di un volume contenente anche altre opere di Fineus. Cfr. [2].

[8] Dice testualmente Fineus: " Nam certam et universalem viam demum excogitavi, et conscripsi: qua multangula quaevis rectilinea atque regularis figura primum in circulo, deinde super quavis data linea, describi vel facile possit. Quod neminem hactenus tentasse, nedum absolvisse, nusquam legit vel audivi." Cfr. [2], p. 42.

[9] Cfr. [2], p. 45r.



sia ABC un triangolo isoscele sulla base BC. Si tracci CH perpendicolare ad AB e si prolunghi fino al punto D in modo tale che CH e DH risultino uguali. Otteniamo così un nuovo triangolo ADC isoscele sulla base DC ed avente i lati obliqui uguali a quelli del triangolo di partenza (AD = AB = BC). Si ha inoltre che l'angolo DAC è uguale a due volte l'angolo BAC. Secondo la proposizione sopra enunciata si dovrebbe avere allora che DC = 2BC. Questo è palesemente falso dal momento che il triangolo BHC è rettangolo in H e quindi BC è maggiore di HC.

La seconda prova non aggiunge di fatto nulla alla dimostrazione che del resto è già conclusa: ciò che interessa è dimostrare la falsità di un teorema e quindi un controesempio è sufficiente allo scopo.

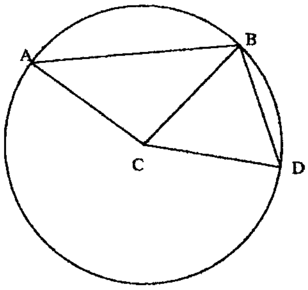
Al termine della trattazione dei due controesempi troviamo, però, aggiunta con carattere più piccolo rispetto a quello usato nel testo, la frase seguente: " *Universalium autem hoc demonstravimus pagina 112"*. La pagina citata, in cui si rimanda alle pagine 45 e 46 quale presupposto per comprendere i termini del problema, è occupata, infatti, nella seconda metà, dalla dimostrazione del fatto che non solo la proposizione è falsa, ma che, addirittura, è vero il contrario, almeno nel caso di triangoli isosceli.

Guidobaldo, infatti, non si limita a mostrare attraverso una particolare costruzione che la proposizione di Orontius Fineus non sempre è verificata, ma enuncia in modo esplicito il seguente teorema:

> siano dati i triangoli isosceli ABC e BCD i cui lati CA, CB, CD siano uguali. Si avrà allora che l'angolo ACB non ha con l'angolo BCD lo stesso rapporto che ha la base AB con la base BD.

Si nota immediatamente che neppure questo enunciato è "perfettamente vero" perché non tiene conto della possibilità, non esclusa dalle ipotesi, che i due triangoli ABC e BCD abbiano anche gli angoli al vertice uguali. Si avrebbero in questo caso due triangoli uguali e quindi il rapporto tra gli angoli al vertice sarebbe uguale al rapporto delle basi e la tesi risulterebbe falsa. Questo caso, in qualche modo "degenere", è di fatto escluso da Guidobaldo che assume implicitamente l'ipotesi che i due angoli debbano essere diversi.

La dimostrazione si sviluppa considerando i triangoli all'interno della circonferenza di centro C e raggio CA.



Si ha allora[10] che:

$$(AB)^{11}:(BD) > AB:CD$$

D'altra parte

$$(AB):(BD)=\angle ACB^{12}:\angle BCD$$

e quindi

$$\angle ACB : \angle BCD > AB : CD$$

1.3.3 Le pagine 138 – 142

L'ultimo esempio che presento riguarda le pagine 138-142 volte alla risoluzione del problema esposto in 139 e 140 e riassumibile nel modo seguente:

[10] Per giustificare questo passaggio Guidobaldo cita la settima proposizione de secondo libro delle *Metrices astronomicae* di Maurice Bressieu e la decima proposizione degli *Sphericis libro de sinubus* di Cristoforo Clavio. L'enunciato di tale proposizione è il seguente: In circulo sumptis duobus arcubus inaequalibus, quorum maiorum chorda maior sit, quam chorda minoris; maior est proportio arcus maioris ad minorem, quam chordae arcus maioris ad chordam minoris arcus. *C. Clavius Theodosii Tripolitae spahericorum libri tres*, cfr. [20], p.175.

[11] Per semplificare l'esposizione rappresentiamo tra parentesi tonde gli archi.

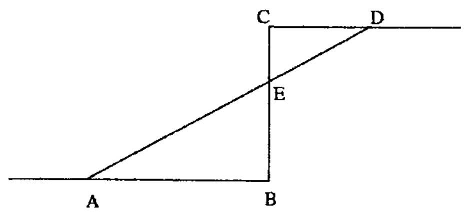
[12] Abbiamo usato la notazione <ACB per indicare gli angoli.

> dato un cono trovare, poste alcune condizioni di esistenza, un tronco di cono ad esso uguale avente la stessa altezza e per base un cerchio dato.

Le proposizioni delle pagine immediatamente precedenti e, come vedremo, successive si presentano come lemmi utili nella risoluzione del problema. In questo caso è possibile verificare come le pagine del manoscritto siano già numerate o almeno ordinate nel momento in cui Guidobaldo scrive.

Concentriamo la nostra attenzione sulla prima proposizione di pagina 138 che chiede dati due segmenti AB, BC di tagliare uno dei due, ad esempio BC nel punto E, in modo tale che il segmento intero e le due parti in cui risulta diviso l'altro segmento stiano in proporzione continua. Si richiede quindi che risulti AB : BE = BE :EC.

La costruzione che Guidobaldo propone lascia alquanto perplessi. Egli infatti si limita ad indicare il seguente procedimento.



Si dispongano i segmenti AB e BC ad angolo retto e dal punto B si conduca CD parallela ad AB. Si tracci, quindi, la retta AED in modo tale che risulti EB = CD. A questo punto, per la similitudine dei triangoli AEB e DEC avremo che

$$AB:CD=BE:EC.$$

Essendo per costruzione BE = CD si avrà:

$$AB:BE=BE:EC.$$

La trattazione segue con un'altra proposizione e quindi con l'esposizione del problema sopra enunciato seguito da un corollario, immediata conseguenza dei risultati ottenuti nel corso della risoluzione.

A questo punto troviamo la frase " *Quod propositum est in 138 aliter geometrice*[13] *invenire nempe*" cui segue la risoluzione effettiva, relativamente laboriosa, del problema proposto a pagina 138 e risolto in poche righe. Al tempo stesso nel lato destro del margine superiore di pagina 138 compare un " *Vide infra in 141*" e nello spazio tra le due proposizioni che occupano questa pagina la seguente precisazione: " *Quod autem problema fieri possit, ut ducta* AED*;* EB *sit ipsi* CD *aequalis, ex iis, quae infra in 141 142 demonstrata sunt; [..]*". Segue, ancora nell'aggiunta, la dimostrazione del fatto che se troviamo un punto E che verifica le proprietà richieste dal problema allora si avrà EB = CD. Non c'è riferimento al fatto che la prima costruzione presentata, indicata come meccanica, si limita in realtà a spostare il problema ad individuare la retta per A che intercetti su BC, dalla parte di B, e sulla parallela ad AB, dalla parte opposta rispetto ad A, due segmenti uguali. In effetti l'individuazione di una tale retta non è così immediata come la prima esposizione di Guidobaldo potrebbe far credere. La costruzione "geometrica" che Guidobaldo propone, l'unica costruzione effettivamente rigorosa, infatti, non segue questa via, cioè individua i due segmenti uguali che assicurano la soluzione del problema, ma affronta direttamente il problema nella sua versione originaria. Non riportiamo qui la risoluzione di tale problema: ci limitiamo ad osservare che il riferimento alla carta 138 è contemporaneo alla stesura delle pagine 141-142. Probabilmente Guidobaldo dopo aver risolto il problema principale si accorge di aver sottovalutato la dimostrazione del lemma che stiamo analizzando e decide di inserire la soluzione geometrica completa che occupa le intere pagine 141 e 142. Segue senza alcun salto di numerazione o inserimento di fogli non numerati la pagina 143.

La sistemazione del testo nelle varie carte ci permette di capire che l'inserimento della dimostrazione rigorosa è avvenuto immediatamente dopo il completamento della risoluzione del problema principale.

1.3.4 Alcune considerazioni

Le osservazioni raccolte nei paragrafi precedenti ci permettono di tracciare una prima ipotesi circa il significato delle *Meditatiunculae* che certamente

[13] *geometrice* è aggiunto in interlinea.

non vanno intese come una raccolta di appunti inizialmente sparsi, ma come un testo che, per quanto miscellaneo, ha una propria coerenza interna. Gli interventi successivi dell'autore, gli approfondimenti e le correzioni mostrano come nelle *Meditatiunculae* Guidobaldo raccogliesse materiale di lavoro sul quale talvolta tornava nel tentativo di chiarire o generalizzare quanto già trattato. Tutti gli esempi che ho riportato mostrano, infatti, un miglioramento od un ampliamento della trattazione dei temi ripresi. L'ordine in cui gli argomenti si presentano, quindi, non solo rispecchia l'ordine cronologico della stesura, ma mostra anche l'evoluzione e l'approfondirsi della riflessione di Guidobaldo sui singoli problemi.

1.4 Un indice guidobaldiano delle *Meditatiunculae*

Una conferma importante all'ipotesi appena delineata circa la natura unitaria delle *Meditatiunculae* è fornita dall'esistenza di un indice parziale del manoscritto steso dallo stesso Guidobaldo. Tale indice si trova alla carta 86 del manoscritto *ms 170/624* della *University of California Library* di Los Angeles.

Si tratta di un codice contenente oltre la copia della traduzione delle opere di Archimede di Commandino preparata per lo stampatore ed un testo di algebra, probabilmente di un allievo di Viète, anche una ventina di carte di mano di Guidobaldo, o comunque contenenti materiali guidobaldiani[14]. Le pagine che ci interessano sono quasi sempre numerate da 75 a 91: solo in qualche foglio non è possibile rinvenire alcuna numerazione. La lettura risulta spesso difficile, non solo per la grafia affrettata e per le numerose cancellature successive, ma anche per il tipo di carta talvolta estremamente sottile ed assorbente.

La carta 86*r*, autografa di Guidobaldo, contiene un elenco di argomenti trattati nelle *Meditatiunculae* con l'indicazione del numero di pagina in cui essi sono affrontati.

[14]Per una descrizione del manoscritto si veda P. Neville, *The Printer's Copy of Commandino Translation of Archimedes, 1558*, "Nuncius. Annali di Storia della Scienza, 1 (1986), p. 7–12.

Riportiamo in appendice B.1 la trascrizione di tale carta: possiamo notare che la logica con cui i temi indicati sono stati scelti non è affatto chiara. Osserviamo, tuttavia, che non ci sono riferimenti né alle pagine di astronomia, né a quelle sugli orologi solari e di prospettiva. Sono stati tralasciati evidentemente i temi sviluppati in maniera più sistematica o con maggiore ampiezza nelle *Meditatiunculae.*

Un'ipotesi possibile è che Guidobaldo abbia voluto elencare proprio le pagine più miscellanee, non confluite in nessuna trattazione organica. In effetti, come diremo con maggior ampiezza nel seguito, gli appunti sulla prospettiva e sui problemi astronomici si possono ritrovare, rielaborati ed ampliati, nel *Perspectivae libri sex*[15] e nei *Problematum Astronomicorum libri septem*[16]. Per quanto riguarda gli orologi solari, inoltre, sappiamo, da una lettera del figlio Orazio a Galileo, che tra gli scritti inediti lasciati da Guidobaldo compariva anche un trattato sugli orologi solari che oggi sembra perduto[17].

Indipendentemente dalle ragioni che indussero Guidobaldo a stilare questo indice parziale delle *Meditatiunculae*, è per noi importante notare come le pagine indicate corrispondano perfettamente a quelle del manoscritto parigino. Troviamo un'unica eccezione che ci sembra particolarmente interessante e che analizzeremo dettagliatamente nel prossimo capitolo.

Naturalmente l'esistenza di tale indice rappresenta per noi una conferma importante del fatto, già emerso dallo studio del codice delle *Meditatiunculae*, che Guidobaldo stesso organizzò il manoscritto nella sistemazione che ci è pervenuta[18] .

---

[15]Cfr. [30].

[16]Cfr. [32].

[17]Si tratta di una lettera datata 16 giugno 1610, di Orazio Del Monte a Galileo in cui leggiamo "Io mi ritrovo in essere alcune opere di mio padre b. m., che le vorrei dar fuori; ma li stampatori di Venetia mi hanno tradito troppo per le scorrettioni ne' Problemi Astronomici. Se fosse possibile che in Padova io fossi servito di buon correttore, io le darei fuori volentieri, perch'e son consigliato et importunato farlo, et le opere son curiose: La Coclea che inalza l'aqua, divisa in 4 libri; Opuscoli: *In Quintum*; *De motu terrae*; *De horologiis*; *De radiis in aqua refractis In nono (?) opere Scoti (?); De proportione composita*, et la fabrica di alcuni istromenti ritrovati da lui, delle quali tutte cose vi sono le figure intagliate." *Le Opere di Galileo*, cfr. [42], p. 371–372.

[18]Nel codice di Los Angeles troviamo anche un secondo indice delle *Medtatiunculae*. In questo caso, tuttavia, la grafia non è quella di Guidobaldo cosicché il documento ha

1.5 Il problema della datazione: le citazioni e la corrispondenza di Guidobaldo

La mancanza di alcun tipo di riferimento all'interno delle *Meditatiunculae*, ci ha indotto alla individuazione di un arco temporale probabile per la stesura delle *Meditatiunculae* attraverso l'analisi delle citazioni di opere a stampa all'interno del manoscritto e lo studio della corrispondenza di Guidobaldo — ci siamo limitati alla corrispondenza edita — evidenziando i possibili riferimenti ad argomenti accennati o trattati nelle *Meditatiunculae.*

Gli elementi emersi da questo studio tendono a datare il manoscritto in un periodo compreso tra il 1587 e il 1592. Naturalmente, ci rendiamo conto del fatto che i risultati emergenti da questo tipo di analisi sono talvolta solo indicativi e, purtroppo, non del tutto conclusivi.

Nell'esporre gli elementi emersi ci soffermeremo, talvolta, ad illustrare e commentare le pagine del manoscritto cui faremo riferimento, in modo da fornire un saggio delle tematiche affrontate da Guidobaldo nel manoscritto e dei diversi stili espositivi impiegati.

1.5.1 Le citazioni

Analizzando i riferimenti ad opere a stampa presenti nelle *Meditatiunculae*, abbiamo individuato un'unica citazione utile al fine di delimitare il periodo di possibile stesura del manoscritto. Le pagine 149-151 delle *Meditatiunculae* contengono una critica ad una proposizione dell'*Admirandum illud geometricum problema tredecim modis demonstratum*[19] del matematico Francesco Barozzi (Candia 1537- Venezia 1604).

Si tratta di un trattato relativo a curve dotate di asintoti[20], organizzato

per noi un interesse relativo. Riportiamo nell'appendice B.2 la trascrizione della carta contenente questo secondo indice.

[19] *Admirandum illud geometricum problema tredecim modis demonstratum Francisco Barocio Iacobi Filio Patritio Veneto Autore*, Venetiis, apud Gratiosum Perchacinum, sumptibus Io. Baptistae Fantini Patavini,1586.

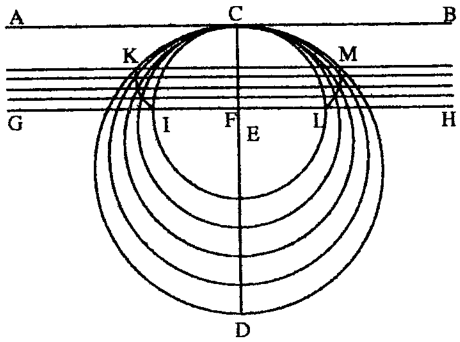
[20] Nella prefazione del suo testo Barozzi enuncia il "meraviglioso" problema che egli intende risolvere nel modo seguente: ***Ex omnibus autem admirandis in Geometria propositionibus una est caeteras admiratione, stuporeque superans, quippe quae demontrat duas in eodem plano posse describi lineas, quae nunquam adinvicem coincidant, etiam si***

in undici esempi con dimostrazione più alcune appendici contenenti un'analisi di errori di altri autori che si erano occupati della stessa materia, quali Verner, Cardano, Fineus e Peletier.

Il capitolo delle *Meditatiunculae* scritto a commento di tale *libellus* porta il titolo *Error Francisci Barocii* ed è seguito dal seguente sottotitolo:

> Decima demonstratio libri Francisci Barocii de lineis assymptotis omnino falsa est.

La decima *demonstratio* che Barozzi propone riguarda un fascio di corde, ciascuna relativa a uno di un insieme di cerchi di raggio diverso, tangenti ad una retta in uno stesso punto, e parallele a quella retta[21].



Guidobaldo si riferisce direttamente alla figura che compare nell'opera citata, che abbiamo riportato in figura:

> Nam cum inquit (in eius figura) lineam IK rectam esse non posse, decipitur.

Il fatto che l'opera di Barozzi sia stata pubblicata nel 1586 ci permette di datare le pagine delle Meditatiunculae ad essa relative in un periodo successivo tale anno. Da notare che in un passaggio Guidobaldo cita esplicitamente il numero della pagina dell'opera di Barozzi cui si sta riferendo — *pagina 101 eiudem libri* — cosicché non possiamo neppure avanzare l'ipotesi che Guidobaldo potesse aver visto una versione manoscritta ed eventualmente riferirsi ad essa.

---

in infinitum protrahantur: et quanto longius producuntur, tanto sibiinvicem propriores evadant. Admirandum illud geometricum problema, cfr. [19], p. 6.

[21] *Admirandum illud geometricum problema*, cfr [19], p. 164-166.

Molto interessante al fine di datare queste pagine delle *Meditatiunculae* è, inoltre, una lettera di Cristoforo Clavio a Francesco Barozzi, scritta il 29 novembre 1586, in cui il padre gesuita chiede chiarimenti circa lo stesso passaggio della decima dimostrazione che Guidobaldo contesta nelle *Meditatiunculae*.

> Di piu con incredibil desiderio aspetto il Pappo del Commandino, che segondo (sic) l'altro di mi scrisse il sig.nor Guidobaldo dei Marchesi del Monte, V.S. ha pigliato la cura di stamparlo, che sarà opera gratissima à molti. Et però vorrei sapere se presto uscirà in luce. Alcuni giorni sono, rilessi il libro di V.S. de admirando illo problemate, et inciampai in alcuni luoghi, li quali vorrei che V.S. mi favorisca d'esplicarli, perche facil cosa sarà, ch'io arrivi al vero senso di V.S. [...] L'altro luogo è nella demonstratione 10.a dove mi pare che V. S. non dimostri sufficientemente, che le linee IK, et LM, non possino essere rette, o circolari [...][22]

Il problema sollevato da Clavio coincide con l'obiezione mossa nelle *Meditatiunculae*: non convince la dimostrazione del fatto che la linea IL non possa essere né una retta né una circonferenza. La risposta di Barozzi a Clavio risale all'inverno del 1587[23]: l'autore spiega la propria soluzione distinguendola da quella del Peletier che egli stesso critica in una delle digressioni poste in appendice.

Vorremmo osservare che nel brano riportato Clavio fa riferimento ad una recente corrispondenza con Guidobaldo, in particolare ad una lettera, purtroppo perduta, in cui dovevano trovarsi riferimenti allo stesso Barozzi e all'impresa di stampare le *Collezioni matematiche* di Pappo[24]. Non è da

[22] *Christoph Clavius*, cfr. [49], Vol. 1 lett. 32, p. 83–86.

[23] *Christoph Clavius*, cfr. [49], Vol. 1, lett. 35, p. 91–99 e Vol. 2, nota 1 alla lettera 35, p. 67–68.

[24] La prima edizione delle *Collezioni matematiche* di Pappo venne stampata a Pesaro nel 1588 con il titolo *Pappi Alexandrini Mathematicae Collectiones. A Federico Commandino Urbinate in Latinum conversae, et Commentariis Illustratae*, cfr. [21]. Per notizie circa il coinvolgimento di Francesco Barozzi nella pubblicazione della traduzione di Commandino delle *Mathematicae Collectiones* di Pappo si veda l'articolo di L. Passalacqua, *Le "Collezioni" di Pappo: polemiche editoriali e circolazione di manoscritti nella*

escludere che in questi scambi epistolari Clavio e Guidobaldo avessero discusso dei problemi nascosti nella decima dimostrazione del libro di Barozzi, o che Clavio avesse sottoposto anche a Guidobaldo lo stesso problema.

Riteniamo plausibile pensare che la dimostrazione presentata da Guidobaldo nelle *Meditatiunculae* possa risalire al periodo tra la fine del 1586 e l'inizio del 1587.

La citazione dell'opera di Barozzi è per noi estremamente preziosa perché fornisce un termine *post quem* per la stesura delle *Meditatiunculae* che ha un carattere di certezza e di evidenza maggiore di quello attribuibile agli elementi emersi dall'analisi della corrispondenza, anch'essi peraltro estremamente interessanti.

1.5.2 La corrispondenza

Una prima lettera di Guidobaldo a Galileo, datata 16 gennaio 1588, fa riferimento ad un errore presente nel *De centro gravitatis solidorum* di Federico Commandino[25]; questo argomento viene trattato nelle *Meditatiunculae* nelle pagine 123-125 sotto il titolo:

> Ultima propositio Federici Commandini de centro gravitatis solidorum, ut notavimus in ipso libro, falsa existit; ac ratione restitui poterit. Et haec demonstratio est Cristophori Clavii e Societate Jesu.

Si tratta di pagine scritte con una grafia minuta ed ordinata in cui molto probabilmente Guidobaldo riporta fedelmente la dimostrazione inviatagli da Clavio.

Il brano della lettera citata è il seguente :

> Fra alcune lettere, che molti giorni sono occorsero fra il padre Clavio et me, io le scrissi che l'ultima del Commandino, De

corrispondenza di Francesco Barozzi con il Duca di Urbino, in "Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche", Vol. XIV, 1994, fasc. 1, p. 91–156.

[25] *Federici Commandini Urbinatis Liber de centro gravitatis solidorum*, Bononiae, ex officina Alexandri Benacii, 1565, p. 46-47.

> centro gravitatis solidorum, non era buona per non essere universale; il quale Padre mi mandò poi la sua dimostratione assai diversa da questa di V. S.[26]

La lettera di Clavio contenente la dimostrazione dell'ultima proposizione del *De centro gravitatis solidorum* cui Guidobaldo fa riferimento è purtroppo perduta. Non abbiamo quindi nessuna indicazione temporale precisa. Il 16 gennaio 1588 Guidobaldo parla di una corrispondenza con Clavio risalente a molti giorni prima. Tale indicazione temporale, ben lungi dall'essere puntuale, sembra indicare tuttavia un periodo di qualche mese, non certo di anni. Ci sembra plausibile, quindi, datare le pagine 123-125 ad un periodo successivo al 1587 e, in considerazione degli elementi precedentemente messi in luce circa la numerazione delle pagine delle *Meditatiunculae*, collocare posteriormente al 1587 le pagine seguenti il brano riportante la dimostrazione di Clavio.

Ancora datata 1588, e precisamente 16 settembre, è un'altra lettera di Guidobaldo a Galileo:

> Circa il problema propostoli delli tre circoli, Pappo nel quarto libro, alla decima propositione, mi fece venir voglia di trovarlo, perché Pappo non insegna di trovarlo; e così doppo molto fantasticare lo trovai, et lo mandarò a V.S., se ben io spero di servirmene un giorno in istampa; ma lei è tanto cortese verso di me, che non voglio mancare: ma non posso adesso, perché io l'ho fra certe mie carte, che Dio sa dove sono, per haver assai scombossalato il mio studio, essend'io stato fuori, dove mi bisognarà forse ritornare[27].

Il problema cui Guidobaldo accenna in questo brano è trattato all'interno delle *Meditatiunculae* alle pagine 37, 37bis e 38:

> *Problema a Comandino propositum ad Pappum pertinens*
>
> Tribus datis circulis inaequalibus sese tangentibus circulum describere qui omnes contingat.

[26] *Le opere di Galileo Galilei*, cfr. [42], Vol. XX, p. 26.
[27] *Le opere di Galileo Galilei*, cfr. [42], Vol. XX, p. 37.

Guidobaldo inviò a Galileo la propria soluzione al problema dei tre cerchi[28], come testimonia una seconda lettera di Guidobaldo a Galileo datata 7 ottobre 1588, in cui leggiamo:

> Mand'a V. S. il problema che mi adimandò e mi escusi se sono stato troppo a mandarglielo. Se lo mandarà in Fiandra, di gratia lo accomodi come gli piacerà, perché glielo mando così come io l'ho trovato tra certe mie cartaccie. Haverò caro d'intendere se le sarà piaciuto[29].

Queste lettere forniscono un riferimento temporale che, ancorché in modo approssimativo, ci permette di collocare precedentemente al 1588, sicuramente precedente il 16 settembre, gli studi di Guidobaldo circa i tre cerchi di Apollonio.

Prima di proseguire con l'analisi della corrispondenza vorremo osservare che le pagine circa il problemi dei tre cerchi di Apollonio non solo le sole delle *Meditatiunculae* ad avere un qualche legame con l'opera di Pappo. Questo può essere rilevante al fine della datazione poiché l'opera del matematico alessandrino fu pubblicata solo nel 1588. Dobbiamo ricordare tuttavia, che nelle complesse vicende che portarono alla pubblicazione delle *Collezioni matematiche* di Pappo, nella traduzione latina di Federico Commandino, Guidobaldo ebbe un ruolo di primo piano tanto che alla fine fu egli stesso incaricato di curare l'edizione che vide la luce nel 1588, ben 13 anni dopo la morte del traduttore.

Nell'ambiente matematico-scientifico si era creato un clima di curiosità e di attesa nei confronti di questo testo, unico, tra i principali testi della matematica greca disponibili non ancora tradotto e stampato.

La pubblicazione benché tarda diede inizio ad una serie di ricerche estremamente interessanti: attraverso questo testo si poterono conoscere opere non pervenute, almeno in greco, di cui Pappo riporta riassunti o commenti e per le quali talvolta introduce particolari lemmi. Solo dopo la pubblicazione

[28] La soluzione di Guidobaldo individua il centro del cerchio cercato quale intersezione di due iperboli di cui i centri di due dei cerchi dati sono i fuochi e dei quali sono dati in modo opportuno l'asse e la quarta parte della figura. Approfondiremo nel prossimo capitolo la soluzione del problema proposta da Guidobaldo.

[29] *Le opere di Galileo Galilei*, cfr. [42], Vol. XX, p. 37.

di quest'opera, ad esempio, fiorirono gli studi su curve "speciali", quali la quadratrice, la cui definizione avviene tramite una descrizione "meccanica", attraverso la composizione di due moti uniformi.

Guidobaldo aveva a disposizione la traduzione manoscritta di Commandino e su essa avrebbe potuto lavorare, e verosimilmente lavorò per rendere possibile l'edizione, ancor prima del 1588. Nelle *Meditatiunculae*, in effetti, troviamo tracce dell'interesse che Guidobaldo dimostrò nei confronti dell'opera di Pappo. Anch'egli dovette essere colpito da alcuni problemi proposti da Pappo e talvolta già affrontati da Commandino, dalle proprietà della curva quadratrice o della spirale entrambe utilizzabili per dividere l'angolo secondo un rapporto dato. Così alcune pagine delle *Meditatiunculae*, in cui il riferimento all'opera di Pappo e a Commandino è esplicito, ripropongono risultati e problemi tratti dalle *Collezioni matematiche.* Le pagine a cui mi riferisco si trovano concentrate nella parte iniziale del manoscritto; in particolare, troviamo un primo gruppo da pagina 34 a pagina 38 cui segue una pagina isolata (pagina 53).

Le pagine 35 e 35 *aliter* sono dedicate alla dimostrazione di un teorema utilizzato da Pappo nel corso della dimostrazione del proposizione 62 del VII libro delle *Collezioni* che può essere enunciato nel modo seguente:

> Se in un triangolo ABC si tracciano le altezze AH e BK che si intersecano nel punto M, la retta CM risulterà essere perpendicolare ad AB.

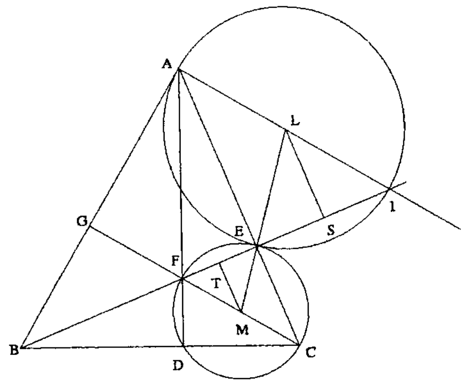
Possiamo riformulare l'enunciato dicendo semplicemente che le tre altezze di un triangolo si intersecano in uno stesso punto. La formulazione data da Commandino e, quindi, da Guidobaldo rispecchia l'uso che di questo teorema fa Pappo nella proposizione già citata delle *Collezioni.*

In questo caso Guidobaldo non fa che riportare la dimostrazione che Commandino aveva inserito nella sua traduzione[30]. In effetti, mettendo a confronto i due testi ho potuto constatare una quasi perfetta corrispondenza: non solo la dimostrazione è formalmente identica, ma anche la struttura sintattica e le modalità espressive spesso coincidono. Solo alcune lettere della figura risultano cambiate.

[30]Cfr. [21], p. 198 v.

La dimostrazione di Commandino che Guidobaldo riporta appare, tuttavia, errata: nel corso della prova si usa infatti in maniera implicita la tesi stessa.

La proposizione è la seguente:



Sia ABC un triangolo acutangolo e siano le rette AD e BE rispettivamente perpendicolari a BC e AC. Sia F il punto di intersezione di AD e BE. Occorre dimostrare che la retta congiungente i punti C ed F è perpendicolare ad AB, cioè è la terza altezza del triangolo ABC.

Possiamo schematizzate la dimostrazione nel modo che segue:

1. Sia AI perpendicolare ad AB. Siano M ed L i punti medi rispettivamente dei segmenti FC ed AI. Il cerchio di centro M e raggio FM passa per E e D ed il cerchio di centro L e raggio LI passa per E (per la proposizione 31 del terzo libro degli *Elementi* di Euclide).

2. La retta congiungente i punti L M passa per E (per la proposizione 12 del terzo libro degli *Elementi*).

3. Sia T il punto medio di EF. I triangoli EMT ELS sono simili e quindi i triangoli FME e ELI sono equiangoli. Ne segue che l'angolo MFE è uguale all'angolo EIL e quindi (per la proposizione 29 del primo libro degli *Elementi*) la retta GMC è parallela alla retta AI. Essendo per costruzione AI perpendicolare ad AB sarà anche GMC perpendicolare ad AB.

La dimostrazione non è corretta perché l'affermazione contenuta al punto 2, cioè il fatto che la retta LM passi per il punto E, è vera solo se i due cerchi sono tangenti e quindi, implicitamente, se la retta AI è parallela a CF. In caso contrario i cerchi non saranno tangenti. Nel momento in cui si assume implicitamente che i cerchi siano tangenti nel punto E si suppone la tesi.

Riportando la dimostrazione di Commandino, Guidobaldo non si accorge del circolo vizioso: non troviamo, infatti, alcun commento al riguardo ma si limita a generalizzare il teorema ai triangoli ottusangoli o rettangoli riconducendosi al caso già esaminato.

La pagina 53 riassume le proposizioni 35 e 35 *aliter* del IV libro delle *Collezioni*. Della prima, tuttavia, Guidobaldo non presenta alcuna dimostrazione limitandosi ad osservare che Pappo nel IV libro delle *Collezioni matematiche* insegna a trovare angoli incommensurabili attraverso la linea quadratrice (*per lineam quadrantem*) purché questi angoli siano minori dell'angolo retto. Per quanto riguarda, invece, la proposizione 35 *aliter*, in cui per lo stesso scopo si utilizza la curva spirale, Guidobaldo presenta l'intera dimostrazione senza apportare alcun cambiamento rispetto a quella di Pappo.

Come abbiamo già avuto modo di accennare, Guidobaldo partecipò alla pubblicazione delle *Collezioni matematiche* di Pappo, cosicché non è possibile dedurre dalle citazioni relative a tale opera una precisa informazione per la datazione. Riteniamo molto probabile, tuttavia, che possa trattarsi di appunti e osservazioni elaborati da Guidobaldo nel periodo in cui lavorò alla preparazione dell'opera per la stampa, in un periodo prossimo al 1588. Sappiamo, infatti, che l'intervento di Guidobaldo nell'impresa della pubblicazione delle *Collezioni matematiche* è databile all'inizio del 1587 dal momento che nel dicembre 1586 tutti i manoscritti di Commandino erano ancora in possesso di Francesco Barozzi, inizialmente incaricato dagli eredi di Commandino di curare la stampa. Il 6 dicembre '86 Barozzi provvedeva ad inviare tutto il materiale al duca di Urbino il quale avrebbe incaricato Guidobaldo di curare egli stesso la stampa.

Una lettera di Guidobaldo a Giulio Veterani, segretario del Duca dei Urbino, datata 12 agosto 1587, testimonia che in quel periodo Guidobaldo era già coinvolto nell'impresa che si trovava in uno stato relativamente avanzato visto che il sesto libro era già in fase di stampa e si stava lavorando alla sistemazione del settimo[31]:

> fra un mese e forsi manco darà finito di stampar il sesto libro di Pappo. E perché [...] si aspettava il settimo libro in greco da Roma per poter accomodare questo latino, desidero di saper se verrà perché non bisognerebbe come sarà finito il sesto libro, far poi trattener la stampa ma se non verrà io farò stampare questo settimo come si ritruova, e lascerò li spatii in alcuni luoghi dove manca qualche cosetta, la qual darà credito, che quelli che leggeranno s'immagineranno che 'l Commandino non gli ponesse l'ultima mano, e quelli che l'hanno fatto stampar, non hanno voluto alterar' pur' una sillaba di quello che ha lasciato scritto il Comandino. Come si dirà nella lettera dedicatoria[...][32]

Il 1587 è quindi il periodo in cui Guidobaldo iniziò ad interessarsi all'opera di Pappo in maniera sistematica al fine della pubblicazione: ci sembra plausibile far risalire a questo periodo le pagine delle *Meditatiunculae* dedicate all'opera di Pappo, che tra l'altro sono concentrate nella prima parte del manoscritto

Dobbiamo osservare, inoltre, che molti argomenti trattati nella prima parte delle *Meditatiunculae* sono citati in lettere datate 1588: può trattarsi di una semplice coincidenza, ma ci sembra probabile che il periodo di stesura di tali appunti sia molto vicino a questa data.

Proseguendo con l'analisi della corrispondenza di Guidobaldo troviamo un'altra lettera datata 1558, esattamente 8 dicembre 1588, di Guidobaldo a Federico Bonaventura:

> Haverei ben caro, che V. S. mandasse fuori questi due suoi libri, che so che mi serviranno a me per citarlo, et lo farò volentieri, massime che ho in capriccio che la terra si muova, et questo in via d'Aristotele. Ma sono cose che (come lei sa meglio di me) bisogna prima pensarci bene, e non le lascerei vedere se

[31]Le notizie che riportiamo circa le vicende che portarono alla pubblicazione delle *Collezioni Matematiche* di Pappo sono tratte dal già ciato articolo di L. Passalacqua, cfr[64].

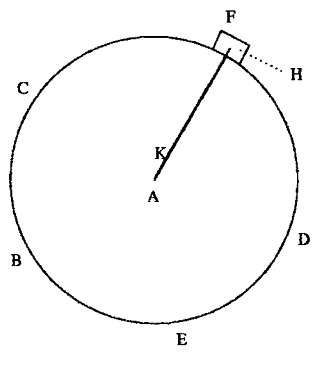
[32]G. Arrighi, *Un grande scienziato italiano*, cfr. [41], p.192.

> prima non havessi il consenso di primi filosofi. Acciò mi faccino accorger del mio errore, se vi è, perché io da me stesso confesso, che non me ne so accorgere. E quanto più ci penso tanto più mi ci confermo. Tra i primi voglio il suo giuditio stimato da me più forsi (per dir così), di quello, che lei si crede[33].

In questo passo Guidobaldo espone con estrema cautela il proprio sospetto che la terra non sia immobile al centro dell'Universo, ma si muova di un movimento che troverebbe spiegazione all'interno della teoria aristotelica. La pagina 54 delle *Meditatiunculae* contiene, esattamente, una dimostrazione del fatto che la terra si muove basata esclusivamente sulla definizione di centro di gravità e sulla affermazione della fisica aristotelica per cui ogni grave tende al centro del mondo.

Analizziamo nel dettaglio il ragionamento che conduce Guidobaldo ad ipotizzare un movimento terrestre.

Sia il punto A il centro del mondo e BCDE rappresenti il globo terracqueo. Essendo BCDE grave ed immobile si dovrà avere che il centro di gravità di BCDE si trova nel centro del mondo. Il punto A sarà dunque anche il centro di gravità di BCDE, cosicché, per definizione di centro di gravità, le parti del globo si faranno equilibrio intorno ad A (*partes undique aequeponderent*).



In questo passo Guidobaldo fa riferimento alla definizione di centro di gravità che, ispirandosi a Pappo e a Commandino, egli presenta nel *Mechanicorum liber* prima e, successivamente, nei *Duos Archimedis aequeponderantium libros paraphrasis.* Se le due definizioni si presentano in maniera del

---

[33]Biblioteca Comunale di Forlì, Ms Autografi Piancastelli 755 (1), lettera pubblicata in Domenico Bertoloni Meli, *Guidobaldo dal Monte and the Archimedean Revival*, "Nuncius", anno VII, 1992, p. 3-34.

tutto analoga, nella parafrasi all'equilibrio dei piani Guidobaldo si sofferma più a lungo sull'argomento: dopo avere osservato che non sempre il centro di gravità divide la figura in due parti uguali[34], dimostra che il centro di gravità di un corpo posto in quiete al centro del mondo coincide con il centro del mondo stesso[35]. A partire da questi presupposti Guidobaldo può facilmente affermare che il centro di gravità della terra coincide con il centro del mondo.

Se in un punto qualsiasi del globo terrestre aggiungiamo un peso F, il cui centro di gravità sia H, il centro di gravità del sistema BCDE-F si troverà sul segmento AH in punto K tale che:

$$HK:AK=BCDE:F$$

Il punto K, essendo un centro di gravità, tende per propria natura a muoversi verso il centro del mondo, quindi K si muove verso A e quindi si muoveranno anche BCDE e F. Da queste considerazioni segue che il globo terracqueo si muove quando si aggiunga sulla superficie terrestre un qualche peso: si muoverà quindi, conclude Guidobaldo, molto spesso per quanto impercettibilmente.

Vorremmo rilevare che se da una parte sembra notevole l'influenza della teoria Archimedea sull'equilibrio, citata da Guidobaldo nel richiamare la legge della leva, tuttavia il ruolo di tale legge nella dimostrazione è minimo se non addirittura nullo. Ciò che è determinante nel ragionamento di Guidobaldo, infatti, non è l'esatta posizione del punto K sul segmento AH, e neppure il fatto che il punto K sia situato su tale segmento, ma la semplice osservazione che il centro di gravità di un corpo cambia se si aggiunge ad esso un altro peso. Se volessimo seguire Archimede, inoltre, non avremmo bisogno di invocare la tendenza del centro di gravità a muoversi verso il centro del mondo, ma sarebbe sufficiente osservare che se ad un sistema in equilibrio intorno ad un punto aggiungiamo un peso, il sistema non sarà più in equilibrio e si muoverà. Guidobaldo sente la necessità di spiegare il

[34]L'espressione "il centro di gravità non divide la figura in sue parti uguali" può risultare oscura; a questo proposito si legga quanto osservato pagina 44.

[35]*Guidiubaldi e Marchionibus Montis in duos Archimedis Aequiponderantium libros paraphrasis*, cfr. [29], pag. 8, 9, 10.

motivo di tale movimento invocando la propensione propria del centro di gravità a muoversi verso il centro del mondo.

Si potrebbe osservare, inoltre, che il ragionamento di Guidobaldo non tiene conto del fatto che la costruzione di torri o di case sulla superficie terrestre non rappresenta un'aggiunta di un nuovo peso su un globo terracqueo in qualche modo immutato, ma eventualmente lo spostamento di un peso all'interno di un sistema in equilibrio. Se da un punto di vista qualitativo il ragionamento mantiene una propria validità, ci sembra che la dimostrazione diventi eccessivamente semplificata nel momento in cui Guidobaldo tenta di esprimere in forma matematica l'esatta posizione del nuovo centro di gravità.

Le osservazioni appena svolte ci permettono di riscontrare anche in questo frammento la tendenza, propria del Guidobaldo della *Parafrasi*, a fondere la teoria aristotelica o pseudo-aristotelica, con la teoria geometrica archimedea. Per quanto detto sopra risulta evidente il fatto che in questa pagina l'impostazione aristotelica sia prevalente e centrale rispetto ad una matematizzazione che risulta puramente formale ed estrinseca. Risultano giustificate quindi le parole dello stesso Guidobaldo che annuncia di avere *in capriccio che la terra si muova, et questo in via d'Aristotele.* La lettera citata potrebbe fornire un utile indizio per datare precedentemente al 1588 la pagina 54 delle *Meditatiunculae.*

Sono più tarde, invece, le lettere in cui possiamo trovare riferimenti a studi relativi alla coclea argomento trattato peraltro in maniera molto limitata nelle *Meditatiunculae.* In particolare abbiamo due lettere di Guidobaldo a Galileo: nella prima del 3 agosto 1589 l'autore parla dei propri lavori sull'argomento come di "poche cosette sopra la cochlea" che è necessario copiare "per esserci molte rimesse".

> Io sono venuto a star in villa a un mio luogo, et mi ha bisognato portar molte cose, et per conseguenza mettere sotto sopra il mio studio; e così mi perdoni se non gli mando queste mie poche cosette sopra la cochlea, che presto glie le mandarò, perché mi bisogna copiarle per esserci molte rimesse, essendo questa la prima bozza[36].

[36] *Le opere di Galileo Galilei*, cfr. [42], Vol. XX, p. 41.

Nella seconda epistola, datata 10 aprile 1590, Guidobaldo promette a Galileo l'invio di altri risultati trovati sulla coclea al momento non ancora sistemati.

> Io ho poi trovato alcun'altre cose sopra la cochlea, le quali non l'ho ancor ben scritte. Come io le haverò in esser, so che mi favorirà di vederle, perché gliele manderò, perché come io havrò il suo giuditio, sarò satisfatto[37].

Appunti sulla coclea si trovano all'interno delle *Meditatiunculae* in due diversi punti del manoscritto: un primo gruppo di tre pagine (57-57bis-58) è scritto in latino ed è caratterizzato dalla presenza di numerose correzioni ed aggiunte che rendono talvolta estremamente difficile la lettura. Si tratta, quindi, di brevi note contenenti interventi ripetuti da parte dell'autore cosicché non è da escludere che si possa trattare delle *poche cosette sopra la coclea* cui Guidobaldo fa riferimento nella sua lettera a Galileo.

La seconda pagina delle *Meditatiunculae* dedicata alla coclea (134) è scritta in volgare e si presenta in forma estremamente ordinata, fatta eccezione per la figura tracciata in maniera del tutto approssimativa. Non si trovano né aggiunte né correzioni, cosicché è plausibile immaginare che si tratti di una sistemazione in bella copia di materiale già elaborato.

Anche in questo caso non è possibile datare con estrema certezza le pagine sulla coclea a partire dalle lettere citate, tuttavia ci sembra probabile l'ipotesi che gli appunti delle *Meditatiunculae* siano precedenti la lettera del 1589, essendo essi talmente ridotti e frammentari da non far pensare che possa trattarsi del materiale che Guidobaldo pensa di sottoporre al giudizio di Galileo[38].

Altre due lettere di Guidobaldo a Galileo sono estremamente interessanti dal punto di vista della datazione, poiché ci permettono di stabilire un termine *ante quem* per la stesura delle parti delle *Meditatiunculae* relative alla teoria prospettica, alla quale si fa riferimento nelle due lettere. Nella prima, datata 10 gennaio 1593, Guidobaldo afferma di stare lavorando alla sua prospettiva, in particolare alla parte iniziale che vorrà poi sottoporre al giudizio di Galileo.

[37] *Le opere di Galileo Galilei*, cfr. [42], Vol. XX, p.43.

[38] Per una descrizione del contenuto delle pagine sulla coclea, in relazione anche all'opera edita sull'argomento si veda il paragrafo C.3.

> La mia Prospettiva mezzo dorme e mezzo vegghia, ché, a dir il vero, io ho tante le occupationi, che non mi lasciano respirare; e per queste cose bisognarebbe esser libero da ogni fastidio: pur la voglio finire, et hora sono atorno per accomodargli il principio, trattando dove si ha da metter l'occhio acciò le cose si possino veder secondo che vogliamo: ma non ho ancora trovato ogni cosa: e prima di ogn'altra cosa ci vorrò poi il suo giudizio[39].

Più esplicite sono le indicazioni che Guidobaldo fornisce nella seconda lettera a Galileo scritta pochi mesi dopo, il 3 settembre 1593 in cui l'opera sulla prospettiva di cui si parla appare essere quasi pronta per la stampa, o comunque tale da richiedere all'autore un intervento di sola rifinitura, oltre che di completamento delle figure.

> Mi saria stato carissimo che V. S. fusse passato di qua, ché, oltre al contento, gl'haverei mostrato volentieri alcune cose della mia Prospettiva, la quale in questo verno spero di finirla, et ho già dissegnato i due terzi delle figure, e vo risecando e levando via più cose che posso, perché in vero mi riesce lunga: e circa il darla fuori, mi sarà necessario d'aspettar che le figure si finischino d'intagliare, che Francesco mio servitore non ci pò troppo attendere, si che non credo possino esser finite di qui a un anno. Io desidero di levarmela dinanzi, che non la posso più vedere; anzi sono in animo di mandar fuora prima la Prospettiva, e poi la Coclea[40].

La teoria prospettica di Guidobaldo doveva quindi essere stata pienamente elaborata, quanto meno dal punto di vista dell'impianto teorico, prima del gennaio '93. Le pagine delle *Meditatiunculae* sulla prospettiva (154-180; 188-228) in cui, come vedremo meglio nel seguito, la teoria prospettica viene delineandosi attraverso una serie di successivi cambiamenti, rielaborazioni ed aggiustamenti, sono così databili in un periodo precedente il gennaio 1593. Da notare che la seconda parte della prospettiva si chiude quasi alla fine del manoscritto; ricordiamo che l'ultima pagina scritta è la 238 cosicché

[39] *Le opere di Galileo Galilei*, cfr. [42], Vol. XX, p. 54.
[40] *Le opere di Galileo Galilei*, cfr. [42], Vol. XX, p. 62

il termine *ante quem* individuato per la prospettiva può essere esteso alla maggior parte del manoscritto.

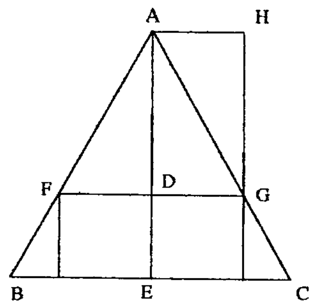
1.5.3 Pagina 116 delle *Meditatiunculae*

La datazione di alcune parti del manoscritto può talvolta derivare dal confronto delle note su un singolo argomento in esso contenute e la sistemazione che di esse possiamo trovare nelle opere edite di Guidobaldo. Questo è il caso della pagina 116 delle *Meditatiunculae* in cui Guidobaldo dimostra una proposizione che, ampliata e con una presentazione maggiormente articolata, troviamo anche nella *Parafrasi* all'*Equilibrio dei piani* di Archimede. Il fatto che si trovino appunti su soggetti trattati anche in testi editi non autorizza a pensare che gli appunti debbano necessariamente precedere l'opera a stampa. In questo caso, tuttavia, l'analisi della pagina manoscritta confrontata con l'opera edita permette di affermare che le osservazioni appuntate nelle *Meditatiunculae* precedano cronologicamente la *Parafrasi*.

Il teorema di pagina 116 delle *Meditatiunculae* è il seguente:

> Figura per centrum gravitatis in duas partes secta non semper in partes dividitur aequales.

Abbiamo ritenuto opportuno riportare solo la forma latina poiché, ci sembra, una traduzione avrebbe dovuto risolvere un'ambiguità implicita nell'enunciato stesso. L'oscurità è essenzialmente contenuta nelle parole *figura per centrum gravitatis in duas partes secta*: come possiamo tradurre questa espressione? Potrà risultare interessante notare che Guidobaldo non chiarisce se ci si riferisca ad una figura piana o solida. In ogni caso, una figura non può essere divisa in due parti da un punto, sia essa solida o piana: sarà necessario pensare ad una retta nel caso di una figura piana, di un piano nel caso di una figura solida. Leggendo *figura per centrum gravitatis in duas partes secta* si dovrà perciò intendere una figura piana tagliata da una retta passante per il centro di gravità, o figura solida tagliata con un piano passante per il centro di gravità. È necessario quindi interpretare. Ci sembra, tuttavia, che questa interpretazione, coinvolgente peraltro anche una distinzione in casi, sia tutt'altro che evidente per un possibile lettore della pagina delle *Meditatiunculae*. Naturalmente leggendo la dimostrazione il significato del teorema diventa più chiaro pur restando in qualche modo non esplicitata l'ambiguità circa il tipo di figura cui ci si sta riferendo. In effetti, il teorema da dimostrare è la negazione di una proposizione universale: sarà sufficiente mostrare un controesempio per ottenere una dimostrazione. Esattamente questa è la via che Guidobaldo segue nelle sue note proponendo un caso particolarmente semplice da studiare, quello del triangolo, in cui la validità del teorema è facilmente deducibile ricorrendo a proposizioni degli *Elementi* di Euclide oltre che a precise conoscenze sulla posizione del centro di gravità nel triangolo[41].



Sia dato il triangolo equilatero ABC avente nel punto D il proprio centro di gravità. Per tale punto si tracci FDG parallela a BC.

Si dimostrerà che le due parti in cui il triangolo è diviso dalla retta FDG non sono tra loro uguali, ma il trapezio FBCG risulta maggiore del triangolo AFG.

Essendo D il centro di gravità del triangolo si ha che $AD = 2DE$.
Ne segue che:

$$par(AG) = 2par(DK).$$

Poiché $par(AG) = tr(AFG)$ e $2par(DK) = par(FK)$ si ha che:

$$tr(AFG) = par(FK).$$

Essendo $par(FK) < trp(BFGC)$ segue la tesi cioè:

$$tr(AFG) < trp(BFGC).$$

[41] Nel riportare la dimostrazione abbiamo utilizzato le seguenti abbreviazioni: *par*(AG) per indicare il parallelogramma di vertici opposti A e G; *tr*(ABC) per indicare il triangolo di vertici A, B e C; *trp*(BFGC) per indicare il trapezio di vertici B, F, G e C.

Possiamo chiederci quale possa essere il significato di un teorema di questo tipo in cui Guidobaldo indaga circa le proprietà geometriche di un punto la cui definizione richiama proprietà legate alla gravità, ad un attributo dei corpi o delle figure, quindi, la cui connessione con le caratteristiche geometriche non è evidente. Se al lettore della singola pagina delle *Meditatiunculae* può sfuggire la motivazione di un'osservazione di questo tipo, risulterebbe invece abbastanza naturale capirne il senso se la pagina analizzata fosse inserita nel giusto contesto. Vorremmo osservare che questo tipo di teorema sarebbe pienamente giustificato in un'opera in cui il centro di gravità fosse definito, caratterizzato e quindi individuato all'interno di particolari figure geometriche. In effetti, lo stesso teorema, in questo caso con un'aggiunta chiarificatrice nell'enunciato si trova collocato alla fine del primo libro della *Paraphrasis* all'*Equilibrio dei piani*, dopo essere stato anticipato nella *praephatio* tra i vari commenti che Guidobaldo pospone alla definizione di centro di gravità.

Ricordiamo, a questo, proposito che il primo libro dell'*Equilibrio dei piani di Archimede*, contenente oltre alla dimostrazione della legge della leva anche la determinazione del centro di gravità di alcune figure piane, quale il parallelogramma, il triangolo ed il trapezio, non contiene alcuna definizione di centro di gravità. L'opera si apre con alcuni postulati sull'equilibrio e sul centro di gravità, senza che né l'uno né l'altro siano stati definiti. La definizione di centro di gravità che viene assimilata ed utilizzata nel corso del Cinquecento da chi si occupò di questa materia è tratta dall'ottavo libro delle *Collectiones mathematicae* di Pappo. Lo stesso Guidobaldo che sia nel *Mechanicorum liber*, sia, più approfonditamente, nella *Paraphrasis* si occupa di equilibrio e di centri di gravità riporta la definizione di Pappo con un commento inserito da Federico Commandino nel suo *De centro gravitatis solidorum*.

Leggiamo all'inizio del *De libra* all'interno del *Mechanicorum liber*:

> Centrum gravitatis uniuscuiusque corporis est punctum quoddam intra positum, a quo si grave appensum mente concipiatur, dum fertur, quiescit; et servat eam quam in principio habebat positionem: neque in ipsa latione circumvertitur[42].

[42] Questa definizione è sostanzialmente identica a quella che compare nella prima edizio-

> Hanc centri gravitatis definitionem Pappus Alexandrinus in ocatvo Mathematicarum collectionum libro tradidit. Federicus vero Commandinus in libro de centro gravitatis solidorum idem centrum describendo ita explicavit.
>
> Centrum gravitatis uniuscuiusque solidae figurae est punctum illud intra positum, circa quod undique partes aequalium momentorum consistunt. Si enim per tale centrum ducatur planum figuram quomodocunque secans semper in partes aequeponderantes ipsam dividet[43].

Nella *Paraphrasis* Guidobaldo ripropone quanto già presente nel *Mechanicorum* presentando, però, le due caratterizzazioni del centro di gravità come due diverse definizioni, la prima attribuita a Pappo, la seconda a Commandino.

Proprio la seconda definizione o descrizione porta Guidobaldo ad aggiungere la seguente osservazione:

> Si vero ut Commandino placuit, A fuerit centrum gravitatis magnitudinis BCD, eademque per punctum A utcunque secundum rectitudinem dividatur, veluti per EAF, tunc pars EBF ipsi ECDF aequeponderabit, quamvis EBF, et ED sint magnitudines inaequales. Saepenumero enim evenire solet, ut in divisione figurae per eius centrum gravitatis ipsa aliquando in partes dividatur

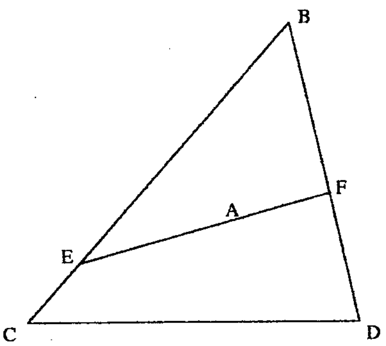
ne delle *Collectiones Mathematicae* di Pappo secondo la traduzione dal greco di Federico Commandino pubblicata nel 1588: *Dicimus autem centrum gravitatis uniuscuiusque corporis esse punctum quoddam intra positum a quo si grave dependens mente concipiatur, dum fertur quiescit, et servat eam, quam in principio habebat, positionem, neque in ipsa latione circumvertitur.* Cfr. [21], p. 306v.

[43] Il centro di gravità di un corpo è un punto posto internamente tale che se immaginiamo il grave appeso per questo punto mentre lo muoviamo rimane in quiete e conserva la stessa posizione che aveva all'inizio senza che in questo movimento ruoti.

Questa definizione di centro di gravità è stata tramandata da Pappo Alessandrino nell'ottavo libro delle *Collezioni Matematiche.* Federico Commandino, poi, nel libro sui centri di gravità dei solidi descrivendo lo stesso punto spiegò in questo modo.

Il centro di gravità di una qualunque figura solida è quel punto posto internamente intorno al quale da ogni direzione si dispongono parti di uguale momento. Se infatti per tale centro conduciamo un piano che tagli la figura in modo qualunque, la taglierà sempre in parti *aequeponderantes*. *Mechanicorum liber*, cfr. [14], p. 1.

aequales, aliquando in partes inaequales: ut suo loco ostendemus (*in fine primi huius*): semper tamen in partes dividitur hinc inde aequeponderantes [44].



Se una figura BCD è divisa da una retta EAF passante per il centro di gravità, le due parti in cui la figura risulta divisa EBF e ECDF si faranno equilibrio (*aequeponderabit*) nonostante le due grandezze EBF e ECDF non siano uguali.

Guidobaldo si sente in dovere di chiarire che cosa si debba intendere per parti che si fanno equilibrio o parti disposte in modo tale da avere un uguale momento intorno al centro di gravità. Non si deve intendere, quindi, un'identità geometrica dal punto di vista dell'estensione delle parti, ma ci si deve riferire solo al peso delle parti nella particolare posizione in cui sono poste. La dimostrazione rigorosa si troverà al momento opportuno, alla fine del primo libro come lo stesso Guidobaldo dice. Ed in effetti le ultime due proposizioni del primo libro sono dedicate a studiare come il centro di gravità divida due delle figure piane analizzate nel corso del libro: il parallelogramma ed il triangolo. È interessante notare che l'enunciato delle *Meditatiunculae* — *Figura per centrum gravitatis in duas partes secta non semper in partes dividitur aequales* — assume in questo contesto una forma

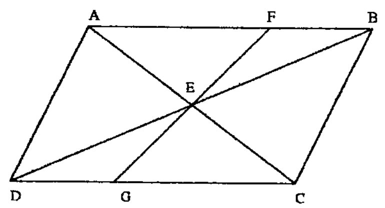
[44] Se poi, come piacque a Commandino, A fosse il centro di gravità della grandezza BCD e questa stessa fosse divisa in qualche modo secondo una retta passante per il punto A, ad esempio da EAF, allora le parti EBF ECDF si farebbero equilibrio, sebbene EBF e ED siano grandezze diverse. Frequentemente infatti avviene che nella divisione della figura per il centro di gravità talvolta essa viene divisa in parti uguali, talvolta in parti diseguali: come nel luogo opportuno dimostreremo (alla fine del primo libro). Tuttavia, sarà sempre divisa in parti che da una parte e dall'altra si fanno equilibrio. *Guidiubaldi e Marchionibus Montis in duos Archimedis aequeponderantium libros paraphrasis*, cfr. [29], p. 9

più articolata e non si presenta semplicemente come la negazione di una proposizione universale. Esistono figure, dice Guidobaldo, che sono divise in due parti uguali comunque si prenda una retta passante per il centro di gravità; ne esistono altre per cui questo non sempre è vero. La prima delle due proposizioni dedicate a tale argomento è la seguente:

> Figura dari potest, quae per centrum gravitatis recta linea divisa, semper in partes dividatur aequales[45].

Vorremmo sottolineare che in questo enunciato, così come si potrà notare nella proposizione successiva, l'ambiguità segnalata nella versione manoscritta risulta eliminata attraverso l'inserimento dell'espressione *recta linea* che puntualizza come la figura debba intendersi divisa in due parti dal centro di gravità.

La figura che Guidobaldo presenta nella dimostrazione è il parallelogrammo, una figura quindi dotata di un centro di simmetria che coinciderà con il centro di gravità. Dato il parallelogramma ABCD il cui centro di gravità sia E, comunque si prenda una retta GEF essa dividerà il parallelogramma in due parti uguali.



Se la retta GEF coincide con una delle diagonali la tesi è evidente; in caso contrario tracciamo le due diagonali AC, BD che si intersecano nel punto E. Si ha che: $<EAF=<ECG$, $<EFA=<ECG$, e $AE=EC$

Segue che i triangoli AEF e GEC sono uguali. In modo analogo si dimostra che anche i triangoli EFB e EBC sono rispettivamente uguali ai triangoli EGD e EDA. Le due parti in cui la retta GEF divide il parallelogrammo saranno quindi uguali.

[45] È possibile trovare una figura che, divisa da una retta per il centro di gravità, sarà divisa sempre in due parti uguali. *Guidiubaldi e Marchionibus Montis in duos Archimedis aequeponderantium libros paraphrasis*, cfr. [29], p. 113

Questa particolarità non è tipica del solo parallelogramma, osserva Guidobaldo, ma è propria di molte altre figure, quale il pentagono, l'esagono ed altre. Tuttavia, si puntualizza nell'ultima proposizione, è possibile trovare figure per cui la proprietà sopra descritta non vale:

> Figura dari potest, quae per centrum gravitatis recta linea divisa, non semper in partes dividatur aequales[46].

Nella dimostrazione dell'ultimo teorema troviamo lo stesso esempio contenuto nella pagina delle *Meditatiunculae*: la figura è identica, con le stesse lettere, ma l'esposizione appare formalmente più curata, corredata delle opportune citazioni, mancanti nella versione manoscritta, sia degli *Elementi* di Euclide sia delle proposizioni del primo libro della *Paraphrasis* stessa, relative alla posizione del centro di gravità sulla mediana del triangolo. Segue una precisazione circa la possibilità di dividere il triangolo in due parti uguali scegliendo opportunamente la retta passante per il centro di gravità: si dovrà naturalmente scegliere una delle mediane del triangolo.

Confrontando le due versioni possiamo notare come l'appunto contenuto nelle *Meditatiunculae* appaia ampliato, sviluppato e formalmente risistemato nella stampa del 1588 in cui la breve osservazione non solo acquista un proprio significato perché inserita nel giusto contesto, ma appare motivo di riflessioni ed approfondimenti ulteriori. Non ci si accontenta di fornire un controesempio per mostrare la non validità di una proposizione universale, ma si cerca di individuare un sottoinsieme di figure per cui tale proposizione risulti vera.

Gli elementi emersi dal confronto della pagina manoscritta con la *Paraphrasis* ci sembrano sufficienti a stabilire con buon grado di ragionevolezza che la pagina 116 delle *Meditatiunculae* fu scritta precedentemente il 1588, e di conseguenza tutte le pagine pecedenti.

---

[46]È possibile trovare una figura che, divisa da una retta per il centro di gravità, non sempre sarà divisa in due parti uguali. *Guidiubaldi e Marchionibus Montis in duos Archimedis aequeponderantium libros paraphrasis*, cfr [29], 1588, p. 113

1.5.4 Conclusioni

Gli elementi emersi dallo studio della costituzione del codice, delle citazioni di opere a stampa presenti nel manoscritto e della corrispondenza di Guidobaldo ci hanno permesso di individuare un arco di tempo compreso tra il 1586-87 e il 1593 quale periodo di la stesura delle *Meditatiunculae.*

Capitolo 2

Il problema dei tre cerchi nelle *Meditatiunculae* e nel codice di Los Angeles

2.1 Introduzione

L'unico caso in cui l'indice contenuto nel codice di Los Angeles non trova corrispondenza nel manoscritto delle *Meditatiunculae* riguarda lo studio del problema dei tre cerchi, ovvero dati tre cerchi trovarne un quarto ad essi tangente.

Guidobaldo si interessò a tale problema in seguito alla lettura della decima proposizione del quarto libro delle *Mathematicae collectiones* di Pappo, come egli stesso dichiara nella già citata lettera a Galileo[1]. Nel testo di Pappo il problema viene così enunciato:

> Sint tres circuli inaequales, qui sese contingant, et datas habeant diametros, quorum centra *abc*: et circa ipsos sit circulus contingens *def*, cuius oporteat diametrum invenire[2].

Il problema proposto da Pappo riguarda quindi il caso in cui i tre cerchi dati siano tangenti tra loro. Nel suo indice delle *Meditatiunculae*, invece,

[1] Si veda il paragrafo 1.5.2, p. 33.
[2] Cfr. [21], p. 44r.

Guidobaldo cita questo problema, distinguendo due diverse situazioni: il caso in cui i tre cerchi dati siano tra loro tangenti, indicando correttamente la pagina 37 delle *Meditatiunculae*, ed il caso in cui non lo siano[3]. Questa seconda parte del problema si troverebbe, secondo l'indice guidobaldiano, a pagina 38. In effetti, così non è. Nelle *Meditatiunculae*, infatti, la soluzione del primo caso occupa entrambe le pagine 37 e 38, mentre la seconda parte del problema è del tutto assente. Non solo, ma la prima parte è presente in due diverse versioni: la prima sviluppata nelle carte già citate, la seconda in un foglio aggiunto, collocato attualmente tra le pagine 37 e 38, che abbiamo indicato come 38*bis* seguendo la numerazione a matita presente nel manoscritto.

La versione contenuta nelle pagine numerate si presenta in forma ordinata, con un numero limitato di cancellature o correzioni ed è accompagnata da una figura di riferimento eseguita con riga e compasso. Sono citate esplicitamente le proposizioni delle *Coniche* di Apollonio e degli *Elementi* di Euclide utilizzate[4].

Il foglio aggiunto contiene, invece, un testo fortemente rielaborato, sviluppato su una colonna con aggiunte e correzioni significative nella colonna adiacente[5]. Mancano inoltre le citazioni puntuali dei teoremi utilizzati. Non è presente alcuna figura di riferimento; essa, tuttavia, doveva essere identica a quella della versione A, dal momento che possiamo seguire la dimostrazione senza alcuna difficoltà utilizzando la figura di questa versione.

Queste caratteristiche indurrebbero a pensare che la versione A rappresenti una bella copia, una successiva sistemazione di quanto contenuto nel foglio aggiunto che rappresenterebbe una prima bozza. Si potrebbe ipotizzare che Guidobaldo non lavorasse direttamente sulle *Meditatiunculae* e che le prime elaborazioni fossero annotate su carte sparse, cosicché il foglio aggiunto farebbe parte di questo tipo di appunti.

In realtà, se analizziamo le parti cancellate e rielaborate della versione disordinata ci accorgiamo del fatto che le correzioni sono eseguite su una

[3]Cfr. appendice B.1, p. 221.

[4]Nel seguito indicherò come versione A quella contenuta nelle pagine numerate da Guidobaldo come 37 e 38.

[5]Nel seguito indicherò come versione B quella contenuta nel foglio 38*bis* prima delle correzioni apportate da Guidobaldo; la versione finale, invece, sarà indicata come B^1.

versione pressoché identica a quella presente nelle pagine numerate delle *Meditatiunculae*. Così, se recuperiamo la versione originale non corretta di pagina 38*bis*, cioè la versione B, ritroviamo il testo della versione A.

La "bella copia" non è quindi l'ultima versione. Che rapporto esiste, allora, tra le due versioni?

A complicare ulteriormente la situazione si aggiunge il fatto che la soluzione della seconda parte del problema, mancante nelle *Meditatiunculae*, si trova nel manoscritto di Los Angeles, alla carta 90*r* la cui trascrizione è riportata nell'Appendice B.1[6].

Lo stile di questa pagina appare molto simile a quello della pagina 38*bis* delle *Meditatiunculae*: il testo è sviluppato su una sola colonna, mentre quella adiacente è occupata, solo in parte, dalla figura. Mancano le citazioni dei teoremi necessari per la dimostrazione[7]. La risoluzione del problema si apre, inoltre, con la frase *Sint ut antea tres circuli*, con un riferimemnto esplicito, quindi, ad una parte precedente in cui la costruzione era già stata effettuata. Di tale parte, tuttavia, nel codice di Los Angeles non c'è traccia.

Ci troviamo di fronte a due diverse versioni dello stesso problema entrambe incomplete: quella delle *Meditatiunculae*, la cui incompletezza è rilevabile solo a partire dall'Indice che indica l'esistenza di una seconda parte, e quella di Los Angeles in cui il testo stesso rivela la presenza di una lacuna.

Le forti somiglianze tra la pagina 38*bis* delle *Meditatiunculae* e la carta 90*r* del codice di Los Angeles suggerisce l'ipotesi che le versioni B e C fossero unite e che proprio la versione B possa essere l'antecedente cui si fa riferimento all'inizio della versione C.

È chiaro che Guidobaldo deve aver lavorato al problema dei tre cerchi in momenti diversi elaborando così due versioni differenti: la A delle *Meditatiunculae*, ordinata e formalmente curata, e quella del manoscritto di Los Angeles (B e C) che si presenta, piú che come una sistemazione finale, come un materiale di lavoro.

Prima di approfondire questa ipotesi e individuare i possibili rapporti tra le varie versioni, sarà utile esporre in dettaglio quanto è emerso da un confronto puntuale dei testi. Ricordiamo che per quanto riguarda il caso dei

[6]Cfr. Appendice B.1, p. 224.

[7]Nel seguito indicherò come versione C questa parte del problema dei tre cerchi.

tre cerchi tangenti, abbiamo tre differenti versioni A, B e B[1], mentre per il caso dei cerchi non tangenti possediamo solo la versione C.

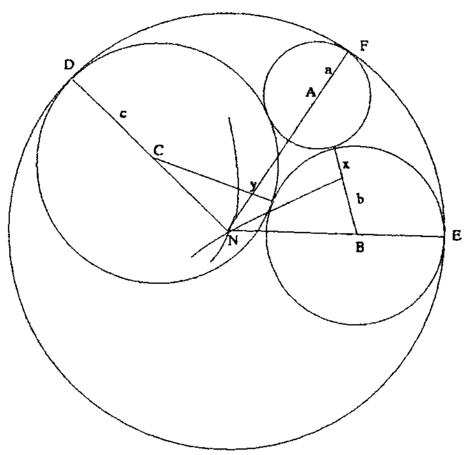
2.2 La dimostrazione

Prima di addentrarci nel confronto tra le varie versioni del problema dei tre cerchi, riportiamo brevemente la soluzione che Guidobaldo propone, al fine di fornire al lettore gli strumenti per poter seguire con facilità quanto diremo in seguito, circa le successive evoluzioni della sistemazione formale che l'autore volle dare. In effetti, come vedremo meglio, la dimostrazione non subisce sostanziali modifiche e l'idea centrale rimane del tutto inalterata nelle tre versioni.

I numeri che compaiono in grassetto, in prossimità dei vari punti della dimostrazione, corrispondono alla suddivisione in paragrafi che abbiamo introdotto nelle tabelle di confronto che seguono.

Il problema, come abbiamo già accennato, è il seguente:

> Dati tre cerchi diseguali e tra loro tangenti, trovarne un quarto tangente ai tre dati.



[1]
Siano a, b, c i raggi dei tre cerchi dati e i punti A, B, C i rispettivi centri. Essendo i cerchi diseguali possiamo supporre che $a < b < c$.
[2], [3], [5]

Si considerino allora le differenze $b-a$, $c-b$ e si taglino due segmenti uguali a tali differenze rispettivamente sui raggi b e c a partire dai punti in cui i cerchi dati sono tangenti. Chiameremo tali segmenti x ed y.
[4], [6], [7]
L'idea della dimostrazione è quella di individuare il centro del cerchio cercato, N, come punto di intersezione di due iperboli: la prima ha per asse x e la quarta parte della figura uguale al rettangolo ab; la seconda ha per asse y e la quarta parte della figura uguale al rettangolo bc.
[8], [9], [10] [11] [12]
Individuato il punto N si tratta di dimostrare che se tracciamo i segmenti NA, NB, NC e li prolunghiamo fino ad incontrare le ripettive circonferenze nei punti F, E, D, i segmenti NF, NE, ND risultano tra loro uguali. Una volta dimostrato questo, il problema è risolto: infatti il cerchio cercato sarà quello di centro N e raggio uno dei tre segmenti ND, NF, NE. La tangenza, infatti, dipende dal terorema 11 del terzo libro degli *Elementi* di Euclide[8].

2.3 Le versioni A e B: confronto

Le versioni A e B, pur non essendo una semplice copia una dell'altra, presentano forti sommiglianze: non solo la dimostrazione è scandita secondo gli stessi punti, nello stesso ordine, ma spesso l'esposizione formale è identica.

Nella tabella 2.3 che segue abbiamo riportato i due testi suddivisi in paragrafi numerati ed evidenziato i periodi in cui le due trattazioni si discostano in maniera significativa.

Da notare che gli enunciati sono identici; addirittura in entrambe le versioni la specificazione *sese tangentibus* è aggiunta in interlinea. Nella versione A, inoltre, in corrispondenza del termine *inaequalibus* compare una sottolineatura successivamente cancellata. Non ci soffermiamo ora sulle ragioni di tale titubanza; ciò che ci preme sottolineare è la forte somiglianza tra le due versioni.

Scorrendo la tabella possiamo notare che i pragrafi 1–4 presentano forti analogie: le varianti sono puramente formali e comunque molto lievi. L'u-

[8]Si duo circuli se se intus contingant, et sumantur centra ipsorum; recta linea ipsorum centra coniungens, et producta in circulorum contactum cadet. Cfr. [13], p. 41v

Tabella 2.1: Confronto versioni B – A

Versione B	Versione A
Tribus datis circulis inaequalibus sese tangentibus circulum describere qui omnes contingat.	Tribus datis circulis ⟨inaequalibus⟩ sese tangentibus circulum describere qui omnes contingat.
[1] Sint tres dati circuli inaequales, quorum centra a b c. Circulus autem circa centrum a sit maior, qui vero circa b sit minor. Oportet circulum describere, qui omnes contingat.	[1] Sint tres circuli inaequales, quorum centra a b c, et circulus circa centrum a maior, et circa b minor. Oportet circulum describere, qui omnes contingat.
[2]Iungantur ab bc ca, quae per contactus h m transibunt. Deinde producatur cb, usque ad i ita ut hi sit aequalis ch.	[2] Iungantur ab bc ca, quae [[12 tertii]] transibunt per contactus h m, et protrahatur cb usque ad i, ita ut hi sit aequalis ch *erit utique bi excessus quo ch superat hb.*
[3] Seceturque ch in x, sitque hx aequalis bi unde erit cx aequalis hb.	[3] Secetur deinde hc in x, ita ut hx sit aequalis bi unde erit xc aequalis erit hb
[4] A puncto [autem] x describatur hyperbole xnq ita ut xh sit axis, et quartae parti figurae sit aequale utrumque rectangulorum xch, et xbh.	[4] deinde a puncto x describatur hyperbole xnq, ita ut xh sit axis, et quartae parti figurae sit aequale utrumque rectangulorum xch, et xbh.
[5] Fiat deinde ar ipsi mc aequalis, erit utique am ipsi cr aequalis. Ac propterea rectangulum ar am contentum est rectangulo cm cr contento.	[5] *Similiter secetur am in p, ita ut mp sit aequalis mc unde erit ap excessus, quo am excedit mc. Rursusque secetur am in r, ita ut mr sit aequalis ap, erit utique mc aequalis ar,*
[6] Rursusque a puncto r describatur hyperbole $gnrl$, ita ut rm sit axis, et quartae parti figurae: sit aequale utrumque rectangulorum ram et mcr.	[6] et a puncto r describatur hyperbole $gnrl$, ita ut rm sit axis et quartae parti figurae sit aequale utrumque rectangulorum ram et mcr,
[7] Secentque se invicem hiperbolae in puncto n per punctum autem n et per circulorum centra lineae ducantur nbf nad nce usque ad circumferentias datorum circulorum [denique] centro n spatioque una ipsarum circulum describatur [edf].	[7] sitque punctum n, ubi hyperbolae se invicem secant, et a puncto n perque centra a b c lineae ducantur nbf nad nce usque ad circumferentias datorum circulorum; denique centro n, spatio vero una ipsarum nf ne nd circulus describatur edf.

Versione B

[8] Dico circulum *edf* datos circulos contingere.
[9] Sit *bk* aequalis *hx* et *ao* ipsi *rm*. Quoniam enim a punctis *bc* ad hyperbolen *xnq* applicatae sunt lineae *bn nc* linea *bn* excedet *nc* quantitate *xh*. Quare *nk* ipsi *nc* aequalis erit.
[10] Similiter quoniam a punctis *a c* ad hyperbolen *gnrl* ductae sunt *cn na*, linea *nc* superabit ipsam *an* quantitate *rm*. Propterea erit *no* aequalis *nc*. Ac propterea tres lineae *ak nc no* interse sunt aequales.
[11] Quoniam autem *bh* et *bf* sunt aequales, et [*hx*] et *bk* aequales, erit *hi* aequalis *kf* ipsi *bx* hoc est *ch* aequalis. Est autem ipsi *ch* aequalis, ergo *kf* ipsi *ce* aequalis existit. At vero *am* ipsi *ad* est aequalis et *ao* ipsi *rm* erit *od* ipsi *ar* hoc est ipsi *mc*, sed *mc* est aequalis *ce*, linea igitur *od* ipsi *ce* aequalis existet.
[12] Quare tres lineae *kf ce od* sunt interse aequales, cum autem *nk nc no* sint inter se aequales. Ergo *nf ne nd* interse sunt aequales. Circulus igitur *edf* descriptus *n* [???] circulos contingit. Quod facere oportebat.

Versione A

[8] Dico circulum *edf* datos circulos contingere.
[9] Quoniam enim a punctis *b c* ad hyperbolen *xnq* applicatae sunt lineae *bn nc*, [[51 tertii Conicorum Apollonii]] linea *bn* excedit *nc* quantitate *xh*. *Secetur itaque nb in k, ita ut bk sit aequalis xh, quae etiam erit aequalis bi*, erit utique aequalis *nc*.
[10] Similiter quoniam a punctis *a c*, ad hyperbolen *gnrl* ductae sunt *cn na*; linea *nc* superabit *an* quantitate *rm*. *Addatur ipsi an quantitas ao, ita ut ao sit aequalis rm, quae etiam aequalis erit ap*; erit *no* aequalis *nc*. Tres igitur lineae *nk nc no* inter se sunt aequales.
[11] Quoniam autem *bh*, et *bf* sunt aequales, et *bi* et *bk* aequales, erit *hi* aequalis *kf*, sed *hi* est aequalis *hc*, hoc est *ce*; ergo *kf* ipsi *ce* aequalis erit, et vero quoniam *am* est ipsi *ad* aequalis, et *ap* ipsi *ao*; erit *od* aequalis *pm*, hoc est *mc*, et ipsi *ce*.
[12] Quare tres lineae *kf ce od* sunt inter se aequales, cum autem *nk nc no* sint inter se aequales, erunt *nf ne nd* aequales; circulus igitur *edf* descriptus circa centrum *n* datos circulos, quorum centra [[ex 11 tertii]] sunt *a b c* in punctis *e d f* contingit. Quod facere oportebat.

nica differenza, leggermente più significativa, si trova alla fine del paragrafo 2: nella versione A, infatti, leggiamo la frase *erit utique bi excessus quo ch superat hb*, assente nella versione B. Si tratta, in effetti, di una pura esplicitazione di quanto già contenuto nel passaggio precedente.

Le due versioni differiscono notevolmente, invece, relativamente al paragrafo 5: nella versione A Guidobaldo indica la seguente costruzione:

> Si tagli am in p, in modo tale che $mp = mc$ e si abbia quindi $ap = am - mc$.
>
> Si tagli poi am in r in modo tale che risulti $mr = ap$ e quindi $mc = ar$.

Nella versione B, invece, Guidobaldo inizia a scrivere

> Secetur deinde [*mp* in *p*] aequalis

ma immediatamente corregge e la frase diventa

> Fiat deinde *ar* ipsi *mc* erit utique *am* ipsi *cr* aequalis

Da notare che la correzione indicata è contestuale alla stesura cosicché è da considerarsi parte della versione B e non della versione B^1. Se non ammettessimo questo, infatti, il seguito del discorso risultererebbe incomprensibile poiché la frase ottenuta sarebbe la seguente:

> Secetur deinde [*mp* in *p*] aequalis *mc* erit utique *am* ipsi *cr* aequalis

in cui compare improvvisamente un punto r, mai definito. Il periodo 5 della versione B è, quindi, quello riportato in tabella. La costruzione che Guidobaldo propone in questo caso è la seguente:

> Sia $ar = mp$ sarà allora $am = cr$ e quindi $r(ar, rm) = r(cm, cr)$.

Possiamo notare allora che nel periodo 5B il punto p viene eliminato; il suo ruolo, in effetti, appare del tutto superfluo nell'ambito della dimostrazione.

Osserviamo inoltre che l'eliminazione del punto p ha ripercussioni anche sul paragrafo 11 in cui si vuole dimostrare l'uguaglianza dei segmenti ce ed od. Nella versione A, infatti, Guidobaldo utilizza il punto p mentre nella versione B si serve del punto r.

Vediamo brevemente le due versioni:

Versione A:

Per costruzione si ha $am = ad$ ed $ad = ao$; ne segue che $od = pm$; essendo per costruzione $pm = mc$ si ha che $od = mc = ce$

Versione B:

Per costruzione si ha $am = ad$ ed $rm = ao$; ne segue che $od = ar$; essendo per costruzione $ar = mc$ si ha che $od = mc = ce$

Come si può notare, è possibile eliminare uno dei due punti p r: al fine della dimostrazione uno solo dei due è necessario.

Guidobaldo evidentemente si accorge di questo e nella versione B elimina il punto p, cambiando così leggermente la dimostrazione nei paragrafi 5 e 11 in cui i punti p ed r intervengono.

A questo punto appare particolarmente interessante il fatto che nella figura, che ricordiamo si trova solo nella versione A, il punto p risulta cancellato, nonostante in quella versione esso sia citato nel corso della dimostrazione. L'ipotesi iniziale che A sia la sistemazione in bella copia di B comincia a vacillare: le versioni A e B, non identiche, ma senz'altro molto simili, dipendono una dall'altra; non è affatto chiaro, tuttavia, in quale ordine esse siano state scritte. L'ipotesi più naturale, che B preceda A, sembra smentita da un'analisi attenta dei testi, ed in particolare delle correzioni sui testi. Ci sono altri elementi, infatti, che sembrano indicare che B sia una copia di A e non viceversa.

Vediamo alcuni esempi. Nella versione A (paragrafo 4) leggiamo:

> deinde a puncto x describatur hyperbole xnq ita ut xh sit *axis*

Il termine *axis* è aggiunto in interlinea, con inchiostro diverso, in sostituzione di un precedente *latus transversum*.

La stessa situazione si ripropone, al paragrafo 6, allorché nel corso della costruzione sarà necessario tracciare una seconda iperbole.

> et a puncto r describatur hyperbole $gnrl$, ita ut rm sit *axis*

In un primo momento, quindi, Guidobaldo utilizza l'espressione *latus transversum* che poi cambia in *axis*. Vorrei far osservare che non si tratta di un cambiamento puramente formale: l'asse e il lato trasverso di un'iperbole, infatti, non coincidono; o meglio, l'asse è un caso particolare di lato trasverso.

Nella versione B non troviamo alcuna correzione, ma leggiamo direttamente:

> [???] a puncto x describatur hyperbole xnq ita ut xh sit *axis*

nel primo caso e

> Rursusque a puncto r describatur hyperbole $gnrl$, ita ut rm sit *axis*

nel secondo.

Nella versione B^1 Guidobaldo interviene leggermente a modificare la prima frase che diventa:

> Quare a puncto x describatur hyperbole xnq, cuius quidem xh sit *axis*

mentre lascia del tutto invariata la seconda.

Un altro esempio che ci sembra particolarmente significativo si trova al paragrafo 7 in cui nella versione A Guidobaldo scrive:

> Sitque punctum n, ubi hyperbolae se invicem secant

Nella versione B comincia a scrivere

> Sitque punctum n, ubi

quindi cancella e proseguendo sulla stessa riga scrive

> secentque se invicem hyperbolae in puncto n

Questa situazione lascia immaginare che Guidobaldo stia copiando da A e decida di modificare l'espressione indicata, cosicché corregge cancellando la prima parte della frase già scritta.

L'ipotesi suggerita da questi elementi è che Guidobaldo, per motivazioni che naturalmente ci sfuggono, abbia deciso di risistemare con opportune modifiche quanto già scritto in bella copia sulle *Mediatatiunculae*: ricopiando accoglie le correzioni già effettuate, talvolta interviene sul testo cambiando leggermente la forma, altre volte snellendo la dimostrazione. Successivamente riinterviene pesantemente sulla versione B realizzando così la B^1 più lontana da A.

Ci sembra che questa ipotesi oltre a spiegare gli elementi testuali appena citati, permetta di giustificare anche l'assenza di una figura sulla versione B, più difficile da spiegare se volessimo ammettere quanto sembrava inizialmente più naturale, cioè che Guidobaldo scriva A copiando da B. In questo caso, infatti, B sarebbe una buona copia di lavoro: risulta tuttavia difficile fare a meno della figura proprio nella versione in cui la costruzione va via via definendosi.

2.4 Le versioni A e B^1: confronto

Le correzioni che Guidobaldo apporta sulla versione B sono spesso consistenti ed allontanano tale versione dalla versione A. Questo risulta con evidenza scorrendo la tabella 2.2 in cui abbiamo riportato i due testi adottando, anche in questo caso, una suddivisione in paragrafi.

Il paragrafo 2 si riduce sensibilmente nella nuova versione cosicché il punto i, presente sia nella versione A che nella B, sparisce. L'eliminazione del punto i, naturalmente, comporta un cambiamento anche al pragrafo 11 in cui inizialmente il punto i era richiamato.

Vediamo le due versioni del paragrafo 11

Versione A:

Essendo $bh = bf$ e $bi = bk$ segue che $hi = kf$

ma $hi = hc = ce$ e quindi $kf = ce$

Versione B:

Essendo $bh = bf$ e $hx = bk$ segue che $fk = bx$

ma $bx = ch = ce$ e quindi $kf = ce$

Si ripropone la stessa situazione precedentemente commentata nel confronto tra la versione A e B: in quel contesto sottolineavamo il fatto che uno dei punti r e p è superfluo ai fini della dimostrazione. I punti i e x svolgono un ruolo del tutto analogo a quello dei punti p ed r. La stessa costruzione si ripete due volte in maniera del tutto simmetrica: la prima volta sono interessati i cerchi di centro b e c la seconda i cerchi di centro a e b. Anche in questo caso uno dei punti i ed x è superfluo: nella versione B^1 quindi Guidobaldo elimina anche il punto i. Da notare, anche in questo caso, che la lettera i risulta cancellata nella figura della versione A.

Un altro punto significativo in cui la versione B^1 si discosta sia dalla A che dalla B riguarda i paragrafi 7 e 8. Nelle versioni A e B, infatti, Guidobaldo una volta individuato il punto n chiede che si descriva il cerchio di centro n e raggio uno dei segmenti *nbf nad nce*. Questo passaggio, in effetti, lascia alquanto perplessi. Esso appare, infatti, non del tutto lecito dal momento che l'uguaglianza dei tre segmenti *nbf nad nce* è ancora da dimostrare.

Tabella 2.2: Confronto versioni A – B^1

Versione A	Versione B^1
Tribus datis circulis ⟨inaequalibus⟩ sese tangentibus circulum describere qui omnes contingat.	Tribus datis circulis inaequalibus sese tangentibus circulum describere qui omnes contingat.
[1] Sint tres circuli inaequales, quorum centra a b c, et circulus circa centrum a maior, et circa b minor. Oportet circulum describere, qui omnes contingat.	**[1]** Sint tres circuli inaequales, quorum centrum a b c. Circulus autem circa centrum a sit maior, qui vero circa b, sit minor. Oportet circulum describere, qui omnes contingat.
[2] Iungantur ab bc ca, quae [[12 tertii]] transibunt per contactus h m, et protrahatur cb usque ad i, ita ut hi sit aequalis ch *erit utique bi excessus quo ch superat hb.*	**[2]** Iungantur ab bc ca, quae per contactus hm transibunt.
[3] Secetur deinde hc in x, ita ut hx sit aequalis bi unde erit xc aequalis erit hb	**[3]** Deinde fiat cx aequalis bh unde erit bx aequalis ch. Et ob id rectangulum contentum ch cx, rectangulo xb bh contento erit aequale.
[4] deinde a puncto x describatur hyperbole xnq, ita ut xh sit axis, et quartae parti figurae sit aequale utrumque rectangulorum xch, et xbh.	**[4]** Quare a puncto x describatur hyperbole xnq, cuius quidem xh sit axis, et quartae parti figurae sit aequale utrumque rectangulorum xch, et xbh.
[5] *Similiter secetur am in p, ita ut mp sit aequalis mc unde erit ap excessus, quo am excedit mc. Rursusque secetur am in r, ita ut mr sit aequalis ap, erit utique mc aequalis ar,*	**[5]** Fiat deinde ar ipsi mc aequalis erit utique am ipsi cr aequalis. Ac propterea rectangulum ar am contentum aequale est rectangulo [cm] cr contento.
[6] et a puncto r describatur hyperbole $gnrl$, ita ut rm sit axis et quartae parti figurae sit aequale utrumque rectangulorum ram et mcr,	**[6]** Rursusque a puncto r describatur hyperbole $gnrl$, ita ut rm sit axis, et quartae parti figurae sit aequale utrumque rectangulorum ram, et mcr,
[7] sitque punctum n, ubi hyperbolae se invicem secant, et a puncto n perque centra a b c lineae ducantur nbf nad nce usque ad circumferentias datorum circulorum; denique centro n, spatio vero una ipsarum nf ne nd circulus describatur edf.	**[7]** secentque se invicem hyperbolae in puncto n. A puncto autem n, et per circulorum centra lineae ducantur nbf nad nce usque ad circumferentias datorum circulorum

Verione A

[8] Dico circulum *edf* datos circulos contingere.
[9] Quoniam enim a punctis *b c* ad hyperbolen *xnq* applicatae sunt lineae *bn nc*, [[51 tertii Conicorum Apollonii]] linea *bn* excedit *nc* quantitate *xh*. *Secetur itaque nb in k, ita ut bk sit aequalis xh, quae etiam erit aequalis bi,* erit utique aequalis *nc*.
[10] Similiter quoniam a punctis *a c*, ad hyperbolen *gnrl* ductae sunt *cn na*; linea *nc* superabit *an* quantitate *rm*. *Addatur ipsi an quantitas ao, ita ut ao sit aequalis rm, quae etiam aequalis erit ap*; erit *no* aequalis *nc*. Tres igitur lineae *nk nc no* inter se sunt aequales.
[11] Quoniam autem *bh*, et *bf* sunt aequales, et *bi* et *bk* aequales, erit *hi* aequalis *kf*, sed *hi* est aequalis *hc*, hoc est *ce*; ergo *kf* ipsi *ce* aequalis erit, et vero quoniam *am* est ipsi *ad* aequalis, et *ap* ipsi *ao*; erit *od* aequalis *pm*, hoc est *mc*, et ipsi *ce*.
[12] Quare tres lineae *kf ce od* sunt inter se aequales, cum autem *nk nc no* sint inter se aequales, erunt *nf ne nd* aequales; circulus igitur *edf* descriptus circa centrum *n* datos circulos, quorum centra [[ex 11 tertii]] sunt *a b c* in punctis *e d f* contingit. Quod facere oportebat.

Versione B[1]

[8] primum quidem ostendendum est lineas *nf nd ne* interse aequales esse.
[9] Secetur *bn* in *k* sitque *bk* aequalis *hx*. *ad* vero secetur in *o*, ita ut *ao* [sit] ipsi *rm* aequalis. Quoniam enim a punctis *b c* ad hyperbolen *xnq* inclinatae sunt lineae *bn nc*; linea *bn* excedet ipsam *nc* quantitate *xh* hoc est *bk*. Quare *nk* ipsi *nc* aequalis [existet].
[10] Similiter quoniam a punctis *a c* ad hyperbolen *qnrl* inclinatae sunt lineae *cn na*, linea *nc* superabit ipsam *na* quantitate *rm* hoc est *ao*. [Quapropter] erit *no* aequalis *nc*. Ac propterea tres lineae *nk nc no* interse sunt aequales.
[11] Quoniam autem *bh bf* sunt aequales, et *hx*, *bk* aequales, erit *kf* ipsi *bx* hoc est ipsi *ch* aequalis est autem *ce* ipsi *ch* aequalis, ergo *kf* est ipsi *ce* aequalis [Et] [numquam] *am* ipsi *ad* est aequalis, et *ao* ipsi *rm*, erit *od* aequalis ipsi *ar* hoc est ipsi *mc*. Sed *mc* est aequalis *ce*, linea igitur *od* ipsi *ce* [aequalis] existit.
[12] Quare tres lineae *kf ce od* sunt interse aequales. Atque sunt etiam *nk nc no* interse aequales. Ergo *nf ne nd* interse sunt aequales. Circulus igitur *edf* cuius centrum *n* datos circulos contingit. Quod facere oportebat.

Al paragrafo 8, poi, Guidobaldo dichiare di voler mostrare che il cerchio *def* tracciato è tangente ai tre dati. Non esprime, tuttavia, alcuna preoccupazione circa il fatto che sarebbe necessario dimostrare che è possibile tracciare un cerchio di centro *n* che passi per i tre punti *d e f*. Nel seguito, per dimostrare che il cerchio è tangente ai tre dati, Guidobaldo mostra che i segmenti *nbf nad nce* sono tra loro uguali, ma anche nella parte conclusiva si pone l'accento sul fatto che il cerchio tracciato è tangente, piuttosto che sul fatto che abbia senso parlare di tale cerchio.

Si rileva, quindi, un'ambiguità di fondo si nomina il cerchio *edf* prima ancora di averne stabilito l'esistenza.

Nella versione B^1, Guidobaldo sembra accorgersi di tale incongruenza e modifica entrambi i paragrafi 7 e 8: dal primo elimina la frase *denique centro n, spatioque vero una ipsarum nf ne nd circulus describatur edf* mentre al paragrafo 8 dichiara che la prima cosa da dimostrare è l'uguaglianza dei segmenti *nf nd ne*. La dimostrazione segue poi in maniera del tutto analoga, ma l'esposizione appare più chiara e lineare.

Possiamo riassumere quanto detto dicendo che Guidobaldo nella versione B^1 cerca di risistemare la sua soluzione ai problemi dei tre cerchi rendendo la dimostrazione più lineare con l'eliminazione di due punti superflui che rendevano la dimostrazione inutilmente macchinosa e individuando due tesi: la prima che si possa parlare di cerchio *edf* e la seconda che tale cerchio sia tangente ai tre dati. Per come sono stati costruiti i punti *e d f* la seconda tesi è automaticamente provata, grazie al teorema 11 del terzo libro degli *Elementi*, una volta verificata la prima. Il problema è quindi risolto.

Nonostante l'aspetto poco curato dal punto di vista formale la versione B^1 va quindi interpretata come la migliore sistemazione di cui disponiamo della soluzione del problema dei tre cerchi tra loro tangenti.

2.5 La versione C: il caso dei tre cerchi non tangenti

Prima di riassumere gli elementi emersi dai confronti appena descritti tra le versioni A, B e B^1 formulando un'ipotesi circa la cronologia relativa delle varie pagine, potrà risultare utile presentare un confronto che coinvolga anche la versione C. Alcune osservazioni accennate nei paragrafi precedenti ci invitano a pensare che la versione C del problema dei tre cerchi, ovvero il caso in cui i tre cerchi dati non siano tra loro tangenti, né si intersechino in nessun modo, sia stata stesa contemporaneamente alla versione B. Naturalmente un confronto tra le due versioni B e C non è agevole come quelli presentati nei precedenti paragrafi, dal momento che le condizioni del problema sono diverse. Vorremmo soffermarci, tuttavia, su alcuni elementi di confronto utilizzati precedentemente che si sembra mettano in luce alcune peculiarità che possono supportare la nostra ipotesi.

Prima di entrare nel merito del confronto testuale, vorremmo far osservare che, contrariamente alla versione B, la versione C ha una propria figura di riferimento: questo si spiega facilmente se si ammette che nel momento della stesura di C Guidobaldo non stia copiando, ma lavorando per la generalizzazione del problema. In questo caso, infatti, non può utilizzare la figura della versione A, ma necessariamente deve costruire un nuovo disegno che renda conto delle mutate condizioni del problema.

Passiamo ora all'esame del testo. Nella tabella che segue abbiamo riportato nella prima colonna il testo di B, scandito in paragrafi come nei precedenti confronti, mentre nella seconda colonna troviamo il testo della versione C con una scansione in paragrafi quanto più possibile vicina a quella effettuata per le altre versioni. Possiamo notare che il paragrafo 1 si contrae nella versione C in una sola frase in cui tutta la descrizione dei dati viene sottintesa perché svolta in una parte precedente. Da notare inoltre l'ultima frase che chiude il paragrafo 12 lasciando chiaramente intendere che Guidobaldo cerca di affrontare il problema nella sua generalità, e non solo nel caso suggerito dalla lettura di Pappo.

Scorrendo gli elementi emersi nel precedente confronto possiamo osservare che la frase del paragrafo 4, in cui si chiede di costruire l'iperbole xnq si presenta in maniera del tutto simile alla forma della versione B, con l'utilizzo del termine *axis*, senza la titubanza mostrata nella versione A. Tale similitudine nella forma si ritrova anche al paragrafo 7 in cui le versioni B e C appaiono estremamente vicine tra loro e lontane, invece, dalla versione A.

Analizziamo il paragrafo 8, in cui nella veriosne B il cerchio def viene indicato come tale prima che sia stato provato il fatto che si tratti realmente di un cerchio. Notiamo che anche nella versione C Guidobaldo adotta una

Tabella 2.3: Confronto versioni B - C

Versione B	Versione C
Tribus datis circulis inaequalibus sese tangentibus circulum describere qui omnes contingat.	Tribus datis circulis ⟨inaequales⟩ qui se non contingant ⟨neuter tunc alterum incidat*rlangle* circulum describere qui omnes contingat.
[1] Sint tres dati circuli inaequales, quorum centra a b c. Circulus autem circa centrum a sit maior, qui vero circa b sit minor. Oportet circulum describere, qui omnes contingat.	[1] Sint ut antea tres circuli
[2]Iungantur ab bc ca, quae per contactus h m transibunt. Deinde producatur cb, usque ad i ita ut hi sit aequalis ch.	[2] quorum centra a b c coniungantur dividatque ps bifariam in h
[3] Seceturque ch in x, sitque hx aequalis bi unde erit cx aequalis hb.	[3] fiatque cx aequalis bh
[4] A puncto [autem] x describatur hyperbole xnq ita ut xh sit axis, et quartae parti figurae sit aequale utrumque rectangulorum xch, et xbh.	[4] et a puncto x describatur hyperbole xnq cuius axis sit xh et quartae parti figurae sit aequale utrumque rectangulorum bcx xbh.
[5] Fiat deinde ar ipsi mc aequalis, erit utique am ipsi cr aequalis. Ac propterea rectangulum ar am contentum est rectangulo cm cr contento.	[5]Similiter dividatur mt in u bifariam, fiatque ar ipsi cu aequalis et per punctum r describatur hyperbole $grnl$, cuius axis sit ru, et quartae parti figurae sit aequale utrumque rectangulum uar rcu.
[6] Rursusque a puncto r describatur hyperbole $gnrl$, ita ut rm sit axis, et quartae parti figurae: sit aequale utrumque rectangulorum ram et mcr.	[6] et per punctum r describatur hyperbole $grnl$, cuius axis sit ru, et quartae parti figurae sit aequale utrumque rectangulum uar rcu.
[7] Secentque se invicem hiperbolae in puncto n per punctum autem n et per circulorum centra lineae ducantur nbf nad nce usque ad circumferentias datorum circulorum [denique] centro n spatioque una ipsarum circulum describatur [edf].	[7] Hyperbolae vero secent se invicem in n. Ducaturque nbf nad nce.

Versione B

[8] Dico circulum *edf* datos circulos contingere.
[9] Sit *bk* aequalis hx et *ao* ipsi rm. Quoniam enim a punctis *bc* ad hyperbolen xnq applicatae sunt lineae *bn nc* linea *bn* excedet *nc* quantitate xh. Quare nk ipsi *nc* aequalis erit.
[10] Similiter quoniam a punctis a c ad hyperbolen *gnrl* ductae sunt *cn na*, linea *nc* superabit ipsam *an* quantitate rm. Propterea erit *no* aequalis *nc*. Ac propterea tres lineae *ak nc no* interse sunt aequales.
[11] Quoniam autem *bh* et bf sunt aequales, et [hx] et *bk* aequales, erit *hi* aequalis kf ipsi *bx* hoc est *ch* aequalis. Est autem ipsi *ch* aequalis, ergo kf ipsi *ce* aequalis existit. At vero *am* ipsi *ad* est aequalis et *ao* ipsi *rm* erit *od* ipsi *ar* hoc est ipsi *mc*, sed *mc* est aequalis *ce*, linea igitur *od* ipsi *ce* aequalis existet.
[12] Quare tres lineae kf *ce od* sunt interse aequales, cum autem *nk nc no* sint inter se aequales. Ergo nf *ne nd* interse sunt aequales. Circulus igitur *edf* descriptus n [???] circulos contingit. Quod facere oportebat.

Versione C

[8] Dico centro n circulum def datos circulos contingere.
[9]Fiat *bk* aequalis hx et *ao* aequalis ru. Deinde fiat xy aequalis hs fiatque r z aequalis tu. Quoniam enim *bn* maior est [*cn*] quantitate hx, hoc est *bk* aut *nk* aequalis *nc*
[10] at [???] quoniam *nc* maior est quam [*na*], quantitate ru, hoc est [??? erit] *no* aequalis *nc*. Quare tres lineae *nk nc no* interse sunt aequales. [Similiter] autem rz est aequalis tu, erit tz ipsi ru hoc est ipsi *ao* aequalis.
[11] Quoniam autem xy est aequalis hs erit sy aequalis hx et er consequens ipsi *bk* [quia] vero xy est aequalis *hb*, et [cum sit aequalis *h*?] et xc ipsi *hb* [erit] aequalis *yc* ipsi *bp* aequalis quare [*bp bk* simul hoc est erit ipsi *sc* hoc est *ce* aequalis].
[Similiter] autem rz est aequalis tu, erit tz ipsi ru hoc est ipsi *ao* aequalis. Quoniam rz est aequalis *um*, *ra* est ipsi *uc* aequalis, erit *za* ipsi *mc* et ipsi *ce* aequalis, ergo *od* ipsi *az* hoc est ipsi *ce* est aequalis.
[12] Quare tres lineae kf *ce od* interse sunt aequales, ac propterea nf *ne nd* interse sunt aequales. Circulus igitur def cuius centrum n datos circulos contingit. Quod facere oportebat.
Alii casus ex his facile patent.

formulazione della tesi contenente la stessa ambiguità, corretta invece nella versione B^1. Il fatto che l'intervento correttivo presente in B^1 non si riscontri in C fa pensare che esso sia successivo alla stesura di C.

2.6 Conclusioni

Il confronto tra le versioni A, B, B^1 e C ci permette ora di delineare un'ipotesi circa la cronologia relativa di queste pagine.

Guidobaldo, influenzato dalla decima proposizione del quarto libro delle *Collezioni* di Pappo, come egli stesso dichiara in una lettera a Galileo, s'interessa al problema dei tre cerchi. Da notare che la proposizione di Pappo riguarda solo il caso dei tre cerchi tangenti. La soluzione del problema viene risistemata in bella copia nelle pagina 37 e 38 delle *Meditatiunculae* (versione A).

Successivamente, perché vuole inviare la sua soluzione a qualcuno — sappiamo che inviò la sua soluzione anche a Galileo — o perché si prefige di generalizzare il problema al caso dei tre cerchi non tangenti, o per un qualche motivo a noi sconosciuto, decide di ricopiare con lievi modifiche la versione A: abbiamo così la versione B. Probabilmente a questo punto scrive anche la versione C che presenta molte analogie con la versione B oltre a presupporre l'esistenza di un'altra parte con la quale andava collegata. A questo punto egli lavora sulla versione B avendo davanti la versione A di cui utilizza la figura. Provvede anche ad effettuare sulla figura di A le correzioni che apporta su B. Abbiamo così la versione B^1.

La versione A che sembrava essere la bella copia, la versione definitiva, rappresenta, quindi, solo una prima sistemazione di una materiale precedente che non ci è pervenuto. A partire da questa Guidobaldo raffina successivamente la sua proposizione e tenta di generalizzare il suo risultato allontanandosi dalla prima formulazione tratta dall'opera di Pappo.

Parte II

Il contenuto delle *Meditatiunculae*

Capitolo 3

Le pagine di meccanica nelle *Meditatiunculae*

3.1 Introduzione

La descrizione del contenuto delle *Meditatiunculae* è resa difficile dalla varietà dei temi affrontati nel manoscritto nonché dalla frammentarietà che spesso caratterizza la trattazione. Proprio per questo nella nostra esposizione abbiamo ritenuto opportuno seguire la suddivisione in argomenti già accennata nel primo capitolo. Cercheremo, quindi, di raggruppare le pagine relative alla stessa disciplina, ancorché fisicamente lontane, esplicitandone la collocazione all'interno del manoscritto.

Solo venti pagine delle *Meditatiunculae* sono dedicate ad argomenti di meccanica. Questo può sembrare strano se pensiamo che alcune delle più importanti opere di Guidobaldo trattano di meccanica e statica. D'altra parte dobbiamo ricordare che nel periodo in cui scrive le *Meditatiunculae*, alla fine degli anni ottanta, inizio anni novanta, Guidobaldo ha già pubblicato, o comunque sta pubblicando, sia il *Mechanicorum liber* (1577), sia i *Duos Archimedis aequeponderantium libros paraphrasis* (1588). È quindi plausibile pensare che i primi appunti e le prime riflessioni alla base delle due opere non si trovino raccolte nel manoscritto che stiamo studiando. Da questo punto di vista le pagine delle *Meditatiunculae* potrebbero rappresentare un'ulteriore riflessione su temi, già trattati nelle opere edite appena citate, che Guidobaldo ritiene di dover ulteriormente approfondire o chiarire.

Scorrendo l'indice riportato in appendice possiamo renderci conto immediatamente del fatto che le riflessioni circa argomenti di meccanica sono disperse nel corso dell'intero manoscritto, ma non troviamo una trattazione sistematica ed esauriente delle tematiche tipiche delle trattazioni di meccanica. La suddivisione che adotteremo nella descrizione dei contenuti delle varie parti cercherà di tener conto della possibile correlazione logica piuttosto che della collocazione fisica all'interno del manoscritto che sarà tuttavia segnalata ed eventualmente commentata.

3.2 L'equilibrio, il centro di gravità, il moto della terra, la bilancia

Analizzando le pagine di meccanica abbiamo individuato un gruppo di riflessioni che hanno in comune l'interesse per lo studio dell'equilibrio, della natura e delle proprietà del centro di gravità: se a pagina 30 Guidobaldo si occupa dell'equilibrio di una bilancia a bracci uguali, a pagina 54 ipotizza un movimento della terra rispetto al centro del mondo proprio a partire da riflessioni circa l'equilibrio e la natura del centro di gravità. D'altra parte non mancano considerazioni, di tipo geometrico, circa la posizione del centro di gravità all'interno di una figura. Su alcune delle pagine citate ci siamo soffermati a lungo nel primo capitolo, § 1.5.2 e § 1.5.3, sottolineando, da una parte, l'interesse di Guidobaldo nei confronti dell'opera archimedea e il tentativo di fonderla con la teoria aristotelica, dall'altra il tentativo di fornire una trattazione sui centri di gravità in grado di risolvere le difficoltà ed i problemi insiti nella definizione proposta da Pappo nelle *Collezioni matematiche*.

In questo paragrafo ci soffermeremo, invece, sulle pagine 30-32 e 55-56 relative alla bilancia a bracci uguali, e no, in relazione all'equilibrio e alla "gravità" dei corpi appesi ad una bilancia. In esse troviamo, come vedremo, alcuni teoremi presenti anche nel *Mechanicorum liber* talvolta rivisti, talvolta pressoché identici alla versione stampata.

3.2.1 Il *De libra* delle *Meditatiunculae*

La pagina 30 delle *Meditatiunculae* si presenta strutturata in maniera tale da far pensare che ci si trovi di fronte ad un risistemazione di materiale precedentemente elaborato. Compaiono un titolo ed un sottotitolo — *de libra, Questiones Aristotelis de libra aliter demonstratae* — ed il testo che segue appare diviso in proposizioni numerate. La trattazione si interrompe, tuttavia, dopo due sole proposizioni.

Dobbiamo osservare che già nel *Mechanicorum liber* il tema dell'equilibrio di una bilancia a bracci uguali, e non solo, era stato ampiamente trattato nella sezione *De libra*. La dimostrazione dei teoremi che Guidobaldo ripropone nelle *Meditatiunculae* risulta, tuttavia, leggermente diversa.

Il testo apre con il seguente postulato:

> Centrum gravitatis deorsum tendere

Questa assunzione è estremamente importante non solo per provare le due proposizioni che seguono, ma anche, dal nostro punto di vista, al fine di comprendere le differenze tra la dimostrazione delle *Meditatiunculae* e quella del *Mechanicorum liber*.

La prima proposizione riguarda l'equilibrio di una bilancia avente il fulcro posto superiormente. Si tratta dello stesso teorema che Guidobaldo presenta nella seconda proposizione del suo *De libra*. L'enunciato delle *Meditatiunculae* è il seguente:

> Libra horizonti aequidistans, spartum habens sursum, cum mota fuerit, in aequilibrium horizonti aequidistans redit.

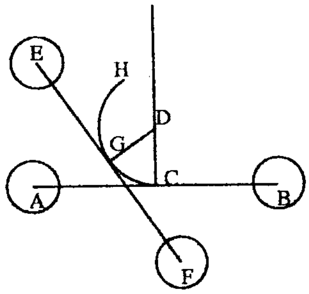
La seconda proposizione del *De libra* è così enunciata:

> Libra horizonti aequidistans, cuius centrum sit supra libram, aequalia in extremitatibus, aequaliterque a perpendicolo distantia habens pondera, si ab eiusmodi moveatur situ, in eundem rursum relicta, redibit; ibitque manebit[1].

Vediamo brevemente come si sviluppa la dimostrazione. È data una bilancia AB il cui centro sia il punto C; DC sia vincolato ad AB in modo tale che CD

[1] Cfr. [14], p. 4r.

e AB si mantengano perpendicolari. Sia D il fulcro immobile della bilancia posto superiormente. Due pesi uguali siano posti nei punti A e B.



Immaginiamo di spostare la bilancia dalla posizione di equilibrio, mantenendo fisso il fulcro D, cosicché AB si sposta nella posizione EF e DC in DG. Il punto C si muoverà lungo l'arco di circonferenza CGH di centro D. Nei punti E e F si troveranno quindi due pesi uguali che, per la quarta proposizione del primo libro del *de aequeponderantibus* di Archimede[2], avranno il centro di gravità nel punto G, essendo esso il punto medio del segmento EF. Per il postulato premesso, il centro di gravità tende a muoversi verso il basso e quindi il punto G si muoverà verso il basso, lungo un arco di circonferenza fino a raggiungere il punto C situato il più in basso possibile. La bilancia si muoverà, quindi, fino a che il punto G coinciderà con C, quando essa si ritroverà parallela all'orizzonte ed immobile.

Se confrontiamo la versione delle *Meditatiunculae* con quella del *De libra* notiamo che nella versione stampata la trattazione appare più dettagliata e formalmente più curata. Le due dimostrazioni procedono parallelamente, ma al momento della conclusione si possono riscontrare elementi di diversità: nelle *Meditatiunculae* Guidobaldo fa riferimento all'unico postulato che egli inserisce nella trattazione, cioè alla tendenza del centro di gravità a muoversi verso il basso; nel *De libra*, invece, egli richiama la prima proposizione del libro in cui egli dimostra:

[2]Riportiamo il testo della proposizione citata nella versione presente nella *Paraphrasis* guidobaldiana: "Si duae magnitudines aequales non idem centrum gravitatis habuerint, magnitudinis ex utrique magnitudinibus compositae centrum gravitatis erit medium rectae lineae gravitatis centra magnitudinum coniungentis". Cfr [29], p. 42.

> Si pondus in eius centro gravitatis a recta sustineatur linea, numquam manebit nisi eadem linea horizonti fuerit perpendicularis[3].

Così, mentre nelle *Meditatiunculae* Guidobaldo chiude la sua dimostrazione dicendo che il centro di gravità per sua propria natura dovrà muoversi verso il basso fino ad arrivare al punto più basso possibile, nel *De libra* spiega il moto della bilancia dicendo che CG non può rimanere in quella posizione non essendo CG perpendicolare all'orizzonte. Ne consegue che DG è costretto a tornare alla posizione iniziale affinché si abbia una situazione di equilibrio. Siamo di fronte, quindi, a due caratterizzazioni dell'equilibrio, o meglio delle condizioni che permettono l'equilibrio: nelle *Meditatiunculae* si ha equilibrio quando il centro di gravità si trova in *infimo loco*, nel *De libra* quando il segmento congiungente il punto di sospensione con il centro di gravità è perpendicolare all'orizzonte.

Le stesse osservazioni possono essere estese alla seconda proposizione che tratta il caso di una bilancia con il fulcro posto inferiormente. In questo caso, se spostiamo la bilancia dalla posizione di equilibrio essa non tornerà alla situazione precedente, ma si muoverà verso il basso.

> Si vero libra habet spartum deorsum, non redit in aequilibrium sed deorsum tendit.

Anche in questo caso possiamo individuare un'analogia con una proposizione del *De libra*, in particolare con la terza il cui enunciato è il seguente:

> Libra horizonti aequidistans aequalia in extremitatibus, aequaliterque a perpendiculo distantia habens pondera, centro inferne collocato, in hoc situ manebit. Si vero inde moveatur, deorsum relicta, secundum partem decliviorem movebitur[4].

La dimostrazione di questo secondo teorema non differisce dalla precedente se non per dettagli tecnici legati alla diversità della situazione. Anche in questo caso possiamo riscontrare l'uso delle due diverse caratterizzazioni dell'equilibrio già dette sopra. Tuttavia nella dimostrazione del *De libra* l'uso della prima proposizione non è in questo caso sufficiente e Guidobaldo

[3] Cfr. [14], p. 3r.
[4] Cfr. [14], p. 4v.

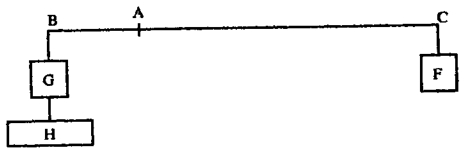
deve richiamare la tendenza del centro di gravità a muoversi verso il basso, che è postulata anche in questo testo nella terza *suppositio.*

Naturalmente questo postulato è indispensabile per spiegare il movimento verso il basso della bilancia che non è un ritorno ad una situazione di perpendicolarità all'orizzonte.

3.2.2 Le pagine 31 e 32

A pagina 31 Guidobaldo dimostra la seguente proposizione:

> Pondera aequalia in libra appensa eam in gravitate proportionem habent quam diastantiae ex quibus appenduntur.



L'enunciato di questo teorema appare piuttosto oscuro. Si parla di pesi appesi ad una bilancia ed il fatto che nella figura la bilancia sia in posizione orizzontale fa pensare che ci si stia riferendo ad una situazione di equilibrio. Questo tuttavia appare immediatamente poco probabile dal momento che una situazione di equilibrio unita al fatto che i pesi siano uguali implica, per la proposizione 2 del primo libro dell'*Equilibrio dei piani*[5], che il punto A sia situato nel punto medio del segmento BC. Nella figura proposta da Guidobaldo, invece, questo non succede.

Anche se interpretassimo l'espressione *pondera aequalia* come una relazione di uguaglianza relativamente al volume o, per usare la terminologia guidobaldiana, alla *magnitudo* arriveremmo comunque ad una contraddizione. In questo caso, infatti, partendo dall'ipotesi

$$magn(\text{F}) = magn(\text{G})$$

si vorrebbe dimostrare che:

$$grav(\text{G}) : grav(\text{F}) = \text{AB:AC}$$

[5] Aequalia vero gratia ex inaequalibus distantiis non aequeponderare, sed praeponderare ad gravem ex maiori distantia. Cfr. [29], p. 26.

Tale tesi appare quindi in contraddizione con le proposizioni 6 e 7 del primo libro dell'*Equilibrio dei piani*[6] che afferma che si ha equilibrio qualora i pesi stiano tra loro nel rapporto permutato delle distanze.

Dobbiamo pensare allora che ci si riferisca a due pesi uguali appesi ad una bilancia non in condizioni di equilibrio e che si voglia valutare la "gravità" dei due corpi F e G nelle due diverse posizioni B e C in cui sono posti. Osserviamo che nella dimostrazione Guidobaldo utilizza tre concetti strettamente correlati, ma distinti: la *magnitudo* di un corpo ovvero il suo volume; la *gravitas* intesa in senso assoluto, dipendente dal materiale che costituisce il corpo e dalla *magnitudo*; la *gravitas secundum situ* ovvero la "gravità" che ha il corpo nella posizione in cui si trova: qualora si appende un corpo ad una bilancia la "gravità" di esso dipende non solo dal volume o dal materiale che lo costituisce, ma anche dalla particolare posizione in cui esso si trova rispetto al fulcro della bilancia.

Tali grandezze sono legate tra loro, ed in particolare valgono le seguenti relazioni che Guidobaldo usa nella sua dimostrazione. Se due corpi A e B sono dello stesso genere allora

$$grav(\mathrm{A}) : grav(\mathrm{B}) = magn(\mathrm{A}) : magn(\mathrm{B})$$

Se due corpi A e B sono posti nella stesso punto P allora

$$grav(\mathrm{A}) : grav(\mathrm{B}) = grav_{\mathrm{P}}(\mathrm{A}) : grav_{\mathrm{P}}(\mathrm{B})$$

Se due corpi A e B posizionati nei punti C e D si fanno equilibrio intorno ad un punto P allora si ha che:

$$grav_{\mathrm{C}}(\mathrm{A}) = grav_{\mathrm{D}}(\mathrm{B})$$

Studiando la dimostrazione proposta da Guidobaldo possiamo chiaramente capire l'intento dell'autore e chiarire, quindi, che le *gravitates* citate nell'enunciato sono da intendersi come *gravitates secundum situ* cosicché il teorema può essere enunciato nel modo seguente:

[6] Magnitudines commensurabiles ex distantiis eandem permuatim proportionem habentibus, ut gravitates, aequeponderant. Cfr. [29], p. 60.

Si autem magnitudines fuerint incommensurabiles, similiter aequeponderabunt ex distantiis eandem, atque magnitudines, proportionalem habentibus. Cfr. [29], p. 68.

Dati due pesi uguali F e G posti agli estremi C e B di una bilancia si ha che

$$grav_{\mathrm{C}}(\mathrm{F}) : grav_{\mathrm{B}}(\mathrm{G}) = \mathrm{AC}:\mathrm{AB}$$

Vediamo ora la dimostrazione di Guidobaldo: per ipotesi sappiamo che

$$grav(\mathrm{F}) = grav(\mathrm{G})$$

Si prenda un peso H tale che

$$grav(\mathrm{F}) : grav(\mathrm{H}) = \mathrm{AB}:\mathrm{AC}$$

Se poniamo il corpo H nel punto B si ha allora che i pesi F e H si fanno equilibrio intorno ad A[7] cosicché possiamo concludere che la "gravità" di H in B è uguale alla "gravità" di F in C:

$$grav_{\mathrm{B}}(\mathrm{H}) = grav_{\mathrm{C}}(\mathrm{F}).$$

Essendo inoltre, per ipotesi, $grav(\mathrm{F}) = grav(\mathrm{G})$ possiamo dedurre

$$grav(\mathrm{H}) : grav(\mathrm{G}) = \mathrm{AC}:\mathrm{AB}.$$

Poiché i corpi H e G sono posti entrambi in B segue che

$$grav_{\mathrm{B}}(\mathrm{H}) : grav_{\mathrm{B}}(\mathrm{G}) = grav(\mathrm{H}) : grav(\mathrm{G}).$$

Si ha allora che

$$grav_{\mathrm{B}}(\mathrm{H}) : grav_{\mathrm{B}}(\mathrm{G}) = \mathrm{AC}:\mathrm{AB}$$

cosicché si può concludere

$$grav_{\mathrm{C}}(\mathrm{F}) : grav_{\mathrm{B}}(\mathrm{G}) = \mathrm{AC}:\mathrm{AB}$$

[7]Per le proposizioni 6 e 7 del primo libro dell'*Equilibrio dei piani* già citate.

ovvero la tesi.

Nella pagina seguente Guidobaldo dimostra lo stesso teorema qualora i due pesi uguali, in questo caso E ed F, si trovino dalla stessa parte rispetto al fulcro della bilancia nei punti D e C.

La dimostrazione applica la proposizione appena vista immaginando un peso G, uguale ai due dati, posizionato in B punto posto ad una distanza uguale ad AD dal punto A[8].

Con queste due proposizioni l'attenzione si sposta dal tema dell'equilibrio a quello della "gravità" che un corpo ha in virtù della sua particolare posizione; si tratta di un concetto vicino alla moderna definizione di momento che rimanda però immediatamente all'equilibrio: due corpi in equilibrio su una bilancia hanno la stessa *gravitatem secundum situ*. Risulta facilmente allora che si tratta di due concetti distinti ed in qualche modo legati. Si tratta di una grandezza difficile da definire, da gestire da un punto di vista matematico: l'oscurità dell'enunciato del teorema proposto da Guidobaldo è in qualche modo legato a questo: si parla di "gravità", ma si intende qualcosa di più, una grandezza legata anche alla posizione del corpo rispetto ad un punto di riferimento.

Anche in questo caso è possibile individuare nel *De libra* del *Mechanicorum liber* una proposizione del tutto analoga a quella proposta nelle *Meditatiunculae*. La proposizione 6 *aliter* del *De libra*[9], infatti, propone esattamente lo stesso teorema; la somiglianza fra i due testi è molto forte non solo dal punto di vista contenutistico, ma anche da quello puramente formale. Anche le figure sono del tutto identiche e presentano le stesse lettere

---

[8]Si ha infatti per la proposizione precedente che
$grav_{B}(G) : grav_{E}(D) = AB:AD$
ed essendo per costruzione AB=AD segue che
$grav_{B}(G) = grav_{E}(D)$.
Applicando ancora una volta la proposizione precedente abbiamo inoltre che:
$grav_{B}(G) : grav_{C}(F) = AB:AC$
e sostituendo
$grav_{D}(E) : grav_{C}(F) = AD:AC$.

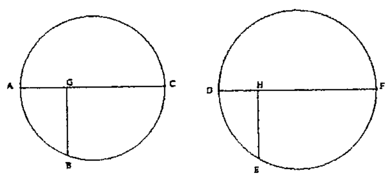
[9]L'enunciato della proposizione indicata è il seguente: "Pondera aequalia in libra appensa eam in gravitate proportionem habent; quam distantiae, ex quibus appenduntur". Cfr. [14], p. 35r.

Manca nelle *Meditatiunculae* un interessante corollario in cui si afferma che proprio per il teorema appena dimostrato il corpo più lontano dal fulcro della bilancia si muove più velocemente perché più grave[10].

Ancora sulla bilancia Guidobaldo ritorna alle pagine 55–56 delle *Mediattiunculae* in cui si propone di spiegare l'affermazione, contenuta nelle *Questiones Mechanices* pseudo-aristoteliche, secondo la quale le bilance più grandi sarebbero più precise di quelle più piccole.

La dimostrazione guidobaldiana propone dapprima un teorema sul cerchio, indubbiamente legato nella visione aristotelica alla teoria della bilancia, per passare poi all'applicazione di quanto appena provato nella dimostrazione della tesi principale.

Così nella prima parte Guidobaldo dimostra che dati i due cerchi diseguali

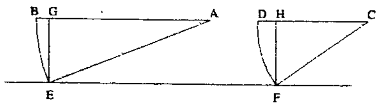


AC e DF e presi due segmenti perpendicolari ai diametri uguali tra loro, GC e HE si ha allora che

$$BG:GA < EH:HD$$

L'idea base della spiegazione di Guidobaldo consiste nello scomporre il moto di un corpo appeso ad una bilancia in una componente secondo natura, rappresentata da un segmento verticale, e una componente contro natura, rappresentata da un segmento orizzontale. Applicando il teorema appena dimostrato egli prova quindi che in rapporto tra il moto secondo natura ed il moto contro natura è maggiore nelle bilance grandi che in quelle piccole. Egli considera, infatti, le libre AB e CD, con AB < CD

[10]Ex hoc manifestum est, quo pondus a centro librae magis distat, eo gravius esse; et per consequens velocius moveri. Cfr. [14], p. 35v.



Per la proposizione precedente egli può affermare che

$$EG:GB<FH:HD$$

Poiché i segmenti GB e DH rappresentanmo il moto contro natura mentre GE e HF il moto secondo natura, Guidobaldo può affermare che il corpo nella bilancia più grande sarà mosso più agevolmente.

3.2.3 Sfera sul piano inclinato

A pagina 64 delle *Meditatiunculae* Guidobaldo propone un problema relativo al piano inclinato che può essere così riassunto:

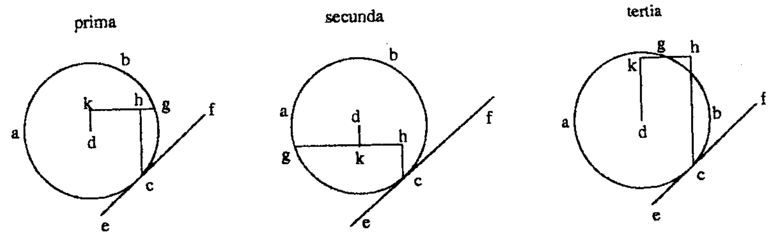
> Trovare la potenza necessaria a sostenere in un dato punto una sfera tangente ad un piano inclinato.

Sono dati quindi il piano inclinato EF, la sfera ABC di centro E e tangente al piano nel punto C ed il punto G dal quale vogliamo sostenere la sfera immobile sul piano inclinato.

Il cerchio ABC è il cerchio massimo che si ottiene tagliando la sfera con un piano perpendicolare all'orizzonte e passante per i punti D e C. Si tracci su tale piano la retta GHK parallela all'orizzonte e quindi le rette CH e DK ad essa perpendicolari. Immaginimo allora che GH sia una leva di fulcro H. Essendo D il centro di gravità della sfera si avrà una situazione di equilibrio quando in G sarà applicaro un peso P tale che

$$KH:HG=P:grav(sfera).$$

Dopo aver risolto il problema Guidobaldo fa notare che a secondo della posizione del punto G la leva considerata può essere del primo tipo[12] oppure del secondo[13] o del terzo[14] seguendo quanto già mostrato nel *de vecte*.



Leggendo questa dimostrazione colpisce la somiglianza tra essa ed una parte della soluzione che Pappo, nella proposizione 9 dell'ottavo libro[15], fornisce al problema di trovare la potenza necessaria a far muovere un peso su un piano inclinato una volta nota la potenza necessaria a far muovere tale corpo sul piano orizzontale[16]. La dimostrazione di Pappo, infatti, può essere brevemente riassunta nel modo seguente: è dato un peso A ed una potenza C che lo fa muovere sul piano orizzontale MN. È necessario trovare la potenza che fa muovere tale corpo lungo il piano inclinato KM.

[12]Le prime tre proposizioni del *de vecte* possono essere enunciate tutte nello stesso modo; ciò che in esse varia è la posizione relativa del fulcro della leva, del punto in cui è posto il peso e quello in cui è applicata la potenza equilibrante. L'enunciato della prima proposizione è il seguente: "Potentia sustinens pondus vecti appensum; eandem ad ipsum pondus proportionem habebit, quam vectis distantia inter fulcimentum, ac ponderi suspensionem ad distantiam a fulcimento ad potentiam interiectam." Nella prima proposizione il fulcro si trova tra il peso e la potenza. Cfr. [14], p. 38r–38v.

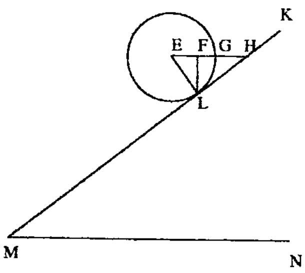
[13]Nella seconda proposizione del *de vecte*, il cui enunciato — *Alio modo vecti uti possumus* — rimanda al teorema precedente, il peso è, invece, situato tra il fulcro e la potenza. Cfr. [14], p. 39r.

[14]La terza proposizione — *Alio quoque modo vecte uti possumus* — prevede che la potenza si trovi tra il peso ed il fulcro. Cfr. [14], p.41r.

[15]Dato pondere a data potentia ducto in plano horizonti parallelo, et altero plano inclinato, quod ad subiectum planum datum angulum efficiat, invenire potentiam a qua pondus in plano inclinatus ducatur. Cfr [21], p. 313r.

[16]La teoria del piano inclinato proposta da Pappo nelle sue *Mathematicae Collectiones* è falsata dalla convinzione che un corpo per potersi muovere su un piano orizzontale debba essere soggetto all'azione di una potenza. Galileo nelle sue *Meccaniche* individua e segnala questo errore nella dimostrazione di Pappo. Cfr. [42], vol. II, p. 18 e seg. Guidobaldo, invece, accetta e ripropone nella traduzione italiana del *Mechanicorum* la dimostrazione di Pappo. Cfr. [33], p. 229–231.

Si consideri allora una sfera della stessa "gravità" di A ed avente il centro in E.



Sia L il punto in cui la sfera è tangente al piano inclinato e G il punto di intersezione della parallela per G all'orizzonte con la sfera stessa. Se in G si applica un peso tale che GF:FE=A:B, allora A e B si faranno equilibrio intorno al punto F fulcro della leva EF cosicchè la sfera resterà ferma sul piano inclinato. La sfera sarà quindi nelle stesse condizioni in cui si trova sul piano orizzontale quando per muoverla è necessaria la potenza C.

Se D è una potenza tale che A:B=C:D, vale a dire la potenza necessaria per muovere B sul piano orizzontale, la potenza per far muovere A lungo il piano inclinato sarà la somma delle due potenze C e D. Nella dimostrazione brevemente accennata la posizione del punto G è determinata dai dati del problema, mentre nella pagina delle *Meditatiunculae* la posizione di tale punto è scelta in maniera arbitaria cosicché si possono verificare le tre diverse situazioni già descritte.

Naturalmente non è chiaro se questa pagina sia stata realmente ispirato a Guidobaldo dalla lettura di Pappo; certamente i due problemi sono fortemente legati. Anche in questo caso, inoltre, egli accetta l'impostazione di Pappo che riporta alla leva retta il problema del piano inclinato proponendo una soluzione erronea.

3.3 Le pagine sulla coclea

Come abbiamo accennato nel primo capitolo alcune pagine delle *Meditatiunculae* sono dedicate alla coclea. Si tratta di soli 4 fogli — 57, 57 *bis*, 58 e 134 — i primi tre scritti in latino, l'ultimo in volgare. Nella prime pagine

Guidobaldo spiega da un punto di vista teorico come vada scelta l'inclinazione delle eliche sul cilindro affinché l'acqua possa salire. Per fare questo egli ricorre tra l'altro a quanto aveva già accennato nel suo *Mechanicorum liber*, nella sezione *de cochlea*[17]. Nell'ultima pagina su questo argomento il tono della trattazione cambia e, dal piano teorico, si sposta in un contesto pratico in cui l'interesse si focalizza su come posizionare la coclea nel fiume affinché l'acqua possa fluire in essa. Non è da escludere che l'uso del volgare piuttosto che il latino in questa occasione sia anche giustificato dal diverso contesto in cui la pagina si colloca. Ed in effetti la pagina 134 è seguita da pagine in volgare relative alle ruote (pagina 135) e alle girelle (136) in cui i problemi affrontati sono essenzialmente di tipo pratico: nella prima Guidobaldo elenca una serie di inconvenienti e di lati positivi per le macchine che utilizzano ruote poste perpendicolarmente all'orizzonte; nella seconda invece propone qualche suggerimento utile per poter costruire le taglie utilizzando le girelle in modo tale che le corde non producano un attrito eccessivo venendo a contatto una con l'altra.

Sottolineato il carattere prevalentemente pratico della pagina 134 sulla coclea, concentriamo ora la nostra attenzione sulle prime tre pagine. Di esse, due fanno parte del corpo principale del manoscritto, mentre la terza si trova su un foglio inserito come 57 *bis* che non contiene alcuna figura di riferimento.

Nella prima pagina Guidobaldo si propone di individuare l'inclinazione delle eliche di una coclea rispetto all'orizzonte. Egli propone l'esempio di una coclea con quattro eliche. Il punto di partenza è il triangolo rettangolo caratteristico, definito nel *Mechanicorum liber* in cui un cateto è pari alla distanza tra la prima e l'ultima elica e l'altro a n volte la circonferenza di base del cilindro dove n è il numero delle eliche, nel nostro caso quattro[18]. È necessario distinguere vari casi a seconda dell'inclinazione del cilindro rispetto all'orizzonte: così Guidobaldo considera il caso in cui il cilindro risulti essere perpendicolare all'orizzonte; quello in cui l'inclinazione del cilindro sia pari all'angolo DEC del triangolo caratteristico ed infine il caso in cui l'inclinazione sia minore di tale angolo. Per ognuna di queste situazioni

[17] Cfr. [14], p. 120–131.

[18] Si fuerit cochlea AC helices habens aequales CDEFG. Dico has nihil aliud esse praeter planum horizonti inclinatum circa cylindrum revolutum. Cfr. [14], p. 124.

Guidobaldo indica l'inclinazione delle eliche rispetto all'orizzonte.

Nella pagina che segue 57 *bis*, il problema si sposta e Guidobaldo si chiede come una data coclea debba essere inclinata rispetto all'orizzonte affinché l'acqua possa fluire in essa. La terza proposizione, infine, propone il problema inverso rispetto a quello appena enunciato: in questo caso, infatti, l'inclinazione della coclea è data, si chiede di determinare l'angolo secondo il quale vanno costruite le eliche sul cilindro affinchè l'acqua possa fluire. In entrambi i casi la condizione necessaria affinché l'acqua possa salire lungo la coclea è che l'estemità del diametro di base del cilindro risulti essere in posizione più elevata rispetto ai punti dell'elica vicini cosicché l'acqua si muoverà lungo l'elica.

Nelle lettere citate nel primo capitolo Guidobaldo parla della coclea riferendosi non solo ad appunti mal scritti e da risistemare, nelle lettere del 1589–1590 a Galileo, ma anche, nella lettera del 1593, ad un'opera sulla coclea che pensa di pubblicare, probabilmente dopo quella sulla prospettiva[19]. In effetti, il *De cochlea libri quatuor* sarà pubblicato solo molti anni dopo la morte di Guidobaldo, nel 1615. È interessante notare che il materiale sulla coclea presente nelle *Meditatiunculae* si ritrova nel primo libro del *De cochlea* talvolta risistemato ed ampliato, come nel caso della proposizione di pagina 57, talvolta pressoché identico. Le pagine manoscritte costituiscono, infatti, le proposizioni 1, 2 e 4 del primo libro del *De cochlea*[20]. Per quanto riguarda la prima proposizione, in cui nelle *Meditatiunculae* Guidobaldo individua tre casi differenti, troviamo nell'opera a stampa un caso in più non trattato precedentemente, quello in cui l'inclinazione del cilindro sia maggiore dell'angolo DEC. Da notare, inoltre, che se nelle *Meditatiunculae* l'esempio riguarda una cochlea con quattro eliche, nella stampa Guidobaldo propone due sole spire. Le altre due proposizioni presentano maggiore simililarità, anzi spesso il testo scorre parallelamente. Alcuni cambiamenti intervengono nella figura che tuttavia mantiene inalterate le lettere. Naturalmente si tratta di tre soli problemi inseriti in un'opera di vaste dimensioni in cui l'interesse è rivolto non solo ad aspetti meccanici, ma si sviluppa anche nel senso di una ricerca di tipo geometrico sul rapporto tra le eliche ed il cilindro. Risulta, tuttavia, importante sottolineare che le pagine delle *Medi-*

[19] Si veda il paragrafo 1.5.2, p. 566.

[20] Cfr. [34], p. 5–9.

tatiunculae rappresentano il punto di partenza dello studio che porterà alla stesura dell'opera completa. Indubbiamente gli appunti delle *Meditatiunculae* possono ben essere intesi come gli appunti mal scritti cui Guidobaldo fa riferimento nel 1589–1590, ma sono senz'altro precedenti la lettera del '93 in cui lo studio sulla coclea ha già la configurazione di un'opera da dare alle stampe.

3.4 Il principio di Archimede nelle pagine delle *Meditatiunculae*

Nelle pagine esaminate nel precedente paragrafo i testi di riferimento delle riflessioni di Guidobaldo, nel senso di un approfondimento delle tematiche in essi affrontate e dell'eventuale applicazione dei contenuti, sono principalmente il *Mechanicorum liber*, l'*Equilibrio dei piani* di Archimede, citato senza alcun riferimento esplicito alla *Paraphrasis* guidobaldiana e le *Mathematicae collectiones* di Pappo. In questo paragrafo presentiamo, invece, una serie di carte in cui il testo su cui Guidobaldo riflette sono i *Galleggianti* di Archimede, citati nell'edizione di Commandino[21]. Ancora una volta noteremo come lo studio dell'opera di Archimede sembri affascinare Guidobaldo che cerca di conciliare anche in questo caso la teoria del galleggiamento archimedea, con la legge del moto di Aristotele.

3.4.1 Movimento di un corpo in un mezzo liquido

Alle pagine 41–42 delle *Meditatiunculae* Guidobaldo presenta un teorema circa il moto di un corpo all'interno di un mezzo liquido.

L'enunciato del teorema può essere così esposto:

> Grandezze solide della stessa specie e figura più pesanti di un liquido, percorreranno un uguale spazio nello stesso tempo se abbondonate nel liquido.

La dimostrazione è preceduta da una distinzione in casi, a seconda che le grandezze date siano tra loro uguali o diseguali. In questa specificazione,

[21] Cfr. [10].

naturalmente, l'uguaglianza va intesa relativamente alla *magnitudo* ovvero in termini moderni al volume delle due grandezze. Nel caso di uguaglianza, quindi, la tesi è banale, cosicché l'unica situazione interessante è quella in cui le due grandezze siano tra loro diverse.

Osserviamo che nella dimostrazione giocano un ruolo importante le seguenti grandezze relative ad ogni corpo x: la "gravità", la *magnitudo* e la quantità di liquido avente la stessa *magnitudo* di x che indicheremo rispettivamente con la notazione $grav(x)$, $magn(x)$ e $L(x)$. Osserviamo che la notazione appena introdotta è diversa da quella adottata da Guidobaldo, ma ci permette di illustrare la dimostrazione guidobaldiana con maggior facilità senza perlatro falsarne lo spirito[22].

Siano date allora le grandezze della stessa specie e figura A e B con A > B. La tesi che Guidobaldo si propone di dimostrare è che le grandezze A e B poste nel liquido percorreranno spazi uguali nello stesso intervallo di tempo.

Centrale nello sviluppo della dimostrazione è la proposizione 7 del primo libro dei *Galleggianti* di Archimede della quale Guidobaldo riporta l'intero enunciato nella traduzione di Federico Commandino[23]. Tale proposizione permette, infatti, di quantificare la perdita di peso di una grandezza immersa in un liquido: essa risulta infatti essere uguale alla gravità di una quantità di liquido avente la stessa *magnitudo* della grandezza immersa.

Il secondo punto centrale nella dimostrazione è, poi, l'identificazione di tale perdita di peso con la resistenza che il mezzo liquido oppone al movimento della grandezza.

Se seguendo la tradizione aristotelica indichiamo con il termine "resistenza" al moto tutto ciò che ad esso si oppone possiamo interpretare la "maggior leggerezza" come resistenza al moto verso il basso che è dovuto alla *gravitas*. La misura della maggior leggerezza dà quindi, in qualche modo, la misura della resistenza. Possiamo allora concludere scrivendo la relazione seguente:

---

[22]Vorremmo sottolineare il fatto che non sempre nella trattazione di Guidobaldo la distinzione tra grandezza e *magnitudo* di tale grandezza è esplicitata a livello formale. Sul concetto di *magnitudo, moles, gravitas* e *pondus* si veda l'articolo di P. D. Napolitani, *La geometrizzazione della realtà fisica: il peso specifico in Ghetaldi e in Galileo*, cfr. [51].

[23]Si veda la nota 28 di questo capitolo.

$$res(\text{A}) = grav(L(\text{A})$$

dove con l'espressione $res(\text{A})$ indichiamo appunto la resistenza opposta dal mezzo alla grandezza A.

A questo punto interviene la legge aristotelica di caduta secondo cui la velocità di un corpo in un mezzo è direttamente proporzionale alla "gravità" ed inversamente proporzionale alla resistenza. Per dimostrare che i due corpi in un tempo fissato percorrono spazi uguali, hanno cioè la stessa velocità, basterà dimostrare che per i due corpi il rapporto tra "gravità" e resistenza è lo stesso. Così Guidobaldo dimostra, come primo passo, che il rapporto della resistenza alla grandezza è lo stesso per A e B[24]. L'esposizione di questo primo passo è estremamente chiara e curata anche dal punto di vista formale: i teoremi di Euclide utilizzati sono puntualmente citati in margine mentre lo scarso numero di cancellature ci induce a credere che Guidobaldo non avesse dubbi o incertezze su questa prima parte. La situazione cambia notevolmente, invece, nella seconda parte della trattazione in cui si vuole dedurre dalla proporzionalità appena dimostrata la tesi del teorema legando il rapporto $grav(L(\text{A})) : grav(\text{A})$ alla velocità della grandezza A nel liquido.

In questa parte Guidobaldo mostra incertezze e dubbi rilevabili attraverso l'analisi dei cambiamenti, talvolta importanti, che Guidobaldo apporta sulla versione originaria, spostando paragrafi ed intervenendo a più riprese sul testo. L'incertezza di Guidobaldo sembra essere focalizzata sul concetto di *resistentia* e *proportio resistentiae*. In una prima versione egli infatti esordisce affermando che il rapporto

$$grav(L(\text{A})) : grav(\text{A}) = grav(L(\text{B})) : grav(\text{B})$$

[24]Riportiamo brevemente la dimostrazione del primo punto.
Essendo $magn(\text{A}) = magn(L(\text{A}))$ e $magn(\text{B}) = magn(L(\text{B}))$ vale la proporzione seguente
$magn(\text{A}) : magn(\text{B}) = magn(L(\text{A})) : magn(L(\text{B}))$
ma essendo le grandezze A e B della stessa specie si ha
$magn(\text{A}) : magn(\text{B}) = grav(\text{A}) : grav(\text{B})$
e per lo stesso motivo
$magn(L(\text{A})) : magn(L(\text{B})) = grav(L(\text{A})) : grav(L(\text{B}))$.
Possiamo dedurre allora che $grav(\text{A}) : grav(\text{B}) = grav(L(\text{A})) : grav(L(\text{B}))$
e quindi permutando e convertendo
$grav(L(\text{A})) : grav(\text{A}) = grav(L(\text{B})) : grav(\text{B})$.

non è altro che il rapporto della resistenza che il liquido oppone alle grandezze A e B[25] e solo in un secondo tempo richiama la proposizione dei *Galleggianti*. In questa prima versione risulta quindi oscuro che cosa intenda Guidobaldo per *resistentia*: probabilmente per questo motivo egli cambia l'ordine dei due paragrafi anteponendo nella versione finale la citazione dei *Galleggianti* all'affermazione circa il rapporto della resistenza. In questo modo, infatti, risulta con maggior chiarezza che cosa Guidobaldo intenda per *resistentia* e perché essa si possa identificare con la "gravità" di una mole di liquido pari in *magnitudine* alla grandezza immersa.

Le pagine che abbiamo appena descritto ed, in qualche modo, interpretato mostrano ancora una volta il tentativo di Guidobaldo di fondere la teoria aristotelica del moto con la teoria matematizzata che Archimede propone nelle proprie opere. Così se è da Aristotele che, pur senza citarlo, Guidobaldo trae la possibilità di confrontare le "velocità" dei due corpi A e B, è a partire dalla teoria archimedea sul galleggiamento che può quantificare la resistenza offerta dal mezzo. Così due mondi in apparenza lontani vengono fusi in un'unica teoria in cui i risultati matematici di Archimede si integrano con una teoria filosofica che è in grado di spiegare la vera causa del galleggiamento dei corpi o il movimento di un corpo in un mezzo.

3.4.2 Il problema della corona ovvero *mixti proportionem invenire*

Alle pagine 119–120 delle *Meditatiunculae* Guidobaldo affronta il problema comunemente noto come problema della corona. Vitruvio nel IX libro del suo *de architectura*, esplicitamente citato da Guidobaldo, racconta come Archimede avesse scoperto il furto dell'orefice valutando il peso della quantità d'acqua fuoriuscita da un vaso colmo qualora si immergesse in esso la corona o una massa d'oro ed una d'argento di peso uguale alla corona. Il problema può essere enunciato in termini generali, citando le parole utilizzate dallo stesso Guidobaldo, nel modo seguente: *mixti proportionem invenire*. Tale argomento viene infatti ripreso, riformulato ed approfondito da Guidobaldo alle pagine 232–234 delle *Meditatiunculae* stesse.

[25] Il testo è il seguente: "proportio resistentiae quam facit humidum ad magnitudines *a*, *b*." Cfr. p. 281.

Il tipo di approccio che Guidobaldo adotta nella prima versione appare profondamente diverso ripetto a quello, indubbiamente più maturo e matematizzato, che caratterizza l'ultima esposizione. Nella prima trattazione, infatti, egli propone una spiegazione priva di generalità riferendosi ad un esempio numerico ed indicando che il procedimento sarebbe applicabile negli stessi termini anche in un secondo caso raffigurato in margine.

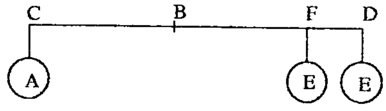
Egli ripropone l'idea tramandata da Vitruvio secondo la quale se x ed y rappresentano il peso dell'oro e dell'argento presenti nella corona, mentre $grav_o$, $grav_a$ e $grav_c$ sono rispettivamente i pesi delle quantità di acqua fuoriuscita nell'immersione rispettivamente delle masse di oro e d'argento e della corona, aventi tutte lo stesso peso, allora vale la relazione seguente:

$$x : y = (grav_a - grav_c) : (grav_c - grav_o)$$

Tutto questo viene espresso attraverso un esempio e senza alcun tentativo di giustificazione di tipo matematico. Così, se il peso della corona è 30 libbre e $grav_c = 12$, $grav_o = 10$ e $grav_a = 15$ si ha che il rapporto tra la quantità di oro e d'argento presenti nella corona sarà di 3 a 2. Saranno quindi 18 le libbre d'oro e 12 quelle d'argento.

Le parole di Vitruvio, conclude Guidobaldo, sono poco chiare e mancano di una spiegazione esauriente del fenomeno. Solo in un secondo tempo, con diverso inchiostro, Guidobaldo sottolinea la scarsa applicabilità del metodo che ha appena descritto, dovuta alla difficoltà che si incontra nel pesare con esattezza l'acqua fuoriuscita dal vaso. Per ovviare a questo inconveniente Guidobaldo propone l'uso di una bilancia, secondo il metodo descritto a pagina 233 a cui rinvia esplicitamente. Alle pagine 232–233, infatti, Guidobaldo presenta una trattazione più completa, in cui non solo sparisce la presentazione attraverso esempi, ma il metodo viene giustificato sulla base oltre che del *De libra*[26] anche dei teoremi dei *Galleggianti* di Archimede citati nell'edizione di Federico Commandino *De iis quae vehuntur in aqua*[27]. Così a pagina 232 egli propone di trovare con la bilancia il rapporto tra il peso di un corpo più pesante di un liquido e il peso di un volume di liquido pari al volume del corpo dato.

[26]Cfr. [14].
[27]Cfr. [10].



Sia A il corpo più pesante del liquido, supponiamo che si tratti di acqua; si ponga in D un peso E che faccia equilibrio ad A nella bilancia di fulcro B. Quando il corpo A viene immerso nell'acqua, E cessa di equilibrare A, ma risulta necessario spostarlo nel punto F affinché si abbia equilibrio.

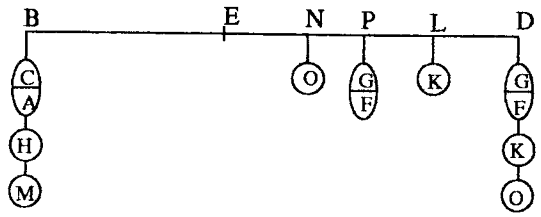
La tesi che Guidobaldo si propone di dimostrare è che

$$grav(\mathrm{A}) : grav(\mathrm{L}) = \mathrm{BD}:\mathrm{FD}$$

dove L è un volume di liquido pari a al volume di A.

La dimostrazione si basa sulla proposizione 7 dei *Galleggianti*[28] di Archimede per cui la perdita di peso di un corpo immerso in un liquido è pari al peso di un volume di liquido pari al volume del corpo immerso[29].

Questo primo teorema viene applicato a pagina 233 al problema di stabilire la composizione di un corpo costituito di due diversi materiali, ad esempio oro ed argento.



È dato il misto AC di cui si vuole stabilire la composizione, ovvero il rapporto A:C utilizzando la bilancia di fulcro E. Si ponga allora in D un peso FG che equilibri AC. Si ponga poi in B un corpo H d'oro che sia equilibrato da K

[28] L'enunciato della proposizione citata è il seguente: "Solidae magnitudines humido graviores demissae in humidum ferentur deorsum, donec descendant: et erunt in humido tanto leviores, quanta est gravitas humidi molem habentis solidae magnitudini aequalem." Cfr. [10], p. 5r.

[29] La dimostrazione si sviluppa nel modo seguente: se $grav'(\mathrm{A})$ è la "gravità" di A una volta immerso nel liquido si ha che: $grav'(\mathrm{A}) : grav(\mathrm{E}) = \mathrm{BF}:\mathrm{BC}$.
Essendo anche che $grav(\mathrm{E}) : grav(\mathrm{A}) = \mathrm{BC}:\mathrm{BD}$ segue che $grav'(\mathrm{A}) : grav(\mathrm{A}) = \mathrm{BF}:\mathrm{BD}$
e quindi $[grav(\mathrm{A}) - grav'(\mathrm{A})] : grav(\mathrm{A}) = (\mathrm{BD}\text{-}\mathrm{BF}):\mathrm{BD}$
ovvero $grav(\mathrm{L}) : grav(\mathrm{A}) = \mathrm{FD}:\mathrm{BD}$.

in D. Si immerga quindi H nel liquido e si sposti K in L affinché sia abbia una situazione di equilibrio. Si ponga quindi in B un corpo M in argento equilibrato da O in D. Una volta immerso nel liquido sia esso equilibrato da O in N. Si ponga poi il misto AC nel liquido e venga equilibrato da FG in P.

Si avrà allora che A:C=NP:PL.

Se immaginiamo, infatti, FG suddiviso in modo tale che F equilibri A mentre G fa equilibrio a C, allora F farà equilibrio ad A immerso nel punto L e G farà equilibrio a C immerso nel punto N. Ma, per quanto detto sopra, FG fa equilibrio ad AC nel punto P.
Ne segue, per la proposizione 5 del *De libra*[30] che

$$grav_{\mathrm{L}}(\mathrm{F}) : grav_{\mathrm{N}}(\mathrm{G}) = \mathrm{NP{:}PL}$$

e, sostituendo, $grav_{\mathrm{B}}(\mathrm{A}) : grav_{\mathrm{B}}(\mathrm{C}) = \mathrm{NP{:}PL}$ e quindi essendo A e B appesi nello stesso punto: $grav(\mathrm{A}) : grav(\mathrm{C}) = \mathrm{NP{:}PL}$.

Della stessa proposizione Guidobaldo presenta un *aliter*, alla pagina successiva, che appare particolarmente interessante per un'aggiunta, effettuata in volgare e con una grafia più minuta rispetto a quella della parte precedente, in cui Guidobaldo sottolinea la difficoltà che si può incontrare nel valutare il rapporto NP:PL per le ridotte dimensioni delle due parti, o per il fatto che le due parti non differiscano in maniera notevole.

Proprio per risolvere questa difficoltà Guidobaldo propone due metodi in qualche modo complementari: scelto arbitrariamente un punto Q si congiungano e prolunghino le rette QNR, QPS, QLT essendo RST parallela a BED. Si ha allora che NP:PL=RS:ST. In questo modo le dimensioni dei due segmenti vengono dilatate mantenendo naturalmente invariato il rapporto che ci interessa. Tale metodo sembra funzionare perfettamente dal punto di vista geometrico, ma non altrettando se immaginiamo una situazione reale, in cui tracciare linee ed individuare intersezioni non appare così banale. Da questo punto di vista, aiuta la seconda idea che Guidobaldo propone che sembra maggiormente legata ad una considerazione pratica e non puramente geometrica del problema. Guidobaldo propone di avvolgere un sottile filo

[30] L'enunciato della proposizione citata è il seguente: "Duo pondera in libra appensa, si libra inter haec ita dividatur, ut partes ponderibus permutatim respondeant; tam in punctis appensis ponderabunt, quam utraque ex divisionis puncto suspendantur." Crf. [14], p. 30v.

metallico intorno al bastone che costituisce la bilancia in modo che contando le spire che coprono i due segmenti si possa avere in maniera semplice la valutazione del rapporto cercato.

L'idea di avvolgere un filo metallico intorno all'asta che costituisce la bilancia, in modo da facilitare nella pratica la valutazione del rapporto cercato, richiama alla memoria l'artificio che il giovane Galileo propone a conclusione della sua *Bilancetta*[31].

[31] Cfr. [42], Vol. I, p. 215–220.

Si tratta di un lavoro composto da Galileo nel 1586, dopo l'interruzione dei suoi studi di medicina. Venne pubblicata soltanto nel 1644 nell'opera *Archimedis redivivo con la stadera del momento del dottor don Gio. Battista Hodierna. Dove non solamente s'insegna il modo di scoprir le frodi nella falsificazione dell'Oro e dell'Argento, ma si notifica l'uso delli pesi, e delle misure civili presso diverse nazioni del mondo, e di questo Regno di Sicilia.* In Palermo, per Decio Cirillo, 1644. La *Bilancetta* si trova nelle pagine 1–8.

Riportiamo il testo della parte conclusiva dell'opera in cui Galileo descrive con estrema attenzione la sua bilancia: "Per fabricar dunque la bilancia, piglisi un regolo lungo almeno due braccia, e quanto più sarà lungo più sarà esatto l'istrumento; e dividasi nel mezo, dove si ponga il perpendicolo; poi si aggiustino le braccia che stiano nell'equilibrio, con l'assottigliare quello che pesasse più; e sopra l'uno delle braccia si notino i termini dove ritornano i contrapesi de i metalli semplici quando saranno pesati nell'aqqua, avvertendo di pesare i metalli più puri che si trovino. Fatto che sarà questo, resta a ritrovar modo col quale si possa con facilità aver la proporzione, secondo la quale le distanze tra i termini de i metalli puti verranno divise da i segni dei misti; il che, al mio giudizo, si conseguirà in questo modo: sopra i termini dei metalli semplici avvolgasi un sol filo di corda d'acciaio sottilissima; ed intorno agli intervalli, che tra i termini rimangono, avvolgasi un filo di ottone pur sottilissimo; e verranno tali distanze divise in particelle uguali. Come, per essempio, sopra li termini e, f avvolgo 2 fili solo di acciaio (e questo per distinguerli dall'ottone); e poi vo riempendo tutto lo spazio tra e, f con l'avvolgervi un filo sottilissimo di ottone, il quale mi dividerà lo spazio ef in molte particelle uguali; poi quando io vorrò sapere la proporzione che è tra fg ge, conterò i fili fg ed i fili ge, e trovando i fili fg esser 40 ed i ge esser, per essempio 21, dirò nel misto esser 40 di oro e 21 di argento.

Ma qui è da avvertire che nasce una difficoltà nel contare: però che, per essere quesi fili sottilissimi, come si richiede all'esquisitezza, non è possibile con la vista numerarli, però che tra sì piccoli spazi si abbaglia l'occhio. Adunque, per numerargli con facilità, piglisi uno stiletto acutissimo, col quale si vada adagio adagio discorrendo sopra detti fili; ché così parte mediante l'udito, parte mediante il ritrovar la mano ad ogni filo l'impedimento, verranno con facilità detti fili numerati: dal numero de i quali, come ho detto sopra, si averà l'esquisita quantità de i semplici, de' quali è il misto composto. Avvertendo però, che i semplici risponderanno contrariamente alle distanze: come, per esempio, in un misto

La descrizione che Galileo propone nella sua opera è molto più particolareggiata e ricca rispetto a quella appena accennata da Guidobaldo in un appunto aggiunto solo in un secondo momento, tuttavia ci sembra, che l'idea così particolare di avvolgere un filo metallico possa rappresentare un elemento che accomuna fortemente la pagina delle *Meditatiunculae* con il trattatello galileiano. Questo probabilmente non è di per sé sufficiente ad ipotizzare una possibile influenza galileiana sulla pagina delle *Meditatiunculae* analizzata. Vorremmo sottolineare, tuttavia, due elementi che sembrano sostenere l'ipotesi che la risistemazione della soluzione del problema della corona abbia risentito dell'influenza di Galileo.

Da una parte è importante notare il fatto che, nella prima soluzione (a pagina 119), Guidobaldo non accenna minimamente al principio di Archimede, ovvero alla settima proposizione dei *Galleggianti*, quale spiegazione del metodo che portò Archimede a scoprire il furto dell'orefice. Sappiamo, tuttavia, che Guidobaldo conosceva tale principio, dal momento che nelle pagine 42–43 egli costruisce la sua "teoria" sul moto di un corpo in un liquido proprio basandosi su tale principio. Risulta abbastanza chiaramente che nel momento in cui scrive la prima soluzione egli non è prefettamente cosciente del motivo per cui il metodo archimedeo che descrive funziona e, comunque, non si preoccupa di spiegarlo. Ecco che invece alle pagine 232–233 la dimostrazione della validità del metodo diventa rigorosa, esplicitamente basata sul principio di Archimede e sull'uso della bilancia, gli stessi elementi che Galileo pone alla base della sua *Bilancetta*. Dobbiamo osservare che queste osservazioni non sono conclusive, dal momento che l'uso della bilancia idrostatica per risolvere il problema della corona veniva riportato in una tradizione, indipendente da quella di Vitruvio, tramandata dal *Carmen de ponderibus*[32].

Nonostante le pretese di originalità avanzate da Galileo in apertura del suo lavoro giovanile[33] l'idea di usare la bilancia idrostatica non era, quindi,

---

d'oro e d'argento, i fili che saranno verso il termine dell'argento ci daranno la quantità dell'oro. E quelli che saranno verso 'l termine dell'oro ci dimostreranno la quantità dell'argento; ed il medesimo intendasi degli altri misti."

[32] Si tratta di un poema metrologico tardo antico (III-IV secolo d. C.) che circolò insieme alla grammatica di Prisciano: secondo Clagett la prima edizione a stampa del Carmen, infatti, è quella contenuta nelle *Opera* di prisciano (Venezia 1488).

[33] Dopo aver dichiarato la scarsa attendibilità di quanto riportato da alcuni autori

nuova nella tradizione archimedea o pseudo-archimedea. L'originalità dello scritto galileiano consiste, invece, nella capacità di individuare le difficoltà pratiche insite nell'uso di tale strumento e di perfezionarlo al fine di renderlo funzionante non solo da un punto di vista teorico. Ed, in effetti, i risultati che egli ottiene con questo strumento e riporta nella *Tavola delle proporzioni della gravità in specie de i metalli e delle gioie pesate in aria e acqua*[34] sono tra i migliori dell'epoca.

Nella pagina delle *Meditatiunculae*, dunque, si ritrova in forma di appunto veloce un'idea che rappresenta il maggior elemento di originalità dell'opera giovanile di Galileo, cosicché ci sembra giustificata l'ipotesi che su tale appunto, se non su tutte le tre pagine in cui compare la trattazione del problema della corona in forma rigorosa, possa leggersi un'influenza galileiana.

Il secondo elemento che ci sembra importante a sostegno della nostra ipotesi è che le pagine su cui stiamo discutendo fanno parte di un gruppo di carte in cui, in più punti, è possibile individuare suggestioni galileiane. Rimandiamo al capitolo 7 la presentazione di queste pagine; ciò che ci interessa in questo contesto è sottolineare la forte probabilità di uno scambio di idee tra Galileo e Guidobaldo circa la bilancia idrostatica è la soluzione del problema della corona.

---

relativamente al modo in cui Archimede scoprì il furto dell'orefice, Galileo scrive: "Ma il conoscer io che tal modo era in tutto fallace e privo di quella esattezza che si richiede nelle cose matematiche, mi ha più volte fatto pensare in qual maniera, co 'l mezzo dell'aqqua, si potesse esquisitamente ritrovare la mistione di due metalli; e finalmente, dopo aver con diligenza riveduto quello che Archimede dimostra nei suoi libri Delle cose che stanno nell'aqqua ed in quelli Delle cose che pesano ugualmente, mi è venuto in mente un modo che esquisitissimamente risolve il nostro quesito: il qual modo crederò io esser l'istesso che usasse Archimede, atteso che, oltre all'esser esattissimo, depende ancora da dimostrazioni ritrovate nel medesimo Archimede.

Il modo è co 'l mezzo di una bilancia, la cui fabbrica ed uso qui appresso sarà posto, dopo che si averà dichiarato quanto a tale intelligenza è necessario. Cfr. [42], Vol. I, p. 215–216.

[34]Cfr. [42], p. 221–228.

Capitolo 4

La prospettiva nelle *Meditatiunculae*

Le carte delle *Meditatiunculae* concernenti la prospettiva sono suddivise in due blocchi: il primo, scritto in italiano, porta il titolo *Della prospettiva* e occupa le pagine 155–180; il secondo, in latino, non è titolato e si trova alle pagine 188–228.

I due gruppi di carte segnalati differiscono notevolmente per quanto riguarda la forma, lo stile espositivo e, come vedremo nel seguito, mostrano due tappe differenti nell'evoluzione della teoria prospettica guidobaldiana[1].

4.1 Il *Della prospettiva*

Le pagine che costituiscono il *Della prospettiva* si presentano in forma estremamente ordinata, sono scritte con una grafia minuta e precisa e sono cor-

[1] Le pagine di prospettiva presenti nelle *Meditatiunculae* sono state oggetto della tesi di Laurea della Dott. P. Marchi. Ho avuto l'occasione di lavorare con lei relativamente a questo tema e ritengo di poter condividere le tesi che sostiene nel suo lavoro al quale rimando per un'analisi puntuale ed approfondita del materiale prospettico nelle *Mediatiunculae* in rapporto anche all'opera edita di Guidobaldo su questo argomento. Cfr. [59].

In questo capitolo illustrerò in sintesi i contenuti delle pagine di prospettiva nelle *Mediatiunculae* cercando di evidenziare i punti maggiormente interessanti indispensabili per la chiara comprensione del percorso di ricerca che Guidobaldo matura in queste pagine.

redate da figure eseguite con riga e compasso. Poco numerose sono inoltre le cancellature e le aggiunte, a testimonianza ulteriore del fatto che si tratti di una sistemazione in bella copia di materiale precedentemente sviluppato e giunto ormai ad una alto grado di maturazione.

Dal punto di vista contenutistico emerge con chiarezza che la trattazione presentata in queste prime pagine non risente della teoria dei punti di fuga elaborata da Guidobaldo cosicché si può arguire che sia ad essa precedente. Questa ipotesi verrà confermata anche dallo studio della seconda parte in cui la teoria dei punti di fuga viene via via delineandosi. Vorremmo osservare, inoltre, che la trattazione sembra essere lontana da uno stile dimostrativo rigoroso di tipo geometrico per avvicinarsi, soprattutto nelle pagine iniziali, ad una spiegazione per l'applicazione di un metodo piuttosto che alla dimostrazione della sua validità. Non dobbiamo dimenticare che la prospettiva nasce, prima che come teoria matematica, come una tecnica pittorica che vive in un ambiente di pratici interessati non tanto ad una giustificazione teorica di un metodo, quanto ai suoi buoni risultati. La tradizione prospettica che Guidobaldo eredita è fatta, quindi, di regole spiegate, insegnate ed utilizzate ma non giustificate dal punto di vista teorico. Di essa sembrano risentire in particolare le prime pagine del *della prospettiva* che si apre proprio con la descrizione di sei modi per individuare la visione prospettica di un punto su un piano perpendicolare all'orizzonte. Si tratta quindi, ancora una volta, di dare regole, di spiegare come esse funzionino operativamente.

Un'ansia di giustificazione teorica sembra però essere presente anche nella descrizione di questi primi sei modi dal momento che Guidobaldo scrive, riferendosi ai primi quattro modi appena descritti:

> Le dimostrationi di questi quattro modi dipendono dalla dimostratione del Commandino nel principio del comento sopra il planispherio di Tolomeo

per poi correggere con la frase

> Le dimostrationi di questi quattro modi saranno più di sotto.

Così, ancora una volta, Guidobaldo cita il suo maestro, Federico Commandino, al lavoro del quale probabilmente si ispira[2], per poi rendersi conto della necessità di una giustificazione ulteriore che egli inizia a cercare.

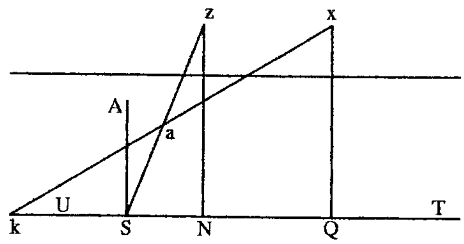
Dopo il sesto modo Guidobaldo torna ad indicare un riferimento per la giustificazione teorica: questa volta si riferisce agli ultimi due modi ed indica in maniera esplicita le proposizioni 14 e 15 in cui egli spiega un settimo modo *da tirar in perspettiva*:

> Per questi doi ultimi modi vedi la proposizione 14 e nella 15 si mostra il 7° modo da tirar in perspettiva.

Torneremo nel seguito sulle due proposizioni citate, in particolare sulla 14; ci preme qui mettere in evidenza la necessità che evidentemente Guidobaldo avverte di porre una base teorica rigorosa alla base delle regole che ha appena proposto.

Ci soffermiamo a descrivere brevemente il primo modo descritto nel *Della prospettiva*: su di esso torneremo nei prossimo paragrafo per un confronto con una nuova versione che di esso Guidobaldo propone alla fine del secondo gruppo di carte sulla prospettiva presenti nelle *Meditatiunculae.* Sarà opportuno, allora, chiarire come tale metodo viene presentato nel *Della prospettiva* per avere a disposizione gli elementi necessari per il confronti.

Ci si propone di individuare l'immagine prospettica di un punto A su un piano perpendicolare al piano di terra. Per semplicità supporremo il punto A sul piano di terra.



Sia UT la linea di terra; NQ la distanza tra la tavola e la proiezione dell'occhio sul piano di terra e QX l'altezza dell'occhio su tale piano. Sia NZ parallela ed uguale a QX. Si conduca per A la perpendicolare AS a TU e sia su TU

[2] Per quanto riguarda il confronto tra i modi esposti da Guidobaldo ed i procedimenti illustrati da Commandino rimandiamo alla tesi di P. Marchi, cfr. [59], p. 74–81.

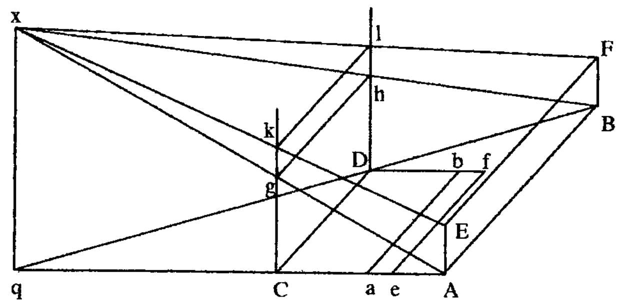
SK=AS. Si tirino le rette KX e SZ; il punto di intersezione delle due rette è l'immagine del punto A cercata.

I metodi descritti, in particolare il sesto, vengono utilizzati da Guidobaldo per alcuni problemi. Il primo chiede di individuare l'ombra proiettata da un prisma sul piano sottostante: tale problema è risolto a pagina 159 ed è seguito da una serie di diciasette proposizioni numerate dallo stesso Guidobaldo che si susseguono a partire da pagina 160. Tra queste proposizioni possiamo individuare due sottogruppi: il primo, e più numeroso, raccoglie le prime tredici proposizioni e propone la soluzione di problemi prospettici utilizzando i metodi descritti: nel primo problema, ad esempio, Guidobaldo propone di trovare l'immagine prospettica di un quadrilatero con un vertice sul piano di terra, inclinato rispetto ad esso e del quale conosciamo il piede di un altro dei vertici. Nella proposizione due lo stesso problema viene posto nel caso in cui il quadrilatero non abbia alcun vertice sul piano di terra. Le proposizioni 3–5 prendono in esame la rappresentazione prospettica di alcune figure solide, a partire dai problemi appena risolti circa il quadrilatero oltre che, naturalmente, dai 6 modi descritti. Nelle proposizioni 6–8 il problema si sposta dal tipo figura da rappresentare alla posizione reciproca del quadro prospettico, dell'occhio e del piano di terra. Il quadro, infatti, precedentemente posto tra l'occhio e l'oggetto da rappresentare viene collocato oltre l'oggetto o, ancora, l'occhio, solitamente posto al di sopra del piano di terra, viene immaginato al di sotto di esso. Nelle proposizioni 9–13 è la superficie in cui si vuole rappresentare l'oggetto che cambia e da piana, quale il normale quadro fino ad ora considerato, diventa curva in particolare cilindrica. In effetti, poiché Guidobaldo tratta solo cilindri retti il procedimento non si discosta notevolmente da quello adottato nel caso di una superficie piana.

Il secondo gruppo, costituito dalle ultime quattro proposizioni, ha un carattere profondamente diverso e propone la prima dimostrazione geometrica nella trattazione prospettica di Guidobaldo. In particolare risulta particolarmente interessante la proposizione 14 alla quale, con tutta probabilità, si riferisce Guidobaldo nella già citata frase scritta dopo il quarto modo in cui per la dimostrazione si rinvia ad un seguito non meglio precisato.

Nella proposizione 14 Guidobaldo dimostra che l'immagine di una retta trasversale, ovvero una retta parallela alla linea di terra, è ancora un retta parallela alla linea di terra. Varrà forse la pena di soffermarsi su questa dimostrazione per avere un'idea del tipo di ragionamento alla base del primo teorema di Guidobaldo in prospettiva. Sia x l'occhio dell'osservatore e qx la sua altezza sul piano di terra. Su tale piano sia posta la figura ABCD avente AB parallelo a CD, CD sulla linea di terra, e l'angolo DCA retto. Siano inoltre allineati i punti q, C, A e analogamente i punti q, D, B.

Si traccino i raggi visivi xA e xB e siano rispettivamente g ed h le intersezioni con il quadro. Il piano individuato dalle rette xgA e qCA risulterà essere perpendicolare al piano di terra poiché contiene la retta xq perpendicolare a tale piano.



La retta gc, intersezione dei due piani xqA e gCD, entrambi perpendicolari al piano di terra, sarà anch'essa perpendicolare a tale piano. Analogamente si procede per la retta Dh. Le rette gC e hD sono entrambe parallele a qx, cosicché i triangoli xqA, gCA e hDB, xqB sono a due a due simili tra loro così come i triangoli qCD e qAB. Valgono allora le proporzioni seguenti:

$$\text{AC} : \text{C}q = \text{A}g : gx; \qquad \text{BD:D}q = \text{B}h : hx; \qquad \text{AC:C}q = \text{BD:D}q$$

dalle quali facilmente segue

$$\text{A}g : gx = \text{B}h : hx$$

Si ha quindi che la retta gh è parallela alla retta AB.

Al di là dei dettagli tecnici della dimostrazione, risulta particolarmente importante l'inserimento di un teorema dimostrato geometricamente che diventa la base teorica su cui si giustifica un nuovo metodo, un *settimo modo*, introdotto da Guidobaldo nella proposizione 15 ed applicato poi nei due problemi seguenti in cui il quadro prospettico non è verticale, ma risulta inclinato rispetto al piano di terra.

Le pagine 178–180 si allontanano da questo tipo di considerazioni mentre danno alcune regole pratiche: nella prima Guidobaldo indica, riferendosi quasi esclusivamente al disegno, come trovare l'immagine prospettica di tre cerchi tra loro ortogonali. Nelle due pagine successive si sofferma a spiegare qualche metodo pratico per riprodurre una figura complicata, per rapprentare la quale si debba individuare un numero elevato di punti. I suggerimenti di Guidobaldo sono volti principalmente a minimizzare il numero di rette da tracciare al fine della rappresentazione.

Il *Della prospettiva* si chiude con una pagina in latino in cui Guidobaldo propone un classico dei trattati di prospettiva, relativo alle iscrizioni su muro o su colonna. Si parte da considerazioni di ottica per elaborare un metodo che permetta di scrivere in modo tale che lettere, poste ad altezze diverse, appaiano di uguale dimensione.

Prima di passare alla descrizione del contenuto del secondo gruppo di carte delle *Meditatiunculae* relative alla prospettiva, sarà bene riassumere brevemente gli elementi pecularіari di questa prima esposizione sull'argomento. In effetti, se i caratteri delle due trattazioni appaiono profondamente diversi, è pur vero che è possibile rinvenire proprio nella prima parte il punto di partenza della seconda. Come abbiamo già sottolineato, il *Della prospettiva* si apre con delle regole, nella tradizione della trattatistica sulla prospettiva. Tuttavia, Guidobaldo sente la necessità di giustificare i *modi* che riprende dalla tradizione. Non lo fa in queste pagine, o comunque non lo fa completamente, ma inizia a porsi il problema e in più punti egli rinvia al seguito per la dimostrazione. Ed, infine, nella proposizione 14 egli inserisce una dimostrazione che è importante perché è la prima, ma anche perché sembra far riflettere Guidobaldo sulla possibilità di generalizzare il suo risultato. Sarà proprio da questa proposizione, infatti, che Guidobaldo ripartirà nella seconda parte delle sue riflessioni sulla prospettiva raccolte in questo manoscritto.

4.2 Le *Notae quaedam de perspectiva*

Il secondo gruppo di pagine delle *Mediatiunculae* dedicate alla prospettiva non presentano alcun titolo; per questo motivo ci riferiremo ad esse indicandole come *Notae quaedam de perspectiva* o, più brevemente, *Notae.*

Contrariamente alle pagine descritte nel precedente paragrafo, le *Notae* appaiono come materiale di lavoro e di forte elaborazione da parte di Guidobaldo: le numerose cancellature e correzioni successive, l'eliminazione di intere proposizioni danno l'idea di una teoria che l'autore sta scoprendo ed approfondendo nel momento stesso in cui lavora a queste pagine. Non si tratta quindi di materiale risultato di una precedente ricerca che l'autore propone in bella copia, ma di materiale che di tale ricerca è testimone ed in qualche modo custode.

Lo stile espositivo appare, fin dalla prima proposizione, completamente diverso da quello del *Della prospettiva*: non si parla di *modi*, non si presentano esempi, ma ci si riferisce alla prima proposizione indicandola come teorema. Ecco allora, che immediatamente abbiamo l'impressione che da una trattato di prospettiva pratica, ci si stia avviando ad una elaborazione di tipo geometrico e teorico del problema. La trattazione è organizzata in teoremi, lemmi e corollari, nello stile classico della dimostrazione geometrica.

Possiamo individuare nelle *Notae* due parti distinte: nella prima Guidobaldo sviluppa la teoria dei punti di fuga fondandola su dimostrazioni geometriche; nella seconda egli si serve di tale teoria per poter proporre metodi pratici per operare in prospetttiva.

4.2.1 La teoria dei punti di fuga

La teoria dei punti di fuga nelle *Notae* si sviluppa secondo un percorso scandito nei seguenti punti:

- generalizzazione del teorema delle rette parallele dimostrato alla proposizione 14 del *Della prospettiva* (Prop. 1);
- introduzione del punto di fuga nel caso di rette giacenti sul piano di terra, parallele tra loro ma non al quadro (Prop. 2 e 5);
- generalizzazione del primo risultato circa il punto di fuga nel caso di rette giacenti sul piano verticale (Prop.);
- individuazione del punto di fuga nel caso di rette giacenti sul piano di terra e perpendicolari alla linea di terra (Prop. 3);

- generalizzazione delle proposizioni precedenti nel caso in cui il quadro prospettico non sia verticale (Prop. 6);
- considerazione teoriche circa i punti di fuga: i punti di fuga sono infiniti, etc;
- applicazione della teoria dei punti di fuga per la formulazione di regole prospettiche.

Leggendo il primo teorema scopriamo che si tratta di una generalizzazione del risultato dimostrato nella proposizione 14 del *Della prospettiva*: in questa versione non ci si limita alle rette trasversali, ma si dimostra il parallelismo delle rette immagine per tutte le rette parallele tra loro e al quadro. Nella forma finale l'enunciato di questo primo teorema è il seguente:

> Si oculus parallelas lineas videt, sitque sectio lineis aequidistantibus parallela, lineae in sectione erunt inter se parallelae.[3]

Tale enunciato è il risultato di modifiche successive di notevole interesse poiché testimoniano il continuo tentativo di generalizzare il risultato passando dalle rette parallele giacenti sul piano di terra, alla massima generalizzazione, cioè alle rette parallele al quadro aventi direzione qualunque[4].

Ci sembra risulti con ragionevole evidenza il tipo di percorso seguito da Guidobaldo che, a partire dal teorema particolare alla base del suo settimo

[3]Se l'occhio vede delle rette parallele e la sezione è parallela a tali rette, allora le rette nella sezione saranno tra loro parallele.

[4]Il testo delle due versioni che precedono l'enunciato definitivo può essere dedotto dall'apparato critico presente nell'edizione, ma per semplicità riporterò qui la nostra ricostruzione. Vorrei far osservare, tuttavia, che non sempre l'ordine dei cambiamenti è evidente cosicché la nostra ricostruzione è in qualche modo anche una interpretazione.
1ª Versione
Si oculus parallelas lineas in plano existentes videt, sitque communis sectio tabulae dictique plani lineis aequidistantibus parallela, lineae secundum quas oculus per tabulam videt lineas parallelas, erunt inter se parallelae.
1ª Versione
Si oculus parallelas lineas in plano existentes videt, sitque tabula lineis aequidistantibus parallela, lineae secundum quas oculus per tabulam videt lineas parallelas, erunt inter se parallelae.